

Megoldott feladatok

Kémia – FIRKA 2019-2020/4.

K. 937.

1. A periódusos rendszer azonos vízszintes sorának két szomszédos eleme atomjainak proton és elektron számának összege 54. Nevezzétek meg ezt a két elemet!

Megoldás: A két elem rendszáma legyen Z_1 és Z_2 , a feladat kijelentése szerint $Z_2 = Z_1 + 1$

A rendszám a magban levő protonok számával egyenlő. A semleges atomban a magban levő protonok száma egyenlő az elektronhéj elektronjainak számával, ezért a Z_1 rendszámú elem atomjában a protonok és elektronok számának összege $2Z_1$, a Z_2 rendszámú elem atomjában a protonok és elektronok számának összege $2Z_1 + 1$, akkor:

$$54 = 4Z_1 + 2, \text{ ahonnan } Z_1 = 13 \text{ (alumínium) és } Z_2 = 14 \text{ (szilícium).}$$

2. Két elem, X és Y egymással vegyülve az X_2Y_3 és XY_2 vegyületet eredményezi. Amennyiben 0,15 mol X_2Y_3 tömege 11,4 g és 0,15 mol XY_2 tömege 6,9 g, melyik kémiai elemet jelöltük X és Y vegyjelekkel?

Megoldás: Az X_2Y_3 vegyületet 1-es indexszel, az XY_2 vegyületet jelöljük 2-es indexszel.

$$\text{Akkor: } m_1/M_1 = 0,15 \quad m_2/M_2 = 0,15 \quad M_1 = 11,4/0,15 \quad M_1 = 76 \\ M_2 = 6,9/0,15 \quad M_2 = 46$$

$$2M_X + 3M_Y = 76$$

$$M_X + 2M_Y = 46 \quad \text{ahonnan } M_Y = 16 \text{ és } M_X = 14.$$

Tehát az X elem a nitrogén és az Y oxigén.

3. Az ólom és az ón alacsony olvadáspontú fémek, olvadáskor keverednek ötvözetet képezve. Köri tevékenységen a megfelelő munkavédelmi szabályok betartásával három féle összetételű keveréket olvasztottak meg: a.) 10 g ólom + 5 g ón, b.) 10 g ón + 5 g ólom, c.) 7,5 g ólom + 7,5 g ón. A három azonos tömegű keverék közül melyik tartalmazta a legtöbb és melyik a legkevesebb fématomot? Érvelj elméleti ismereteid alapján, majd igazold válaszodat számítással!

Megoldás: Ahogy azt már Avogadro megállapította, függetlenül az elem minőségétől egy mólnyiban azonos számú ($6 \cdot 10^{23} = N$) atom van, tehát ν mólnyiban $\nu \cdot N$. A moláros mennyisége az anyagnak a tömegével egyenesen, a molekulatömegével fordítottan arányos ($\nu = m/M$)

Mivel $M_{Sn} = 119 \text{ g/mol}$ és $M_{Pb} = 207 \text{ g/mol}$, a keverékekben az atomok száma, $n = (\nu_{Sn} + \nu_{Pb})N$

$$a.) n = (5/119 + 10/207) \cdot N \quad b.) n = (10/119 + 5/207) \cdot N \quad c.) n = (7,5/119 + 7,5/207) \cdot N$$

A legtöbb atomot a b.) keverék, a legkevesebb atomot az a.) keverék tartalmazza.

4. Kristálycukorból (minden molekulája 12 atom szén, 22 atom hidrogént és 11 atom oxigént tartalmaz) vízzel különböző összetételű szirupot készítettek: a.) 100 g 10%, b.) 100 g 60%-os. Melyik oldatot tartalmazó edényben van több molekula?

Megoldás:

$$a.) \text{ oldatban } 90 \text{ g víz} + 10 \text{ g cukor} \quad b.) \text{ oldatban } 40 \text{ g víz} + 60 \text{ g cukor}$$

$$M_{\text{víz}} = 18 \quad M_{\text{cukor}} = 12 \cdot 12 + 22 + 11 \cdot 16 = 342$$

1 mólnyi anyagban $6 \cdot 10^{23}$ molekula van és a tömege annyi gramm, ahány a relatív molekulatömege, kiszámítható az oldatokban levő víz és cukor molekulák száma:

$$a.) \text{ oldatban } n_a = (90 / 18 + 10 / 342) \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ molekula}$$

$$b.) \text{ oldatban } n_b = (40 / 18 + 60 / 342) \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ molekula}$$

$$n_a > n_b$$

5. Egy elem gőze kétatomos molekulákból áll. A gőz 100 ml-ének tömege normál körülmények között mérve, 0,714 g. Melyik elem atomjáról van szó, ha annak magjában tízzel több neutron van, mint proton?

Megoldás: Gázállapotú anyag 1 móljának normál körülmények között a térfogata $22,4 \text{ dm}^3$

$0,1 \text{ dm}^3$ tömege ... $0,714 \text{ g}$

$$22,4 \text{ dm}^3 \quad \dots \quad 2M_X \quad \text{ahonnan } M_X = 80$$

$$Z + Z + 10 = 80 \quad Z = 35 \quad \text{tehát az X elem a Br}$$

6. Mekkora tömegű víz tartalmaz ugyanakkora számú oxigénatomot, mint amennyi 66 g szén-dioxidban található?

$$\textbf{Megoldás: } M_{\text{CO}_2} = 44 \text{ g/mol} \quad \nu_{\text{CO}_2} = 66/44 = 1,5 \text{ mol}$$

CO_2 -ban 1 mólnyi szén két mólnyi oxigént köt meg, tehát a 66g CO_2 -ban 3 mólnyi oxigén atom van. A vízben (H_2O) mólónként egy mólnyi oxigén van, tehát 3 mólnyi oxigén három mólnyi vízben van, aminek tömege $3 \cdot M_{\text{H}_2\text{O}} = 3 \cdot 18 = 54 \text{ g}$.

7. Egy elem (X) oxigénnel reagálva X_3O_5 atomviszonyt kifejező képletű anyaggá alakul. Határozzuk meg az X elem atomtömegét, ha 0,718 g elemi állapotú X reakciójakor 1,118 g oxid keletkezett!

Megoldás: a 0,718 g elemi állapotú X $1,118 - 0,718 = 0,400 \text{ g}$ oxigént köt meg

$$3M_X \quad \dots \quad 5 \cdot 16 \text{ g O}$$

$$0,718 \text{ g} \dots 0,400 \text{ g, ahonnan } M_X = 47,86$$

Az elemek atomtömege táblázata alapján az X elem a titán (Ti).

8. Melyik az a két-vegyértékű fém, amely bromidjából 0,367 g-ot ha klórral kezelnek, 0,278 g klorid keletkezik?

Megoldás: a feltételezett kémiai változás reakcióegyenlete: $M\text{Br}_2 + \text{Cl}_2 = M\text{Cl}_2 + \text{Br}_2$

$$0,367 \text{ g } M\text{Br}_2 \quad \dots \quad 0,278 \text{ g } M\text{Cl}_2$$

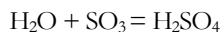
$$M_M + 160 \quad \dots \quad M_M + 71, \quad \text{ahonnan } M_M = 207, 207 \text{ az ólom atomtömege.}$$

9. Milyen töménységű oldat készíthető 20g kén-trioxidnak 100 g vízben való oldásakor? Ugyanennyi vízben mekkora mennyiségű kén-trioxidot kéne oldani ahhoz, hogy vegy-tiszta kénsavat kapjunk?

Megoldás: $M_{\text{SO}_3} = 80 \text{ g/mol}$ $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g/mol}$

$$\text{Oldás előtt: } \nu_{\text{SO}_3} = 20/80 = 0,25 \text{ mol} \quad \nu_{\text{H}_2\text{O}} = 100/18 = 5,55 \text{ mol}$$

Vízben oldva a kén-trioxid reagál a vízzel kénsav képződés közben, ami a feleslegben levő vízben oldódik:



$$1 \text{ mol} \quad 1 \text{ mol} \quad 1 \text{ mol}$$

A 0,25 mol SO_3 0,25 mol vízzel reagál, miközben 0,25 mol kénsav képződik, aminek a tömege $0,25 \cdot 98 = 24,5$ g, és marad $5,55 - 0,25 = 5,3$ mol nem reagált víz.

A képződött oldat tömege $24,5 + 5,3 \cdot 18 = 119,95$ g

119,95 g old. ... 24,5 g H_2SO_4

100 g $x = 20,43$ g Az oldat 20,43 tömeg%-os töménységű

A reakcióegyenlet szerint 5,55 mol vízhez 5,55 mol SO_3 szükséges, hogy vízmentes kénsvat kapjunk. A szükséges SO_3 tömege $5,55 \cdot 80 = 444$ g.

10. Két pohár mindegyike 150 g vizet tartalmaz. Az egyikben 3 g sót, a másikban 30 g sót oldottak. Mekkora a két pohárban a sóoldatok tömegszázalékos töménysége? Egy nagyobb edénybe a két pohár tartalmát összetöltötték. Az így nyert keveréknek mekkora a tömegszázalékos só tartalma?

Megoldás: a poharakban levő oldatok töménységének kiszámítása:

$$\begin{array}{ll} 1. m_{\text{old.}} = 153 \text{ g} & 153 \text{ g old. ... } 3 \text{ g só} \\ & 100 \text{ g ... } x = 1,9\text{g} \\ & C_{\text{old.}} = 1,9\% \end{array} \qquad \begin{array}{ll} 2. m_{\text{old.}} = 180 \text{ g} & 180 \text{ g old. } 30 \text{ g só} \\ & 100 \text{ g ... } x = 16,66\text{g} \\ & C_{\text{old.}} = 16,66\% \end{array}$$

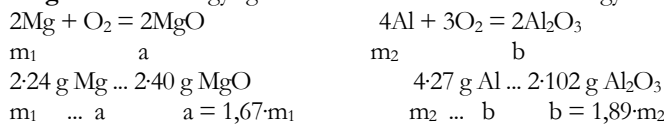
A két oldat összekeverésekor az elegy tömege 333g, amiben 33g oldott só van.

333 g oldat ... 33 g só

$$100 \text{ g old. } x = 9,91 \text{ g} \quad C_{\text{elegy}} = 9,91\%$$

11. Milyen tömegszázalékos összetételű az a magnézium-alumínium elegy, amelyet elégetve olyan terméket kaptak, amelynek tömege 1,86-szorosa volt a fémkeverék tömegének teljes reakciót feltételezve?

Megoldás: a fémkeverék égésekor a kémiai változások reakcióegyenletei:



$$1,67 \cdot m_1 + 1,89 \cdot m_2 = (m_1 + m_2) \cdot 1,86$$

$m_1 + m_2 = 100$ mivel a tömegszázalékos összetétel a 100 tömegegységben levő komponensek tömegét fejezi ki, akkor a két egyenletből $m_1 = 13,64$ g és $m_2 = 86,36$ g.

12. Összekeverünk 50 g 1,1%-os HCl-oldatot 50 g 3,4%-os ezüst-nitrát oldattal. Magyarázd a történetet. Határozd meg a folyadékelegy anyagmennyiség-százalékos (mol %) és tömegszázalékos összetételét! (a felsőbb osztályos tanulók számítsák ki a folyadékelegy pH értékét!)

Megoldás:

50 g 1,1%-os HCl oldat 0,55 g HCl-ot tartalmaz, ami $0,55/36,5 = 0,015$ mol

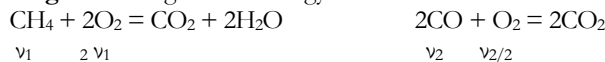
50 g 3,4%-os AgNO_3 oldat 1,7 g AgNO_3 -ot tartalmaz, ami $1,7/170 = 0,01$ mol

$\nu_{\text{HCl}} > \nu_{\text{AgNO}_3}$ A lehetséges reakcióban: $\text{HCl} + \text{AgNO}_3 \rightarrow \text{AgCl} + \text{HNO}_3$ az AgNO_3 teljes mennyisége átalakul, az AgCl a vízben gyakorlatilag nem oldódó anyag kiválik az oldatból, amelyben a víz mellett a feleslegben levő HCl és a keletkezett HNO_3 (ezek erős, egybázisú savak, teljes mértékben disszociálnak vízben) található.

A keletkezett csapadék tömege: $0,01 \cdot M_{AgCl} = 1,435 \text{ g}$
A reakció után az oldat tömege $100 - 1,435 = 98,565 \text{ g}$, amiben víz mellett $0,05 \text{ mol HCl}$ ($1,83 \text{ g}$), $0,01 \text{ mol}$ ($0,63 \text{ g}$) HNO_3 található.
 $m_{\text{víz}} = 98,565 - (1,83 + 0,63) = 96,11 \text{ g}$
 $98,565 \text{ g old.} \dots 96,1 \text{ g H}_2\text{O} \dots 1,82 \text{ g HCl} \dots 0,63 \text{ g HNO}_3$
 $100 \text{ g} \dots x = 97,49 \dots y = 1,84 \dots z = 1,03$
Az oldat tömegszázalékos összetétele: $97,49\% \text{ HCl}$, $1,84\% \text{ HCl}$, $1,03\% \text{ HNO}_3$
 $v_{\text{H}_2\text{O}} = 96,1/18 = 5,34 \text{ mol}$
 $5,34 + 0,05 + 0,01 = 5,4 \text{ mol old.} \dots 0,05 \text{ mol HCl} \dots 0,01 \text{ mol HNO}_3 \dots 5,34 \text{ mol H}_2\text{O}$
 $100 \text{ mol} \dots x = 0,93 \dots y = \dots 0,19 \dots z = 98,89$

13. Metánból és szén-monoxidból álló gázelegyből 30 dm^3 elégetéséhez 24 dm^3 azonos állapotú oxigénre volt szükség. Határozzuk meg a kiindulási gázelegy térfogat-százalékos összetételét!

Megoldás: az égési reakciók egyenletei:



Anyagi minőségtől függetlenül gázállapotban azonos anyagmennyiségű anyagok térfogata azonos, ha az állapothatározóik (hőmérséklet és nyomás) azonosak. Ezért írhatjuk:

$$V_1 + V_2 = 30$$

$$2V_1 + V_2/2 = 24 \quad \text{ahonnan } V_1 = 6 \text{ dm}^3 \quad \text{és } V_2 = 24 \text{ dm}^3$$

$$30 \text{ dm}^3 \text{ elegy} \dots 6 \text{ dm}^3 \text{ CH}_4$$

$100 \dots x = 20$ Tehát a gázelegy $20 \text{ tf.}\%$ metánt és $100 - 20 = 80 \text{ tf.}\%$ CO-t tartalmazott.

14. Az alkének homolog sorából két szomszédos tag echimolekuláris elegyének 98 grammja standard körülmények között 49 dm^3 térfogatot foglal el. Határozd meg az elegyet alkotó szén-hidrogének molekulaképletét!

Megoldás: a két alkén legyen: 1) C_nH_{2n} és 2) $\text{C}_{(n+1)}\text{H}_{2(n+1)}$

Moláris tömegeik: $M_1 = 14n$ $M_2 = 14n + 14$. anyagmennyiségük: $v_1 = v_2 = v$

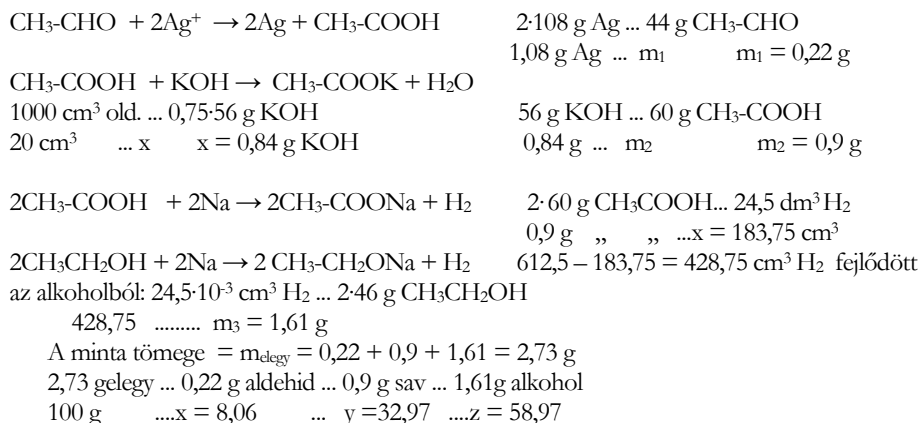
$$2 \cdot v \cdot 24,5 \text{ dm}^3/\text{mol} = 49 \text{ dm}^3 \quad \text{ahonnan } v = 1 \text{ mol}$$

$$98 = 14n + 14n + 14 \quad n = 3$$

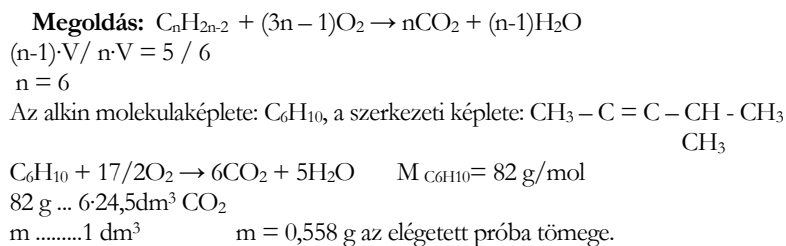
Tehát a két alkén molekulaképlete: C_3H_6 és C_4H_8 .

15. Etanolt, acetaldehidet és ecetsavat tartalmazó ismeretlen összetételű elegynek három, azonos tömegű mintáját vizsgálták: a.) az első ammóniás ezüstnitrát oldatból $1,08 \text{ g}$ ezüstöt választott le; b.) a második 20 cm^3 $0,75 \text{ m KOH}$ -oldattal közömbösíthető; c.) a harmadik feleslegben használt fémes nátriummal $612,5 \text{ cm}^3$ standard állapotú hidrogéngázt fejlesztett. Számítsuk ki az analízisre felhasznált minta tömegét és tömeg- illetve mól-százalékos összetételét!

Megoldás: az elegy komponensei közül az ezüst-nitrátot csak az acetaldehid képes redukálni ezüstré, míg bázis oldattal (KOH) csak az ecetsav reagál, míg fémes nátriummal az etanol és az ecetsav is hidrogént fejleszt. A reakciók egyenletei:



16. Egy alkin mennyiségi vegyi elemzésénél az égetéskor keletkező vízgőz és széndioxid térfogatának aránya 5/6. A molekulában nem tudtak kimutatni másodrendű szénatomot. Írd fel az alkin molekula és szerkezeti képletét, s határozd meg, hogy mekkora tömegű próbát égettek, ha 1 dm³ standard állapotú CO₂ keletkezett égetése során!

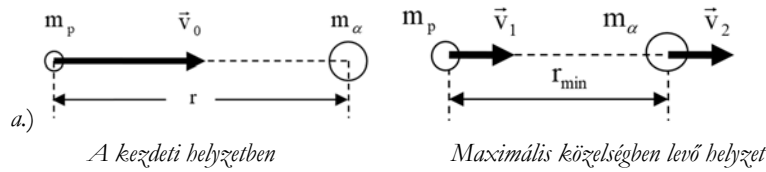


Máthé Enikő

Fizika – FIRKA 2019-2020/1

F. 609. Egy proton $v_0 = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ nagyságú sebességgel közeledik egy nyugalomban levő (de nem rögzített) α részecske felé. A proton \vec{v}_0 sebességvektorának a tartóegyenese áthalad az α részecske középpontján. a) Mekkora lesz a két részecske közötti minimális távolság? b) Határozzuk meg a részecskék sebességét a maximális közelség pillanatában!

Megoldás



Az impulzus és az energia megmaradásának tétele értelmében írhatjuk:

$$\begin{cases} m_p \cdot \vec{v}_0 = m_p \cdot \vec{v}_1 + m_\alpha \cdot \vec{v}_2 \\ \frac{m_p \cdot v_0^2}{2} + E_{p0} = \frac{m_p \cdot v_1^2}{2} + \frac{m_\alpha \cdot v_2^2}{2} + E_p \end{cases}$$

Figyelembe véve, hogy $m_\alpha = 4 \cdot m_p$ és nagy távolságban $E_{p0} = 0$, kapjuk:

$$\begin{cases} v_0 = v_1 + 4 \cdot v_2 \\ \frac{m_p \cdot v_0^2}{2} = \frac{m_p}{2} \cdot (v_1^2 + 4 \cdot v_2^2) + E_p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_0 - 4 \cdot v_2 \\ E_p = \frac{m_p}{2} \cdot (v_0^2 - v_1^2 - 4 \cdot v_2^2) \end{cases}, \text{ ahonnan}$$

$$E_p = \frac{m_p}{2} \cdot [v_0^2 - (v_0 - 4 \cdot v_2)^2 - 4 \cdot v_2^2] = -10 \cdot m_p \cdot \left(v_2^2 - \frac{2}{5} \cdot v_0 \cdot v_2 \right) =$$

$$= -10 \cdot m_p \cdot \left[\left(v_2 - \frac{1}{5} \cdot v_0 \right)^2 - \frac{v_0^2}{25} \right].$$

Innen látható, hogy a potenciális energia maximális, ha $v_2 = v_0/5$, következésképp:

$$E_{p\max} = \frac{2}{5} \cdot m_p \cdot v_0^2 \Rightarrow \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{e \cdot 2 \cdot e}{r_{\min}} = \frac{2}{5} \cdot m_p \cdot v_0^2.$$

A részecskék közötti minimális távolság tehát

$$r_{\min} = \frac{\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 2 \cdot e^2}{\frac{2}{5} \cdot m_p \cdot v_0^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{\frac{2}{5} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (5 \cdot 10^6)^2} = 2,759 \cdot 10^{14} \text{ (m)}.$$

b.) A két részecske sebessége a maximális közelség pillanatában:

$$\begin{cases} v_1 = v_0 - 4 \cdot v_2 \\ v_2 = v_0/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_0/5 \\ v_2 = v_0/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 10^6 \text{ m/s} \\ v_2 = 10^6 \text{ m/s} \end{cases}$$

Megjegyzés: a legkisebb távolság elérésekor a két részecske sebessége egyenlő nagyságú lesz, tehát a két részecske addig közeledik egymáshoz, amíg sebességeik egyenlővé nem válnak.

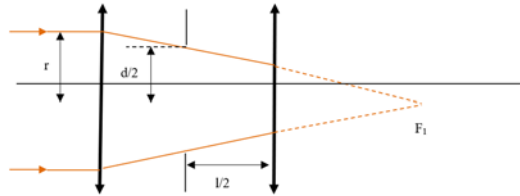
F. 610. Egy optikai rendszer két egyforma lencséből áll. Az $f=30 \text{ cm}$ fókusztávolságú és $D=4 \text{ cm}$ átmérőjű lencsék egymástól $l=6 \text{ cm}$ távolságra vannak elhelyezve. A lencsék között, a közöttük levő távolság felénél egy $d=2 \text{ cm}$ átmérőjű diafragma található. Határozzuk meg az optikai rendszer által alkotott holdkép megvilágítását, ha a Hold a Föld felszínén az optikai rendszer nélkül $E_0=0,2 \text{ lx}$ megvilágítást létesít és a Hold látószöge a Földről $\theta=\pi/360 \text{ rad}$.

Megoldás

A Holdről az optikai rendszerre érkező fénynyalábot párhuzamos fénysugarak alkotják. Előbb meghatározzuk annak a virtuális körnek az r sugarát, amely azt az optikai rendszerre eső fénysugarat határolja, amelyik teljes egészében részt vesz a Hold képének a megalkotásában:

$$\frac{r}{\frac{d}{2}} = \frac{f}{f - \frac{1}{2}} \Rightarrow r = \frac{d \cdot f}{2 \cdot f - d} \Rightarrow r = \frac{2 \cdot 30}{2 \cdot 30 - 6} = \frac{10}{9} \text{ (cm)} \approx 11,11 \text{ (mm)}$$

Mivel $D/2 > r$ következik, hogy az első lencsére eső fénycsugár csak egy része fog hozzájárulni az optikai rendszer által alkotott holdkép megalkotásához, és ennek megvilágítását eredményezi.



Folytassuk az optikai rendszer által létesített holdkép nagyságának a kiszámításával! Alkalmazzuk a lencsékre vonatkozó két alapösszefüggést az első lencsére:

$$\begin{cases} \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f} \\ \beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{f \cdot x_1}{f + x_1} \\ y_2 = \frac{x_2 \cdot y_1}{x_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{f}{1 + \frac{f}{x_1}} \approx f, \text{ mert } -x_1 \gg f \\ y_2 = \frac{f \cdot y_1}{f + x_1} = \frac{y_1}{-x_1} \cdot \frac{f}{\frac{f}{-x_1} - 1} \approx -0 \cdot f. \end{cases}$$

A számítások mutatják, hogy a Hold képét az első lencse saját fókuszsíkjában alkotja meg, amely átmérőjének a nagysága:

$$y_2 = -(\pi/360) \cdot 30 \text{ cm} = -0,262 \text{ cm} = -2,62 \text{ mm.}$$

Az első lencse által alkotott holdkép virtuális tárgyként szolgál a második lencsének:

$$\begin{cases} \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_1'} = \frac{1}{f} \\ \beta' = \frac{y_2'}{y_1'} = \frac{x_2'}{x_1'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2' = \frac{f \cdot x_1'}{f + x_1'} \\ y_2' = \frac{x_2' \cdot y_1'}{x_1'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2' = \frac{f \cdot (f - 1)}{2 \cdot f - 1} \\ y_2' = \frac{f \cdot y_2}{2 \cdot f - 1} \text{ mert } y_1' = y_2. \end{cases}$$

Az optikai rendszer által alkotott holdkép a második lencsétől

$$x_2' = \frac{30 \cdot (30 - 6)}{2 \cdot 30 - 6} \text{ cm} \approx 13,33 \text{ cm}$$

távolságra keletkezik, és

$$y_2' = \frac{30 \cdot (-0,262)}{2 \cdot 30 - 6} \text{ cm} \approx -0,146 \text{ cm} = -1,46 \text{ mm}$$

átmérőjű lesz.

Az optikai rendszerre eső fényfluxus, amelyet az r sugarú virtuális kör határol, egyenlő az optikai rendszer által alkotott holdképre eső fénycsugárral:

$$\pi \cdot r^2 \cdot E_o = \pi \cdot \left(\frac{y_2'}{2}\right)^2 \cdot E \Rightarrow E = 4 \cdot E_o \left(\frac{r}{y_2'}\right)^2 = 4 \cdot 0,2 \cdot \left(\frac{11,11}{-1,46}\right)^2 \text{ lx} = 46,32 \text{ lx}$$

F. 611. A J. Chadwick (1932) által felfedezett neutron béta-bomlással alakul át az alábbi magfolyamat szerint: ${}^1_0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{p} + \text{e}^- + \bar{\nu}$.

- a.) Számítsuk ki az elektronok legnagyobb kinetikus energiáját és az ennek megfelelő impulzus értékét!
 b.) Mekkora az ezzel a kinetikus energiával rendelkező elektronokhoz rendelt hullámhossz értéke?
 c.) Mekkora sebességgel mozognak ezek az elektronok?
 Adatok: $m_n = 1,008665u$, $m_p = 1,007276u$, $m_e = 1u/1822$, $h = 6,625 \cdot 10^{-31}\text{J} \cdot \text{s}$.

Megoldás

a.) Alkalmazzuk erre a magfolyamatra az energia és az impulzus megmaradásának a tételét:

$$\begin{cases} E_k = E_v \\ \vec{p}_k = \vec{p}_v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_n \cdot c^2 = m_p \cdot c^2 + E_{kp} + m_e \cdot c^2 + E_{ke} + E_{kv} \\ 0 = \vec{p}_p + \vec{p}_e + \vec{p}_v \end{cases}$$

Az E_{ke} akkor maximális, ha $E_{kv} \approx 0$ és $\vec{p}_v \approx 0$, következésképp

$$\begin{cases} m_n \cdot c^2 = m_p \cdot c^2 + E_{kp} + m_e \cdot c^2 + E_{ke} \\ p_p = p_e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m_n - m_p - m_e) \cdot c^2 = E_{kp} + E_{ke} \\ \sqrt{E_p^2/c^2 - m_p^2 \cdot c^2} = \sqrt{E_e^2/c^2 - m_e^2 \cdot c^2} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q = E_{kp} + E_{ke} \\ (m_p \cdot c^2 + E_{kp})^2 - m_p^2 \cdot c^4 = (m_e \cdot c^2 + E_{ke})^2 - m_e^2 \cdot c^4 \Rightarrow \\ E_{kp} = Q - E_{ke} \\ (E_{kp} \cdot (2 \cdot m_p \cdot c^2 + E_{kp})) = E_{ke} \cdot (2 \cdot m_e \cdot c^2 + E_{ke}) \Rightarrow \\ (Q - E_{ke}) \cdot (2 \cdot m_p \cdot c^2 + Q - E_{ke}) = E_{ke} \cdot (2 \cdot m_e \cdot c^2 + E_{ke}), \end{cases}$$

ahonnan

$$E_{ke} = \frac{\frac{Q}{2} + m_p \cdot c^2}{1 + \frac{(m_p + m_e) \cdot c^2}{Q}} = \frac{(m_n - m_e)^2 - m_p^2}{2 \cdot m_n} \cdot c^2$$

és számértékekkel:

$$E_{ke} = \frac{(1,008665 - 1/1822)^2 - 1,007276^2}{2 \cdot 1,008665} \cdot 931,5 \text{MeV} = 0,781850 \text{MeV}.$$

A maximális kinetikus energiával rendelkező elektronok impulzusa:

$$p_e = \sqrt{(E_e/c)^2 - m_e \cdot c^2} = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{(E_{ke} + m_e \cdot c^2)^2 - m_e^2 \cdot c^4} = \frac{E_{ke}}{c} \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot m_e \cdot c^2}{E_{ke}}},$$

amely számértéke

$$p_e = \frac{0,78185 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}}{3 \cdot 10^8 \text{m/s}} \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 931,5 \text{MeV}}{1822 \cdot 0,78185 \text{MeV}}} = 6,334629 \cdot 10^{-22} \text{N} \cdot \text{s}.$$

b.) A p_e impulzussal rendelkező elektronokhoz rendelhető hullámhossz a de Broglie-egyenlet alapján számítható ki:

$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}}{6,334629 \cdot 10^{-22} \text{N} \cdot \text{s}} = 1,045839 \cdot 10^{-12} \text{m} = 1,045839 \text{pm}.$$

c.) A elektronok maximális sebességét a p_e impulzus relativisztikus formájából kapjuk:

$$p_e = \frac{m_e \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$v = \frac{p_e}{\sqrt{\frac{p_e^2}{c^2} + m_e^2}} = \frac{6,334629 \cdot 10^{-22} \text{ N} \cdot \text{s}}{\sqrt{\left(\frac{6,334629 \cdot 10^{-22} \text{ N} \cdot \text{s}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}\right)^2 + (9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg})^2}}$$

$$= 0,275504 \cdot 10^9 \text{ m/s} = 275504 \text{ km/s.}$$

Ferenczi János, Nagybánya

híradó

Természettudományos hírek

Új módszerek és eredmények az antibiotikum-kutatásban

Antibiotikumoknak azokat az anyagokat nevezték, amelyeket mikroorganizmusok termelnek más mikroorganizmusok ellen az adott környezetben a saját túlélésük biztosítására. Az első ilyen szer az 1928-ban A. Fleming (1881–1955) által felfedezett penicillin volt, amit a penicillium notatum nevű penészgomba termel. Felfedezéséért 1945-ben Fleming megosztott Nobel-díjban részesült.

A XX. sz. közepétől a kutatók nagyszámú szintetikus vegyületet próbáltak ki antibiotikumként. A gyógyszeriparban rohamos fejlődésnek indult a különböző antibiotikumok előállítására. Változatos összetételű, a penicillinnel rokon antibiotikumokat állítottak elő, melyekről tudott, hogy a glikopeptidok családjába tartoznak. Ebbe a családba tartozó újabb és újabb antibiotikum készítmények hatásmechanizmusa abban rejlik, hogy gátolják a baktériumsejteket kívülről védő sejtfal felépülését. A gyógykezelések során a már hosszabb ideje használt antibiotikumokról kiderült, hogy hatékonyságuk időben rohamosan csökken. A mikroorganizmusok fokozatosan ellenálltak a gyógykezelésben használt antibiotikumoknak, rezisztensekké váltak azokkal szemben. A rezisztens fajok és törzsek egyre nehezebbé teszik egyes, régebben jól kezelhető betegségek gyógyítását antibiotikumokkal. A rendelkezésre álló antibiotikumokra rezisztens kórokozó törzsek azonban rohamosan terjednek a világon.

Igazán új, hatékony antibiotikumot legalább két évtizede nem sikerült találni annak ellenére, hogy óriási szükség lenne rá a fertőző betegségek kezelésében. Világszerte lázas kutatótevékenység folyik a biokémikusok, vegyészek, gyógyszerészek laboratóriumaiban az antibiotikumokkal szembeni rezisztencia titkának kiderítésére és legyőzésére.

Az eddigi eredmények következtetéseiből megállapították, hogy a mikroorganizmusok antibiotikum rezisztenciája lehet fajra jellemző, vagy szerzett. A szerzett antibiotikum-ellenállás azt eredményezi, hogy a korábban hatékony antibiotikumok már nem gátolják az adott törzs terjeszkedését, vagy nem irtják ki az adott törzset. A kutatások eredményeként megállapították, hogy a kórokozónak az a képessége, hogy egy antibiotikum hatását ki tudja védeni, genetikai változás következménye. Ezért az újabb eredményeket a génkutatás terén remélik a kutatók. A közelmúltban megsokasodtak a rangos tudományos lapokban közölt kutatási eredmények e területről (www.nature.com/articles/41598-020-60952-0).