

K. 851. Egy 50L térfogatú tartályban 0°C hőmérsékleten és 100atm nyomáson nitrogén található. Mekkora tömegű gázt engedtek ki a tartályból, ha azonos hőmérsékleten a részleges kiürítés után a nyomás a tartályban az eredeti érték ötödére csökkent?

Megoldás: Ki kell számítanunk, hogy kezdetben (1. állapot) és a gáz egy részének távozása után (2. állapot) mekkora anyagmennyiség volt a tartályban. Amennyiben a nyomás 1/5-re csökkent, azt jelenti, hogy 20atm volt a nyomás a tartályban a gáz kiengedése után. Az általános gáztörvény egyenlete szerint: $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$ Az ismert értékek behelyettesítésével:

$$v_1 = 100 \cdot 50 / RT \quad v_2 = 20 \cdot 50 / RT \quad R = V_o \cdot p_o / T_o \quad V_o = 22,4L$$

$$p_o = 1 \text{atm} \quad T_o = 273K \quad T = T_o$$

$$\text{A kiengedett nitrogén tömege } m_{N_2} = (v_1 - v_2) M_{N_2} = 80 \cdot 50 \cdot 28 / 22,4 = 5000g$$

Hibaigazítás: a **K. 852.** feladat szövegét adathiánnyal közöltük, ezért egyértelmű megoldása nem lehetséges!

Fizika

Firka 2016-17/1. – 48. o.

F. 572.

Az első, a taszított golyó nyugalomból ($v_{10} = 0$) indul, és az első ütközésig *egyenletesen gyorsul* $a = F/m$ gyorsulással.

A d távolságot t' idő alatt futja be, vagyis $d = a \cdot t'^2 / 2$, honnan $t' = \sqrt{2d/a} = \sqrt{2md/F}$, és így az ütközés előtti sebessége: $v_1(\ddot{u}.e.) = at' = \sqrt{2dF/m}$.

a). A golyók ütközése *tökéletesen rugalmas*, és mivel a tömegük egyenlő „sebességet cserélnek”; (impulzus és mozgási energia megmaradási törvénye ...).

Ezért az első golyó másodikkal való ütközése után leáll $v_1(\ddot{u}.u.) = 0$, és majd újra elkezd gyorsulni, amely aztán állandóan ismétlődik. Így a lökött golyó középsebessége:

$$\bar{v}_1 = \frac{v_1(\ddot{u}.e.) + v_{10}}{2} = \frac{\sqrt{2dF/m} + 0}{2} = \sqrt{\frac{dF}{2m}}$$

A második golyó – mivel rá nem hat erő – egyenletesen haladva teszi meg a d távolságot a szerzett $v_{20} = v_1(\ddot{u}.e.) = \sqrt{2dF/m}$ sebességgel. Ezzel ütközik a harmadik golyóval, melynek „átadva” sebességét megáll ... és így tovább.

$$\text{A } d \text{ befutásához szükséges idő } (t''): t'' = \frac{d}{v_{20}} = \sqrt{\frac{md}{2F}}$$

Ütközve a harmadik golyóval, a *zavar*, vagyis a „lökéshullám” azonnal továbbjut magán a harmadik golyón is (befutva a D átmérőnyi utat). A golyó anyagában a *longitudinális hullám* sokkalta gyorsabban terjed, mint a golyók mozgása, ezért a zavar golyón való átjutását pillanatszerűnek tekintjük. Így, mivel a hullámfront, vagyis a *lökéshullám*

$$t'' \text{ idő alatt } (d+D) \text{ utat tesz meg, sebessége: } v_{th} = \frac{d+D}{t''} = (d+D) \sqrt{\frac{2F}{md}}$$

A hullámfront és a taszítás sebességeinek aránya: $f_{a.}) = \frac{v_{lh}}{v_t} = (d+D) \frac{\sqrt{2F/(dm)}}{\sqrt{dF/(2m)}} = 2 \cdot \left(1 + \frac{D}{d}\right)$.

Sajátos esetben, ha a golyók mérete kicsi $D \ll d$, akkor $f_{a.}) \approx 2$.

b). Ha a golyók ütközése *teljesen rugalmatlan*, az ütköző golyók összetapadnak és együtt haladnak tovább. Ha a taszítás elég hosszú ideje tart, az ütközés már nagyszámú golyóra terjedt ki ($n \gg 1$), akkor a taszítási (v_t), valamint a golyósoron a hullámfront, vagyis a – lökés/hullám – sebessége (v_{lh}) állandósul.

Legyen $n \gg 1$ melyre már állandósult a sebesség. Az F erővel taszított – összetapadt n golyó – a taszítási sebességgel Δt idő alatt futja be a d távolságot, ahhoz, hogy beleütközzék az előtte levő $(n+1)$ -ik golyóba, mely ettől ugyanerre a taszítási sebességre tesz szert: $\Delta t = d/v_t$. A taszító erő hatására nem nő tovább az összetapadt (n) golyósor sebessége, csak az impulzusa növekszik, mert nő a tömege minden ütközés során.

Egy ütközésnél az F erő Δt idő alatti erőlökése megadja a rendszer impulzusváltozását:

$\Delta P = F \cdot \Delta t$, vagyis $(n+1)mv_t - nmv_t = F\Delta t = F(d/v_t)$, így a taszítási sebesség: $v_t = \sqrt{Fd/m}$. A taszítás Δt ideje alatt a golyósor d távolságot tesz meg, de az ütközéssel a hullámfront már egy golyó átmérőjével (D), tovább is jutott. Ezért a hullámfront terjedési sebessége (v_{lh}): $v_{lh} = \frac{d+D}{\Delta t} = \frac{d+D}{d/\sqrt{Fd/m}}$, vagyis

$$v_{lh} = (d+D) \sqrt{\frac{F}{md}}.$$

A hullámfront és a taszítás sebességeinek aránya:

$$f_{b.}) = \frac{v_{lh}}{v_t} = \frac{(d+D)\sqrt{F/(md)}}{\sqrt{Fd/m}} = 1 + \frac{D}{d}.$$

Sajátos esetben, ha a golyók mérete kicsi $D \ll d$, akkor $f_{b.}) \approx 1$.

Észrevétel:

- Az a.) és a b.) esetben, egyaránt fennáll:

$$\bar{v}_t \cdot v_{lh} = (d+D) \frac{F}{m}; \quad [a \text{ b.) esetben } \bar{v}_t = v_t].$$

- Ugyanazt a golyósort, ugyanazzal az erővel taszítva, $\sqrt{2}$ -ször gyorsabban taszíthatjuk plasztikus ütközések esetén, mint tökéletesen rugalmas ütközéseknél, és itt épp $\sqrt{2}$ -ször lassabban terjed a hullámfront, mint a rugalmas esetben.
- Érdekes lehet a feladat megoldása, ha az ütközési szám (k) $0 < k < 1$ értéket vesz fel.

Bíró Tibor

● 2016-2017/1 ▲ 53 ■