

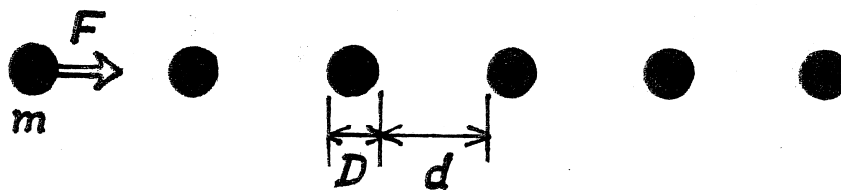
Fizika

F. 572. Egy egyenes mentén, egymástól egyenlő távolságra, nagyszámú, egyforma golyót helyezünk el. Az egyik golyóra – az egyenes irányába – mindvégig állandó erőt fejtünk ki (lökjük a golyót).

Határozzuk meg az így létrehozott zavar – lökéshullám – terjedési sebességét a golyósoron, valamint az állandóan taszított golyó átlagos sebességét, ha a golyók ütközése:

- tökéletesen rugalmas;
- teljesen rugalmatlan.

Ismertnek tekintjük a golyók m tömegét, D átmérőjét, a közöttük levő d távolságot és az F erőt. A gravitációs erőktől eltekintünk.



Bíró Tibor feladata

(A feladat megoldását lásd az 51. oldalon!)

Megoldott feladatok

Kémia – FIRKA 2015-2016/4.

K. 841. Mekkora tömegű oldott anyagot tartalmaz az a 2,5L térfogatú, 25 tömegszázalékos töménységű oldat, amelynek a sűrűsége $1,4\text{g/cm}^3$?

Megoldás: A tömegszázalékos töménység a 100g oldatban található oldott anyag (m_{oa}) tömegét adja meg. Ezért ismernünk kell az oldat tömegét. A feladatban az oldat térfogata adott. A két mennyiség aránya a sűrűség: $\rho_o = m_o/V_o$.

$$m_o = 1,4\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}\cdot 2500\text{cm}^3 = 3500\text{g}$$

100g oldat ... 25g oldott anyag

$$3500\text{g} \dots m_{\text{oa}} = 875\text{g}$$

K. 842. Mekkora a tömegszázalékos töménysége a 2M-os nátrium-hidroxid oldatnak, amelynek a sűrűsége $1,08\text{g/cm}^3$?

Megoldás: A moláros töménység az 1L oldatban található oldott anyagmennyiséget adja meg.

$$\text{Mivel } 1\text{L} = 1000\text{cm}^3$$

$$m_o = \rho_o \cdot V_o = 1080\text{g}$$

$$M_{\text{NaOH}} = 40\text{g/mol}$$

1080g old. ... 80g NaOH

100g old ... $x = 7,40\%$ Tehát az oldat 7,4%-os töménységű.

K. 843. Mekkora tömegű vizet kell elpárologtatnunk 200g 50%-os kénsav oldatból, ha 90%-os oldatra van szükségünk?

Megoldás: Az eredeti oldat tömegének fele (50%) = 100g kénsav, ennek mennyisége a párolgás során nem változik, mivel a víz forráspontja sokkal alacsonyabb mint a kénsavé. Jelöljük x-el az elpárolgott víz tömegét, akkor a végső oldat tömege 200-x lesz.

$$\begin{aligned} 200 - x \text{ g old. ... } & 100\text{g kénsav} \\ 100\text{g old. ... } & 90\text{g} \qquad \text{ahonnan } x = 188,9\text{g} \end{aligned}$$

K. 844. Mekkora a tömegszázalékos kénsavtartalma annak az elegynek, amelyet 80g 15%-os és 70g 35%-os kénsav oldatok összekeverésével nyertek?

Megoldás: $m_{\text{kev.}} = m_{01} + m_{02} = 150\text{g}$
a keverékben a feloldott anyag tömege: $m_{01} \cdot 15/100 + m_{02} \cdot 35/100 = 36,5\text{g}$
150g kev. ... 36,5g kénsav
100g kev. ... $x = 24,33\text{g}$

K. 845. Adott körülmények között a cseppfolyós víz sűrűsége 1g/cm^3 . Hányszorosára változik meg 180g cseppfolyós víznek a térfogata, miközben normálállapotú gőzzé alakul?

Megoldás: A 180g cseppfolyós víz térfogata 180cm^3 (V_1), mivel sűrűsége egységnyi. Gáz állapotban minden anyagnak, így a víznek is normál körülmények között a térfogata mólónként 22,4L. 1mol víz tömege 18g, ezért a 180g víz anyagmennyisége 10mol, tehát ennek normál térfogata 224L (V_2). $V_2/V_1 = 224 \cdot 10^3 \text{cm}^3 / 180\text{cm}^3 = 1,244 \cdot 10^3$

K. 846. Nitrogént és szén-dioxidot tartalmazó normálállapotú gázelegy sűrűsége $1,5\text{g/L}$. Mekkora ennek az elegynek a tömegszázalékos és a mólszázalékos összetétele?

Megoldás:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{kev.}} &= m_{\text{kev.}} / V_{\text{kev.}} \quad v = m/M \quad (v_1 \cdot M_1 + v_2 \cdot M_2) / (v_1 + v_2) \cdot 22,4 = 1,5 \\ M_1 &= 28\text{g/mol} \quad M_2 = 44\text{g/mol, az értékek behelyettesítése után:} \\ 10,4 v_2 &= 5,6 v_1 \quad v_1 = 1,86 v_2 \end{aligned}$$

A mólszázalékos összetétel kiszámítása: $v_1 + v_2 = 100\text{mol}$, az előbbi egyenlőséget felhasználva: $2,86 v_2 = 100\text{mol}$
 $v_2 = 34,96\text{mol}$

Tehát 34,96mol% CO_2 -ot és $(100-34,96) = 65,04\text{mol}\%$ N_2 -t tartalmaz az elegy.

A tömegszázalékos összetétel kiszámítása: $m_1 + m_2 = 100\text{g}$

$$v_1 \cdot 28 + v_2 \cdot 44 = 100 \quad (1)$$

$1,86 \cdot 28 v_2 + 44 \cdot v_2 = 100 \quad (2)$ innen $v_2 = 1,04$ Tehát 100g tömegű elegyben $1,04 \cdot 44 = 45,76\text{g}$ CO_2 és $100 - 45,76 = 54,24\text{g}$ N_2 van. Ezért az elegy tömegszázalékos összetétele: 45,76% CO_2 és 54,24% N_2 .

K. 847. Mekkora térfogatú, standard állapotú (25°C , 1atm) levegő szükséges 348g ekvimolekuláris nitrogén, szén-monoxid és hidrogén tartalmú gázelegy elégetésére?

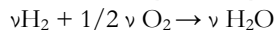
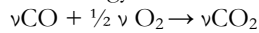
Megoldás:

$$M_{\text{N}_2} = 28\text{g/mol} \quad M_{\text{CO}} = 28\text{g/mol} \quad M_{\text{H}_2} = 2\text{g/mol}$$

Az elegyben mindenik anyagból azonos számú molekula található, tehát moláris mennyiségek számértéke ugyanaz, legyen ν :

$$\nu \cdot 28 \text{ g mol}^{-1} + \nu \cdot 28 \text{ g mol}^{-1} + \nu \cdot 2 \text{ g mol}^{-1} = 348 \text{ g} \text{ ahonnan } \nu = 6 \text{ mol}$$

Levegővel a N_2 nem égethető el, tehát nem fogyaszt oxigént. A másik két gáz égési reakcióinak egyenlete:



A CO és H_2 ből az elegyben 12 molnyi van, ennek elégetésére fele akkora mennyiségű, tehát 6 molnyi oxigénre van szükség. Standard körülményekre a moláros térfogat nagyságát az egyszerű gáztörvény segítségével számíthatjuk ki:

$$V_o/T_o = V/T, \text{ ahol a } V_o, T_o \text{ értékek a normálállapotra jellemzők (22,4L, 273K)}$$

$$\text{Mivel } T = 273 + 25 = 278\text{K}, V = 24,45\text{L. Ezért a 6mol oxigén térfogata } 6 \cdot 24,45 \text{ L.}$$

A levegő térfogatának 20%-a (1/5) oxigén, ezért az égetésre szükséges levegő térfogata $V_{\text{lev}} = 5 \cdot V_{\text{O}_2} = 5 \cdot 6 \cdot 24,45 = 733,5\text{L}$.

K. 848. Egy kísérlethez 400g 15%-os kénsav oldatra (jelöljük old_2 -vel) van szükség. A laboratóriumban csak 40%-os oldat található (jelöljük old_1 -el). Ebből mekkora tömegű oldatra van szükség, és mennyi vízzel kell azt hígítani ahhoz, hogy a kísérlet elvégezhető legyen?

Megoldás: Ki kell számítanunk, hogy a 400g 15%-os oldat elkészítéséhez mekkora tömegű kénsavra van szükség:

$$100\text{g old}_2 \dots 15\text{g kénsav}$$

$$400\text{g} \dots x = 60\text{g}$$

Ez a kénsavmennyiség mekkora tömegű 40%-os oldatban van feloldva?

$$100\text{g old}_1 \dots 40\text{g kénsav}$$

$$m_{\text{old}_1} \dots 60\text{g} \quad m_{\text{old}_1} = 150\text{g}$$

$$\text{A hígításhoz szükséges víz tömege : } m_{\text{víz}} = m_{\text{old}_2} - m_{\text{old}_1} = 250\text{g}$$

K. 849. Mekkora a térfogata és a sűrűsége annak a sósav oldatnak (ρ), amelyet 500g tömegű (m_1), $1,19\text{g/cm}^3$ sűrűségű és 0,4L térfogatú (V_1), $1,06\text{g/cm}^3$ sűrűségű oldatok elegyítésével nyertek?

Megoldás: A folyadékok elegyítésekor azok tömege összegeződik, a térfogatokra ez nem mindig érvényes. Híg, vizes oldatok esetén alkalmazható a térfogatok összegezése is.

$$m_1 = 500\text{g} \quad \rho_1 = 1,19\text{g/cm}^3 \quad V_1 = 500/1,19 = 417,0\text{cm}^3$$

$$V_2 = 0,4\text{L} \quad \rho_2 = 1,06\text{g/cm}^3 \quad m_2 = V_2 \cdot \rho_2 = 424\text{g}$$

$$V_o = V_1 + V_2 = 817\text{cm}^3 \quad m_o = m_1 + m_2 = 924\text{g}$$

$$\rho_o = 924/817 = 1,13\text{g/cm}^3$$

K. 850. 300g 30%-os töménységű nátrium-hidroxid oldatot a laboratóriumban a következő módon készítették: 200g 40%-os oldatból 100g olyan oldatot keverték, amelynek a címkéjén a NaOH képlet mellett el volt mosódva a töménységét jelölő felírás. Számítsátok ki, hány tömegszázalékos kellett legyen ez az oldat!

Megoldás: 300g 30%-os oldat 90g oldott anyagot tartalmaz, a 200g 40%-os oldat 80g-ot, tehát a 90-ig még 10g nátrium-hidroxidra volt szükség, ami a 100g oldatban volt, tehát ez az oldat 10%-os kellett legyen.

K. 851. Egy 50L térfogatú tartályban 0°C hőmérsékleten és 100atm nyomáson nitrogén található. Mekkora tömegű gázt engedtek ki a tartályból, ha azonos hőmérsékleten a részleges kiürítés után a nyomás a tartályban az eredeti érték ötödére csökkent?

Megoldás: Ki kell számítanunk, hogy kezdetben (1. állapot) és a gáz egy részének távozása után (2. állapot) mekkora anyagmennyiség volt a tartályban. Amennyiben a nyomás 1/5-re csökkent, azt jelenti, hogy 20atm volt a nyomás a tartályban a gáz kiengedése után. Az általános gáztörvény egyenlete szerint: $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$ Az ismert értékek behelyettesítésével:

$$v_1 = 100 \cdot 50 / RT \quad v_2 = 20 \cdot 50 / RT \quad R = V_o \cdot p_o / T_o \quad V_o = 22,4L$$

$$p_o = 1 \text{atm} \quad T_o = 273K \quad T = T_o$$

$$\text{A kiengedett nitrogén tömege } m_{N_2} = (v_1 - v_2)M_{N_2} = 80 \cdot 50 \cdot 28 / 22,4 = 5000g$$

Hibaigazítás: a **K. 852.** feladat szövegét adathiánnyal közöltük, ezért egyértelmű megoldása nem lehetséges!

Fizika

Firka 2016-17/1. – 48. o.

F. 572.

Az első, a taszított golyó nyugalomból ($v_{10} = 0$) indul, és az első ütközésig *egyenletesen gyorsul* $a = F/m$ gyorsulással.

A d távolságot t' idő alatt futja be, vagyis $d = a \cdot t'^2 / 2$, honnan $t' = \sqrt{2d/a} = \sqrt{2md/F}$, és így az ütközés előtti sebessége: $v_1(\ddot{u}.e.) = at' = \sqrt{2dF/m}$.

a). A golyók ütközése *tökéletesen rugalmas*, és mivel a tömegük egyenlő „sebességet cserélnek”; (impulzus és mozgási energia megmaradási törvénye ...).

Ezért az első golyó másodikkal való ütközése után leáll $v_1(\ddot{u}.u.) = 0$, és majd újra elkezd gyorsulni, amely aztán állandóan ismétlődik. Így a lökött golyó középsebessége:

$$\bar{v}_1 = \frac{v_1(\ddot{u}.e.) + v_{10}}{2} = \frac{\sqrt{2dF/m} + 0}{2} = \sqrt{\frac{dF}{2m}}$$

A második golyó – mivel rá nem hat erő – egyenletesen haladva teszi meg a d távolságot a szerzett $v_{20} = v_1(\ddot{u}.e.) = \sqrt{2dF/m}$ sebességgel. Ezzel ütközik a harmadik golyóval, melynek „átadva” sebességét megáll ... és így tovább.

$$\text{A } d \text{ befutásához szükséges idő } (t''): t'' = \frac{d}{v_{20}} = \sqrt{\frac{md}{2F}}$$

Ütközve a harmadik golyóval, a *zavar*, vagyis a „lökéshullám” azonnal továbbjut magán a harmadik golyón is (befutva a D átmérőnyi utat). A golyó anyagában a *longitudinális hullám* sokkalta gyorsabban terjed, mint a golyók mozgása, ezért a zavar golyón való átjutását pillanatszerűnek tekintjük. Így, mivel a hullámfront, vagyis a *lökéshullám*

$$t'' \text{ idő alatt } (d+D) \text{ utat tesz meg, sebessége: } v_{th} = \frac{d+D}{t''} = (d+D) \sqrt{\frac{2F}{md}}$$