További három olyan hatfajos modell létezik, ahol mindegyik fajnak két-két ragadozója, illetve zsákmánya van. Ezek a modellek egymástól is erősen különböző viselkedést mutatnak [9]. A terjedelmi korlátok miatt nem ismertetjük a részleteket, mivel e modellvizsgálatok általános üzenete már a fenti példák alapján is összegezhető.

Általános tanulságok

A statisztikus fizikában az Ising- és Potts-modelleket [8] tekintjük a térbeli rendeződési folyamatok leírására kifejlesztett legegyszerűbb modelleknek. A rendeződési folyamatokban megmutatkozó univerzalitás biztosítja számunkra azt a lehetőséget, hogy az állapotváltozás általános tulajdonságai szempontjából lényegtelennek minősülő részletektől megszabadítsuk a matematikai modellt, és a legegyszerűbb modell vizsgálatán keresztül alkossunk pontosabb képet a rendeződési folyamat általános tulajdonságairól és az azt befolyásoló ismérvekről (pl. szimmetriákról). Ezt a szemléletmódot érvényesítettük a fenti modellek kifejlesztésénél és vizsgálatánál. Ennek egyik következménye az, hogy nincsenek olyan valóságos ökológiai rendszerek, amelyekről azt állíthatnánk, hogy az általunk vizsgált, leegyszerűsített térbeli ragadozó–zsákmány modellekkel kielégítően adhatunk számot a viselkedésükről. Minden hiányosság ellenére, ezek a sokfajos modellek már képesek voltak felmutatni olyan jelenségeket, amelyek kifejezetten az (élő) ökológiai rendszerekre jellemzőek. Ilyen tulajdonság például a sokszínűség (*biodiverzitás*) fennmaradása egy önszervező mintázaton keresztül, amelyet a fajok társulásai közötti versengés tart mozgásban. A hatfajos modell vizsgálata világosan mutatta, hogy a társulások között fellépő ciklikus dominancia képes életben tartani a legtöbb fajt. Ezeket a társulásokat tekinthetnénk akár önálló fajoknak, amelyek sajátos térbeli szerkezettel és működési mechanizmussal rendelkeznek. Ez a szemlélet természetesen összemossa a különbségeket a rész és az egész (faj és fajtársulás), illetve a mikroszkopikus és makroszkopikus működési mechanizmusok között. Ugyanakkor ez a megközelítés sugallja azt, hogy a társulások is alkothatnak magasabb rendű (térben kiterjedtebb) társulásokat, és ez az elbonyolódási folyamat természetesen folytatódhat a magasabb szinteken is.

A vizsgált modellek a térbeli evolúciós játékelméleti modelleknek azt a tulajdonságát ragadják meg, hogy ezekben a sokfajos rendszerekben nagyon sok stacionárius állapot létezhet, mivel figyelembe kell vennünk a részrendszer (itt a fajok egy része hiányzik) lehetséges stacionárius állapotait is. A lehetséges stacionárius állapotok a fluktuációk következtében spontán módon alakulnak ki, majd ezt követően a térbeli társulások (és részeik) közötti versengés határozza meg a végeredményt. A társulások közötti erőviszony természetesen függ az evolúciós (dinamikai) szabályoktól, így azok változ(tat)ása markáns állapotváltozásokhoz vezethet. A fenti modellek vizsgálata során szembesülni kellett néhány olyan állapotváltozással is, amelyek eltérnek attól, amit az eddig ismert univerzalitási osztályok képviselnek a fizikában. Röviden, ezen a területen még számtalan feladat vár a statisztikus fizikai szemléletmód érvényesítésére, és ennek megemlítésével visszajutottunk e cikk nyitó gondolatsorához.

Irodalom

1. J. von Neumann, O. Morgenstern: *Theory of Games and Economic Behaviour* – Princeton University Press, Princeton, 1944.
2. J. Maynard Smith: *Evolution and the theory of games* – Cambridge University Press, Cambridge, 1982.
3. H. Gintis: *Game Theory Evolving* – Princeton University Press, Princeton, 2000.
4. M.A. Nowak, R. May – Int. J. Bifur. Chaos *3* (1993) 35
5. A.S. Watt – J. Ecol. *35* (1944) 1
6. K. Schenk, B. Drossel, F. Schwabl – Phys. Rev. E *65* (2002) 026135
7. K. Tainaka – Phys. Rev. Lett. *63* (1989) 2688
8. Y.F. Wu – Rev. Mod. Phys. *54* (1982) 235
9. G. Szabó, G.A. Sznaider Phys. Rev. E *69* (2004) 031911
10. G. Szabó – J. Phys. A: Math. Gen. *38* (2005) 6689–6702 [arXiv:q-bio.PE/0408005]

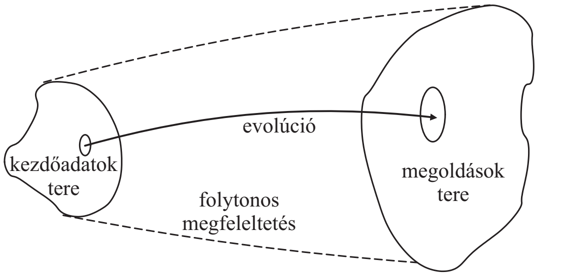
LÉTEZIK-E A KOZMIKUS CENZOR?

Rácz István
MTA KFKI RMKI, Elméleti Főosztály

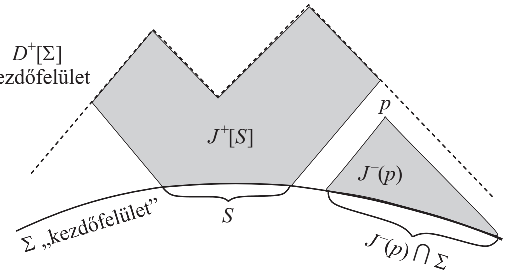
Az általános relativitáselmélet – vagy ahogy szintén hivatkozhatunk rá, az Einstein-féle gravitációelmélet – a klasszikus fizika utolsó nagy átfogó elmélete. Kétségkívül klasszikus abban az értelemben, hogy a kvantumfizika eszköztárára semmilyen formában nem épít. A klasszikus jelző azonban furcsán is hat, hiszen ez az elmélet alapjaiban rázta meg a korábbi térről és időről kialakított elképzeléseinket. A teret és az időt egymásba ötvözte, és egy merőben új fogalommal, a görbült téridővel helyettesítette. Az általános relativitáselméletben még Shakespeare híres „színház az egész világ” kijelentése is teljesen új megvilágításba kerül, hiszen itt maga a színpad is „szereplővé”, azaz dinamikai objektummá válik. Az általános relativitáselmélet nem csupán az anyag történetének egyszer és mindenkorra rögzített geometriai háttéren történő leírására vállalkozik, hanem a modern fizika elvárásaival is összeegyeztethető, kísérletek által nagyon meggyőzően alátámasztott új modelljét kínálja az anyag és geometria kölcsönös meghatározottságának.

Az elmélet klasszikus jellegét szeretném még inkább hangsúlyozni az alábbi néhány *prediktív* képességére utaló eredmény felidézésével.[1] Bár az elmélet lényegében 1916-ban végleges alakjában megszületett, a ötvenes

[1] A klasszikus értelemben vett prediktív képességen azt értem, hogy az alaptörvényekre alapozva (legalábbis elvileg) az összes megfigyelhető fizikai mennyiséghez, bármely pillanatban, akár egyidejűleg is egy-egy határozott értéket rendelhetünk.



1. ábra. Az evolúció folytonos, azaz a fejlődési egyenletek bármely kezdőadat-rendszer elegendően kicsiny környezetében fekvő ponthoz az eredeti kezdőadathoz tartozó megoldáshoz közel eső megoldást feleltet meg.



2. ábra. Az evolúció kauzális. $J^-(p)\cap\Sigma$ a Σ felületnek a p pont kauzális múltjába eső részét, azaz Σ-nak a p pontból múlt irányú időszerű vagy fényszerű görbe mentén elérhető részét jelöli. A Σ felületen megadott kezdőadatok jövő Cauchy-fejlődését $D^+[\Sigma]$-val jelöltük. Egy $S \subset \Sigma$ korlátos és zárt részhalmazon megadott adatok csak az S halmaz kauzális jövőjében, $J^+[S]$, lehetnek hatással a mezők ottani aktuális értékére.

évek elejéig kellett várni, míg az Einstein-egyenletek hiperbolikus fejlődési egyenletek formájában is felírásra kerültek [1]. Ez technikailag a térváltozók megfelelő kirostálása, mértékrögzítés[2] révén érhető el. A vonatkozó vizsgálatok fontos következménye az, hogy alkalmasan megválasztott kezdőadatokhoz – a fejlődési egyenleteknek megfelelően – egyértelmű evolúció, azaz Cauchy-fejlődés[3] tartozik. Továbbá, ez a megfeleltetés *folytonos* és *kauzális* módon történik.

Az evolúció folytonos abban az értelemben, hogy a kezdőadatok kicsiny megváltoztatása révén maguk a megoldások is csak kis mértékben módosulnak (*1. ábra*). Itt a *kicsiny* jelzőnek mindkét esetben az adott függvénytereken értelmezett és ott megfelelően megválasztott norma segítségével adhatunk értelmet. Világos, hogy önmagában az egyértelműség vajmi keveset érne a folytonosság tulajdonsága nélkül, hiszen a kezdőadatokat – bármely fizikailag releváns szituációban – csak bizonyos pontossággal tudjuk meghatározni.

Ezenfelül a fejlődés kauzális is abban az értelemben, hogy amennyiben a kezdőadatokat a kezdőfelületnek csak valamely valódi részhalmazán változtatjuk meg, akkor a változás hatása nem jelenik meg az adott tartomány kauzális jövőjén kívül (*2. ábra*). Ennek egyik fontos következménye az, hogy a fejlődés bármely p pontjában a fizikai mezők aktuális értéke a kezdőfelületnek csak p kauzális múltjába eső részén (ezt $J^-(p)\cap\Sigma$ jelöli a *2. ábrá*n) megadott adatoktól függ. Érthetően az evolúció kauzális jellege szintén elvi fontossággal bíró tulajdonság, hiszen általa a hatás terjedési sebességének végességére vonatkozó alapfeltevésünk adaptációjának helyessége válik ellenőrizhetővé.

Mivel az általános relativitáselméletben megfogalmazható evolúciós, pontosabban fogalmazva Cauchy-probléma rendelkezik a fenti tulajdonságokkal, a klasszikus elméletek minden prediktív képességével fel van vértezve. Az általános relativitáselmélet azonban olyannyira prediktívnek bizonyult, hogy – egyes szerzők szóhasználatát átvéve – saját érvényességének határaira is viszonylag hamar rámutatott. Ezen negatív értelmű kijelentés magyarázataként az alábbi észrevételekre szokás hivatkozni:

- Léteznek olyan téridők, amelyekben geometriai szingularitások jelennek meg.
- Vannak olyan téridők, amelyekben még a maximálisnak választott kezdőfelületek lehető legnagyobb Cauchy-fejlődése sem teljes.

Szinguláris téridők

A fizikailag reális téridők igen széles osztályai – melyek elemei például kozmológiai modelleket vagy éppen gravitációs összeomláson átmenő csillagokat írnak le – tartalmaznak geometriai szingularitásokat [4–9]. Ezekre a szingularitásokra általában úgy gondolhatunk, mint azokra a bizonyos helyekre,[4] amelyekhez közelítve például a téridő görbülete, vagy rajta keresztül valamely fizikai mennyiség extrém módon viselkedik, felrobban. Szeretném azonban hangsúlyozni, itt nem egyszerűen csak valamely fizikai mennyiség válik szingulárissá. Maga a téridő geometriája nem folytatható *ott* tovább. Bizonyos értelemben a geometriai szingularitások jelenítik meg a világtörténések összességének a peremét.

A köztudatban a vonatkozó reakcióknak az alábbi két fő típusa ismert. A kutatók nagyon nagy többsége úgy vélekedik, hogy a geometriai szingularitások nemkívánatos velejárói az általános relativitáselméletnek, és hogy az Einstein-elmélet kvantált változata szabadít meg majd minket azoktól. Azt várják, hogy a klasszikus megoldásokban megjelenő extrém geometriai viselkedések eltűnnek, vagy legalábbis a kvantált elmélet nyilvánvalóvá teszi majd azt, milyen új fizika használandó a nagyon erősen görbült téridő-tartományokban. A kutatók jóval kisebb hányada mondja azt: „Miért kellene attól kétségbe esni, hogy az elmélet bizonyos megoldásai szingularitásokat tartalmaznak? Fogadjuk el inkább azt a pozitivista megközelítést, hogy a szingularitások – az ismert fizikai feltételek mellett – kialakulhatnak, és folytassuk tovább vizsgálatainkat az Einstein-elmélet keretein belül mindad-

[2] Ezen eljárás ismertetésére itt nem szándékozom külön kitérni. A vonatkozó részletek után érdeklődő olvasó viszonylag rövid áttekintést találhat például a [2, 3] munkákban. (Itt: mérték = *gauge* a szakszóhasználatban.)

[3] A hiperbolikus egyenletekre vonatkozó kezdőérték-problémát a matematikusok nagyon sokszor Cauchy-feladatnak is nevezik. Ennek megfelelően az Einstein-féle gravitációelméletben elterjedt az a szóhasználat, hogy a kezdőérték- (vagy Cauchy-) probléma megoldásaként kapott téridőt Cauchy-fejlődésnek nevezzük.

[4] Ennek a bizonyos „helynek” a pontos meghatározása önmagában is tisztességes előkészítést igényelne, melyre ezen dolgozat keretei között nem vállalkozhatunk.

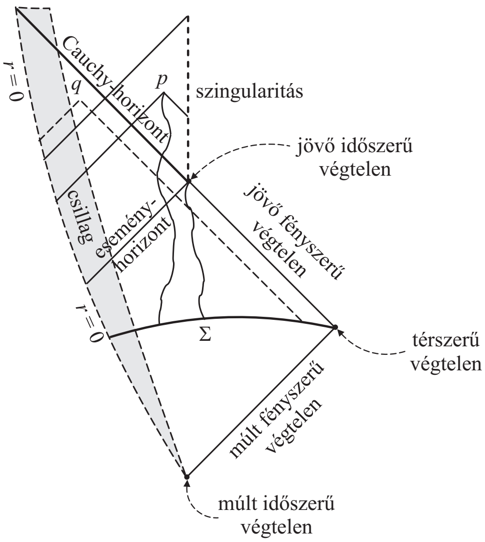
dig, amíg a szingularitások létezéséből kiindulva nem jutunk valamely feloldhatatlan ellentmondáshoz.”

Valójában bizonyos analógia fedezhető fel a téridő-szingularitások és például a folyadékokban kialakuló lökéshullámok leírása során megjelenő szingularitások között. Az, hogy a folyadékok esetében az elmélet által megjósolt extrém viselkedés nem figyelhető meg, azzal magyarázható, hogy a folyadék modellezésénél alkalmazott kontinuumhipotézis használhatósága megszűnik a molekuláris méretekhez közeledve. Egyszerűen más a folyadék „szövete” a releváns tartományban. Ki tudja, hogy a mi téridő-kontinuum feltevésünk milyen körülmények között és hogyan válik alaptalanná?

Bár az utóbbi kérdésre vonatkozó kielégítő válasz nem ismeretes, a fenti két megközelítés valamelyike mindenki számára kínál olyan kompromisszumot, amely – még ha csak ideiglenesen is – enyhítheti a téridő-szingularitások megjelenéséhez kapcsolódó kényelmetlenségérzetünket.

Nem teljes Cauchy-fejlődések

Egy kicsit aggasztóbb a maximális Cauchy-fejlődések inkomplettségének problematikája. Ismertek ugyanis olyan téridők – például a Reisner–Nordström-, Kerr- és a Taub–NUT-téridők ilyenek –, amelyekben az adott problémával kompatibilis és lehető legnagyobb Cauchy-felületen megadott kezdőadatok maximális Cauchy-fejlődése nem teljes, azaz a téridő az Einstein-egyenleteket is tiszteletben tartó módon folytatható az evolúciós tartományon túlra. A Cauchy-fejlődés határa, a Cauchy-horizont[5] ráadásul véges sajátidő alatt elérhető bizonyos megfigyelők számára, ugyanakkor a geometria teljesen regulárisan viselkedik a határon és annak környezetében. Ez speciálisan az elektromosan töltött csillag gravitációs összeomlását leíró téridő esetében azt jelenti (lásd a *3. ábrát*),[6] hogy a **Σ** felületen – amely a csillag közepétől a térszerű végtelenig bezárólag mindent magában foglal – megadott kezdőértékek ismeretében csak az ábrán jelzett Cauchy-horizontig határozható meg például az, mit olvashatnak le mérőeszközeikről az egyes megfigyelők. Mihelyt ezt a határt eléri, majd átlépi valamely megfigyelő, a **Σ** felületen rögzített kezdőadatok ismeretében a fejlődési egyenletekre alapozva nem tudjuk megmondani, mit tapasztal az adott megfigyelő a horizont mögött. A téridő folytatása általában egyértelműnek tűnik a szokásos téridő-ábrákon. Azonban ez csak az analitikusság feltételezése révén válik ennyire egyértelművé. Korántsem ilyen magától értetődő a folytatás például már a *sima,* C^∞ geometriák körében sem.[7] Mivel a horizonton a geometria teljesen reguláris, jelen esetben nem bújhatunk ki a válaszadás kötelessége alól például a kvantumgravitáció szükségességére vagy a kontinuumközelítés nem adekvát voltára való hivatkozással.



3. ábra. Elektromosan töltött gömbszimmetrikus csillag gravitációs összeomlását leíró téridő Carter–Penrose-diagramja. Az eseményhorizont azokat az eseményeket takarja el az összeomló csillagtól távol eső megfigyelőktől – ezek világvonalai mind a jövő időszerű végtelenen végződnek –, amelyeket ők elvileg sem figyelhetnek meg. Tetszőleges, a Cauchy-horizont alatt fekvő esemény (pl. a q esemény) kauzális múltja mindig egy korlátos zárt halmazban metszi a **Σ** kezdőfelületet.

Probléma:

Ha az Einstein-elmélet még ilyen, egyáltalán nem extrém gravitációs rendszerek, illetve szituációk esetén sem képes megfelelő választ adni a felvetett problémákra, akkor szembe kell nézni azzal a lehetőséggel, hogy nem is alkalmas a természet ráesőnek vélt vetülete következetes leírására.

Feloldás:

Létezik egy úgynevezett *kozmikus cenzor,* „aki” hivatalból megtiltja, hogy a fent említett jelenségek „általában” előfordulhassanak.

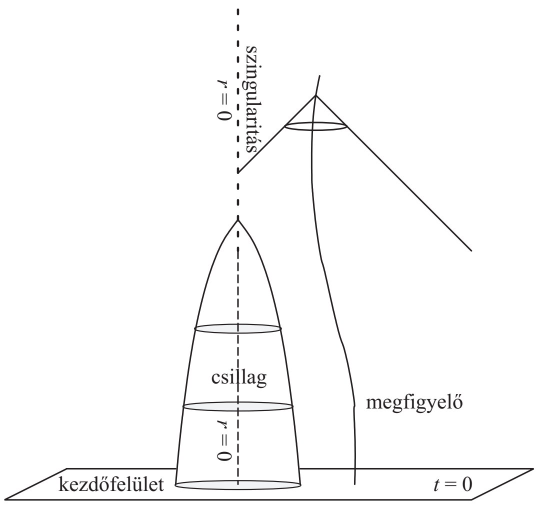
Itt mindjárt szeretném azt hangsúlyozni, hogy e hipotézis nem tekintendő az Einstein-elmélet egy újabb alapfeltevésének. Várakozásaink szerint a cenzor létezése magából az elméletből kell hogy kiolvasható legyen. Az, hogy az iménti „általában” kifejezés mi mindent takar, remélhetőleg kiderül majd a dolgozat következő részéből.

Mielőtt tovább mennénk, a teljesebb megértés elősegítése érdekében tartozom némi pontosítással. Korábban említettem, hogy az Einstein-elméletben megfogalmazott Cauchy-probléma egy folytonos és kauzális megfelelte-

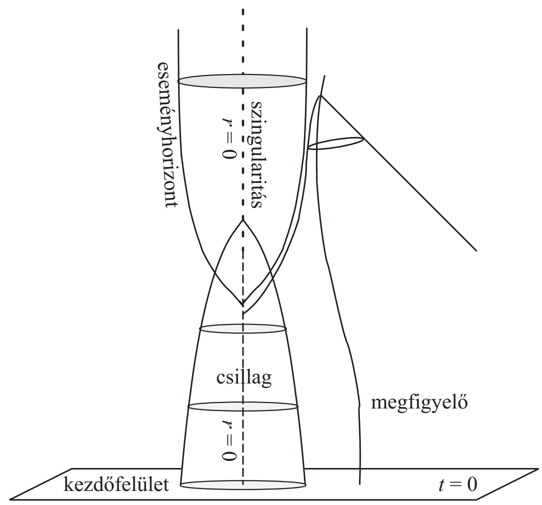
[5] A Cauchy-horizont – bármely más, ezen cikkben előforduló horizonthoz hasonlóan – mindig egy fényszerű hiperfelület, amelyet fényszerű geodetikusok (a generátorai) feszítenek ki. Így egy horizont kauzális értelemben osztja ketté a téridőt. Mindig vannak olyan megfigyelők, amelyek egész, időben végtelen kiterjedésűnek gondolt története a kérdéses fényszerű hiperfelület „alatt” zajlik. Ezek a megfigyelők még elvileg sem szerezhetnek tudomást a horizont fölötti téridő-tartományban lejátszódó eseményekről.

[6] Ez az ábra, ugyanúgy, mint a későbbiekben bemutatásra kerülő többi Carter–Penrose-féle téridő-diagram is, lényegesen leegyszerűsített. Így például a *3. ábrán* – a gömbszimmetriát kihasználva – minden pont egy r sugarú 2-dimenziós gömböt helyettesít. Ugyanakkor egy (konform) transzformáció felhasználása révén még a „végtelent”, vagy pontosabban fogalmazva a különféle téridő-irányokhoz tartozó „végteleneket” is a végesben ábrázoltuk.

[7] A sima függvények terét, amely pontosan azokból a függvényekből áll, amelyeknek tetszőleges rendű deriváltjai léteznek, a továbbiakban mi is a matematikában szokásos C^∞ szimbólummal jelöljük.



4. ábra. Csillag gravitációs összeomlása (naiv kép).



5. ábra. Csillag gravitációs összeomlása (valóságos ábrázolás).

tést biztosít a kezdőadatok, és a megoldások tere között. Ezenfelül az is bizonyítást nyert [10], hogy egy adott kezdőadat-rendszerhez mindig található (a diffeomorfizmus invarianciától eltekintve) egyértelmű, *maximális* Cauchy-fejlődés. Az azonban egyáltalán nem derül ki a vonatkozó matematikai eredményekből, hogy a kezdőfelülettől milyen messze terjed ki a nevezett maximális megoldás. Így az is előfordulhat, hogy egy maximális megoldás a kezdőfelületnek csak egy kis kiterjedésű környezetére korlátozódik. Ennek egyenes következménye az, hogy a téridő-szingularitások kialakulásának Cauchy-poblémán keresztül történő végigkövethetősége, vagy annak eldöntése, hogy egy-egy megoldás létezhet-e a benne (nem túlságosan extrém módon) mozgó megfigyelők sajátidejének tetszőlegesen nagy értékére, kívül esik a jelenleg alkalmazott matematikai apparátus hatókörén. Lényegében ez magyarázza azt, hogy az alábbiakban ismertetésre kerülő hipotézisek még mindig csak a nem teljes mértékben alátámasztott ésszerű elvárásaink közé sorolhatók.

A „kozmikus cenzor"-hipotézisek

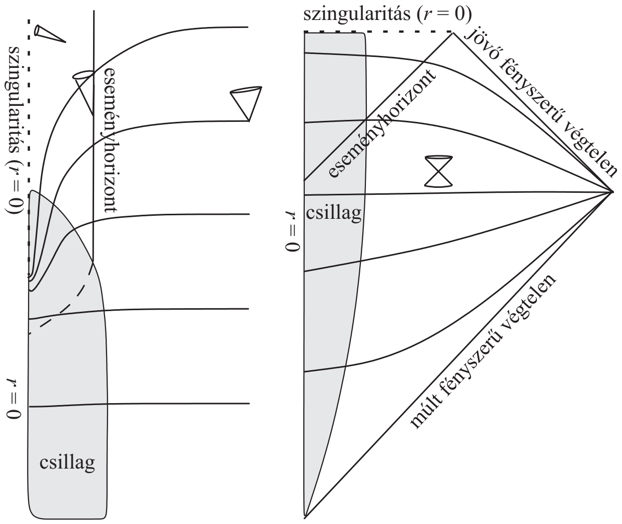
A kozmikus cenzor létezésének lehetőségét először *Penrose* vetette fel 1969-ben [6]. Az akkor megfogalmazott forma az abban az időszakban legégetőbb problémára próbált megnyugtató válasszal szolgálni, azaz a gravitációs összeomlási folyamatokban megjelenő téridő-szingularitásoknak az elmélet prediktív jellegét korlátozó esetleges következményeire irányult.

A „gyenge kozmikus cenzor" hipotézise

Az alapprobléma jobb megértése érdekében példaként vizsgáljuk meg egy gravitációs összeomláson átmenő csillag modelljét! Az összeomlási folyamat naiv leírását a *4. téridő-ábrá*n követhetjük nyomon. Miután a csillag teljesen összezsugorodott, a centrumban szingularitás marad vissza, hiszen valahová oda préselődik be „zérus térfogatba" a korábban csillagot alkotó összes anyag. Kérdés: Milyen befolyással van a szingularitás egy olyan megfigyelőre, amely elegendően távol van ahhoz, hogy ne zuhanjon bele a szingularitásba, de ugyanakkor láthatja azt? Szeretném felhívni a figyelmet arra, mennyire szabadelvű – már-már pikáns hangvételű – a Penrose által bevezetett tudományos terminológia (lásd pl. a [11] munkát!). Egy olyan szingularitást, amelyet a fenti értelemben egy megfigyelő megpillanthat, az adott megfigyelő szempontjából *csupasznak (mezítelennek)* nevezünk. Érthetően a „megpillantás eseménye" már nem írható le a $t = 0$ kezdőfelületen megadott adatok birtokában, hiszen a szingularitás, például az „általa kibocsátott" sugárzás révén, hatással lehet mind a geometria, mind pedig a fizikai terek ottani viselkedésére. Amennyiben a szingularitás által befolyásolt tartomány túl nagy lenne, az elmélet elvesztené azt a képességét, hogy a kezdőfelület egy kicsiny környezetétől eltekintve képes legyen megjósolni a fizikai történéseket. Ebben az esetben nem túl sokra mennénk az elmélet prediktív képességével. A „gyenge kozmikus cenzor" hipotézise azt az elvárásunkat fogalmazza meg, hogy például a fenti gravitációs összeomlást leíró téridő elegendően nagy részében megmarad az elmélet prediktív képessége. Nevezetesen, elvárjuk, hogy ezen tartomány foglalja magába az egész aszimptotikusan sík tartományt annak kauzális múltjával együtt. Ez az eseményhorizonttal (ez a Schwarzschild-téridő esetében az $r = 2M$ egyenlet által meghatározott fényszerű felület) határolt külső téridő-tartományt jelenti. Az összeomlási folyamatot helyesen megjelenítő téridő-ábrát – a vonatkozó, egyáltalán nem triviális kauzális szerkezettel és az eseményhorizonttal – láthatjuk az *5. ábrá*n.

Így a fenti hipotézis értelmében azt is mondhatjuk, hogy a kozmikus cenzor az eseményhorizont segítségével fedi el a szingularitást az elegendően távoli megfigyelők szeme elől. Mintegy felöltözteti a szingularitásokat, ezzel szüntetve meg azok „meztelenségét". Lényegében ennek a hipotetikus tevékenységnek a megszemélyesítése során keletkezett maga a kozmikus cenzor elnevezés is.

A „gyenge kozmikus cenzor" létezését mind a mai napig nem sikerült bizonyítani. Valójában ismereteink állandó bővülése folytán az elv megfogalmazása is folyamatos finomításokon ment keresztül. Mindezek ellenére Penrose még 1979-ben az alábbi, sokkal erősebb posztulátummal állt elő [11].



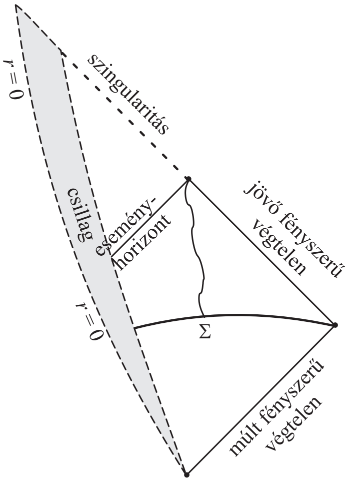
6. ábra. Cauchy-felületekkel, azaz egy globális időfüggvény szintfelületeivel, való fóliázhatóság a gravitációs összeomlást leíró gömbszimmetrikus téridőben. A Cauchy-felületek és a fénykúpok a bal oldali ábrán Schwarzschild-féle elrendezésben, míg a jobb oldalon egy konform transzformáció végrehajtásával kapott Carter–Penrose-ábrán vannak feltüntetve.

Az „erős kozmikus cenzor” létezésére vonatkozó hipotézis

„A fizikailag reális, *megfelelően általános* téridők mind globálisan hiperbolikusak, azaz teljes egészében valamely kezdőfelületen meghatározott reguláris kezdőadatok Cauchy-fejlődéseként állnak elő.”

Ez az elv azt sugallja, hogy az előbbi gravitációs összeomlási folyamatot leíró téridőben sem csak az eseményhorizonton kívüli tartomány, hanem az egész téridő megjósolható, azaz a téregyenletek által meghatározott evolúció eredményeként áll elő. Ennek alátámasztása érdekében idézzük fel azt a jól ismert tényt, hogy a globálisan hiperbolikus téridők Cauchy-felületekkel fóliázhatók [12], azaz a Cauchy-felületekre úgy is gondolhatunk, mint az adott globálisan hiperbolikus téridőben mindenütt értelmezett (globális) időfüggvény szintfelületeire. Első ránézésre meglepő, de az előző gravitációs összeomlási problémához tartozóan megadható egy ilyen, az egész téridőre kiterjedő fóliáció, melyet a *6. ábra* mutat. Az erős kozmikus cenzor hipotézisének értelmében az elmélet prediktív jellege csak bizonyos, nem eléggé általános téridők esetén veszhet el. Azt várjuk, hogy amennyiben az elv megtestesítőjeként számon tartott kozmikus cenzor valóban létezik, akkor az összes téridők terében a kritikus, vagyis nem globálisan hiperbolikus téridők egy nullmértékű részhalmazt alkotnak.

7. ábra. Perturbált, elektromosan töltött csillag gravitációs összeomlása. A téridő nem folytatható a szingularitáson túlra, hiszen ott a geometria és a fizikai mezők is egyaránt szingulárissá válnak.



Az erős kozmikus cenzor létezésére vonatkozó feltevésünk helytállóságát erősíti például az az eredmény is, hogy a korábban említett, elektromosan töltött csillag gravitációs összeomlása esetében bármilyen perturbatíve kicsiny skalár, elektromágneses vagy gravitációs tér hozzáadása[8] a Cauchy-horizontnak egy fényszerű szingularitássá válását idézi elő. Így a téridőnek nem lehet folytatása a horizont mögé, hiszen maga a horizont sem létezik, amint azt a *7. ábra* igyekszik szemléltetni.

Minden esetben elmondható, hogy a kritikus, nem teljes egészében globálisan hiperbolikus téridők speciálisak abban az értelemben, hogy valamilyen szimmetriával, vagy egyéb, nem általános tulajdonsággal rendelkeznek. A dolgok pikantériájához tartozik, hogy az alapegyenletek megoldása – azok bonyolultsága miatt – csak valamely vagy esetleg többféle specializáció feltételezése után válik elérhetővé. Így az ismert egzakt megoldásaink lényegében az elmélet kritikus megoldásaival esnek egybe.

Természetesen az erős kozmikus cenzor hipotézisének bizonyítása is várat még magára. Ellenben valóságos ipar fejlődött ki a kritikus pontok, különös tekintettel a csupasz szingularitásokat tartalmazó kritikus megoldások felderítésére. Minden egyes ilyen új téridő létezése a cenzor halálának biztos jeleként kerül beharangozásra. Történik ez annak ellenére, hogy a korábban említett okoknál fogva mindig csak speciális megoldások előállítására van mód, amelyek még elvileg sem lehetnek valódi ellenpéldák az erős kozmikus cenzor hipotézisével szemben. Meg kell azonban jegyezni, hogy megfelelő bizonyítási eljárás hiányában a kozmikuscenzor-hipotézis helytállóságának elfogadása vagy annak végleges elvetése továbbra is az általános relativitáselmélet egyik legfontosabb nyitott problémájának számít.

A bizonyításra irányuló törekvések között egy direkt és egy indirekt megközelítés kialakulása figyelhető meg. A direkt megközelítés bizonyos speciális, általában kozmológiai modellekként szolgáló téridő-osztályok esetén igyekszik megmutatni, hogy a maximális kezdőadat-meghatározásokhoz tartozó maximális Cauchy-fejlődés vagy egy elkerülhetetlen végső görbületi szingularitás kialakulásához vezet, vagy pedig mindenütt reguláris és teljes a téridőben mozgó – nem extrém módon gyorsuló – megfigyelők sajátidejére nézve. Ilyen irányú vizsgálatok találhatók például a [14–19] munkákban.

A másik megközelítés azzal az indirekt feltételezéssel indul, hogy egy adott téridő-osztály elemei Cauchy-horizontot tartalmaznak. Ezek után a téregyenletek felhasználása révén annak demonstrálása a cél, hogy a Cauchy-ho-

[8] E kérdéskör részletes vizsgálata megtalálható például a [13] munkában.

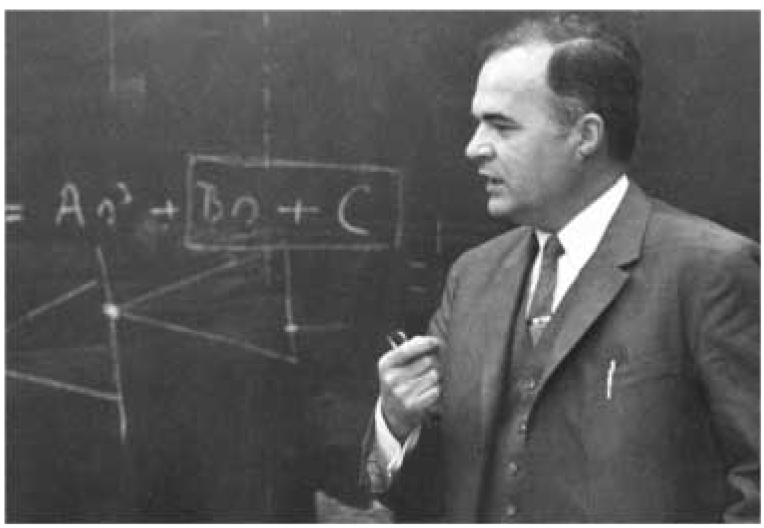
rizont létezése miatt az adott téridők szükségképpen valamely nem általános tulajdonsággal rendelkeznek. A technikai részletek iránt érdeklődő olvasó egy ilyen típusú gondolatmenet részleteit ismerheti meg a [20–25] munkákban.

Irodalom

1. Y. Choquet-Bruhat: *Cauchy problem* – in *Gravitation: An introduction to current research* (szerk. L. Witten) New York, 1962
2. I. Rácz: *On the existence of Killing vector fields* – Class. Quant. Grav. *16* (1999) 1695–1703
3. I. Rácz: *Symmetries of spacetime and their relation to initial value problems* – Class. Quant. Grav. *18* (2001) 5103–5113
4. R. Penrose: *Gravitational collapse and spacetime singularities* – Phys. Rev. Lett. *10* (1965) 66–68
5. S.W. Hawking: *The occurrence of singularities in cosmology. III. causality and singularities* – Proc. R. Soc. Lond. A *A300* (1967) 182–201
6. R. Penrose: *Gravitational collapse: The role of general relativity* – Rev. del. Nuovo Cimento *1* (1969) 252–276
7. S.W. Hawking, R. Penrose: *The singularities of gravitational collapse and cosmology* – Proc. R. Soc. Lond. A *A314* (1970) 529–548
8. R. Penrose: *The techniques of differential topology in relativity* – Philadelphia: Siam, 1972
9. S.W. Hawking, G.F.R. Ellis: *The large scale structure of space-time* – Cambridge University Press, 1973
10. Y. Choquet-Bruhat, R.P. Geroch: *Global aspects of the Cauchy problem in general Relativity* – Commun. Math. Phys. *14* (1969) 329–335
11. R. Penrose: *Singularities an time asymmetry* – in *General relativity; An Einstein centenary survey* (szerk. S.W. Hawking, W. Israel) Cambridge University Press, 1979
12. R. Geroch: *Domain of dependence* – J. Math. Phys. *11* (1970) 437–449
13. L.M. Burko, A. Ori: *Internal structure of black holes and spacetime singularities* – Inst. of Phys. Publ., Bristol, 1997
14. B. Berger, P.T. Chruściel, V. Moncrief: *On asymptotically flat space-times with invariant Cauchy surfaces* – Annals of Phys. *237* (1995) 322–354
15. P.T. Chruściel: *On uniqueness in the large of solutions of Einstein's equations* – Proceedings of the CMA, Australia National University *27* (1991)
16. P.T. Chruściel, A.D. Rendall: *Strong cosmic censorship in vacuum space-times with compact, locally homogeneous Cauchy surfaces* – Ann. Phys. *242* (1995) 349–385
17. A.D. Rendall: *Fuchsian analysis of singularities in Gowdy spacetimes beyond analyticity* – Class. Quant. Grav. *17* (2000) 3305–3316
18. H. Ringström: *Curvature blow up in Bianchi VIII and IX vacuum spacetimes* – Class. Quant. Grav. *17* (2000) 713–731
19. H. Ringström: *The Bianchi IX attractor* – Annales Henri Poincaré *2* (2001) 405–500
20. V. Moncrief: *Infinite-dimensional family of vacuum cosmological models with Taub–NUT (Newman–Unti–Tamburino)-type extensions* – Phys. Rev. D. *23* (1981) 312–315
21. V. Moncrief: *Neighbourhoods of Cauchy horizons in cosmological spacetimes with one Killing field* – Ann. of Phys. *141* (1982) 83–103
22. V. Moncrief, J. Isenberg: *Symmetries of cosmological Cauchy horizons* – Commun. Math. Phys. *98* (1983) 387–413
23. J. Isenberg, V. Moncrief: *Symmetries of cosmological Cauchy horizons with exceptional orbits* – J. Math. Phys. *26* (1985) 1024–1027
24. H. Friedrich, I. Rácz, R.M. Wald: *On rigidity of spacetimes with stationary event- or compact Cauchy horizons* – Commun. Math. Phys. *204* (1999) 691–707
25. I. Rácz: *On further generalization of the rigidity theorem for spacetimes with a stationary event horizon or a compact Cauchy horizon* – Class. Quant. Grav. *17* (2000) 153–178

MEGEMLÉKEZÉSEK

PÁL LÉNÁRD 80 ÉVES



A mindig tettre kész, a célratörő, intézmények és a tudományos élet szervezője és vezetője, az élénk érdeklődésű kutató, a fiatalság minden pozitív tulajdonságával rendelkező *Pál Lénárd* ez év novemberében tölti be 80. évét. Hihetetlennek tűnik ez még annak számára is, aki őt csak távolabbról ismerte, de aki közelebbről, annak szinte elképzelhetetlen.

Pál Lénárd ahhoz a fizikusnemzedékhez tartozik, amelyik közvetlenül a II. Világháború után, tele lelkesedéssel és fényes távlatokkal kezdte pályáját, amikor a fizika „nagyhatalomként” jelent meg, és az egyre sötétedő politikai háttér mellett és ellenére a tudományos kutatás Magyarországon soha nem látott támogatásban részesült. Az első fizikus vándorgyűléseknek, a KFKI alapításának, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat aktivizálódásának és a *Fizikai Szemle* indulásának ideje ez.

A tehetséges, fiatal Pál Lénárd a moszkvai aspirantúra után tevékenyen vesz részt a magyar tudományos életben, 1953-tól már tudományos osztályvezető a KFKI-ban, és ahogy haladunk előre az időben, egyre nehezebb lenne felsorolni tisztségeit, megbízatásait és kitüntetéseit,