Egy számítási módszer
a hidrodinamikus kenéssel működő csigahajtások esetében

A computational Method for the Hydrodynamic Lubricated Worm gears

Dr. ANTAL Tibor Sándor, Dr. ANTAL Béla

Kolozsvári Műszaki Egyetem, Gépgyártás-technológia Kar

Abstract

The specific literature, which deals with the worm gears, focuses on the growing of service life. In order to achieve this goal, different methods, during the last years, were established. This paper presents a program that considers the hydrodynamic lubrication for the gearing for growing the service life. The main parameters of the worm gears are being established under these conditions.

Összefoglalás

A csigahajtásokkal foglalkozó szakirodalom kiemelt súlyt helyez a működési élettartam növelésére. Ennek elérésére különböző módszerek léteznek. A jelenlegi dolgozat egy olyan számítási programot mutat be, amely a hidrodinamikus kenést veszi alapul a hajtás élettartamának növelésére. Ebből kiindulva határozzuk meg a csigahajtás főparamétereit.

1. A hidrodinamikai kenés alapján számítható paraméterek

A [3] szakirodalomban megadott képlet alapján a hidrodinamikus kenéssel működő evolvens típusú csigahajtások esetében a modul meghatározására a következő összefüggés vezethető le:

$$m_x \geq \frac{2}{q+z_2+2x}\sqrt[1.39]{\frac{T_2^{0.13}\lambda(R_{a1}+R_{a2})}{21h^* C_\alpha^{0.6}\eta_{OM}^{0.7}n_1^{0.7}E_{red}^{0.03}}}$$

$$h^* = 0.018+\frac{q}{7.86(q+z_2)}+\frac{1}{z_2}+\frac{x}{110}-\frac{\frac{z_2}{z_1}}{36300}+\frac{2(0.5+\sqrt{q+1})}{370,4}+\frac{\sqrt{2q-1}}{213,9} \quad (1)$$

ahol q az átmenőhányados;
z_1 a csiga bekezdéseinek száma;
z_2 a csigakerék fogszáma;
x a profileltolás tényező;
T_2 a csigakeréken lévő forgatónyomaték [Nm];
λ a biztonsági tényező;
R_{a1} és R_{a2} az átlagos érdességek a kapcsolódó felületeken (köszörült csigánál R_{a1}=0.4μm és mart csigakerénél R_{a2}=1.6μm);
$C_\alpha = 1.7 \times 10^{-8} m^2/N$ a nyomás – viszkozitás tényező ásványolaj esetében;
η_{OM} a kenőanyag dinamikai viszkozitása légköri nyomáson és a kapcsolódásba lépés hőmérsékletén [Ns/m^2];
n_1 a csiga fordulatszáma [min^{-1}];
Ered = 140144 N/mm^2 a redukált rugalmassági tényező (a kerék anyaga CuSn12 és a csigáé acél).

Egy adott esetben, a terhelési viszonyok függvényében, az (1) képlet alapján meghatározhatók azok a valós paraméterek, amelyek biztosítják a csigahajtás hidrodinamikus kenéssel való működését. Ezek közül csak azokat kell figyelembe venni, amelyek biztosítják a csigahajtás megfelelő hatásfokát és a szilárdsági követelményeket (a kapcsolódó fogfelületek között fellépő megengedett feszültséget és a csigatengely merevségét, amely biztosítja a helyes kapcsolódást).

2. A hatásfok számítása

Figyelembe véve a fogfelületek között lévő kenési viszonyokat, a [2] és [5] alapján a hatásfok a következő képlettel határozható meg:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\cos(\alpha_n)} \frac{V_{12}}{V_1 \cos(\beta_1)}} \tag{2}$$

ahol $\mu = \frac{0.04}{\sqrt{V_{12}}}$ a fogfelületek között lévő súrlódási tényező;

V_{12} a relatív sebesség;

V_1 a csiga kerületi sebessége a gördülőkörön;

α_n a normálmetszet profilszöge ($\alpha_n = 20^0$);

β_1 a fogferdeségi szög a gördülőhengeren;

Behelyettesítve a hatásfok képletében a sebességeket és a ferdeségi szöget a csigahajtás paramétereivel, az alábbi képletet kapjuk:

$$\eta = \frac{z_1(q+2x)\cos(\alpha_n)}{z_1(q+2x)\cos(\alpha_n) + \frac{0.04[z_1^2 + (q+2x)^2]}{\sqrt[4]{\frac{\pi m_x n_1}{60x1000}\sqrt{z_1^2 + (q+2x)^2}}}} \tag{3}$$

Előírjuk, hogy a hatásfok nagyobb legyen mint egy bizonyos érték, és csak azokat a paramétereket vesszük figyelembe, amelyek kielégítik ezt a feltételt.

3. Az érintkező fogfelületek teherbírása

A fenti feltételek alapján meghatározott paraméterek biztosítják az érintkező fogfelületek teherbírását is. Ezt a Hetz-feszültség képlete alapján lehet ellenőrizni:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_{n2}}{L_k} \frac{1_2}{\rho} \frac{1}{\pi\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)}} \le \sigma_{Hmeg} \tag{4}$$

ahol F_{n2} a csigakerék fogára ható erő, normál metszetben;

L_k az érintkező vonal hossza ($L_k \approx \Psi_m d_{m1} = 0.55 m_x(q+2)$);

ρ a redukált görbületi sugár, normál metszetben (1. ábra);

ν_1 és ν_2 a csiga és csigakerék anyagaira jellemző Poisson számok ($\nu_1 = 0.30$ acélra és $\nu_2 = 0.35$ bronzra);

E_1 és E_2 a csiga és csigakerék anyagainak rugalmassági modulusai ($E_1 = 2.1 \text{ x } 10^5$ N/mm^2 acélra és $E_2 = 0.883 \text{ x } 10^5$N/mm^2 CuSn12 bronzra);

σ_{Hmeg} a megengedett Hertz-feszültség a kerék anyagára ($\sigma_{Hmeg} = 400$ N/mm^2 CuSn12 bronzra).

A normál erőnek a meghatározása az [1] alapján történik ahol, a kapcsolódási pont a gördülő hengeren van (1. ábra).

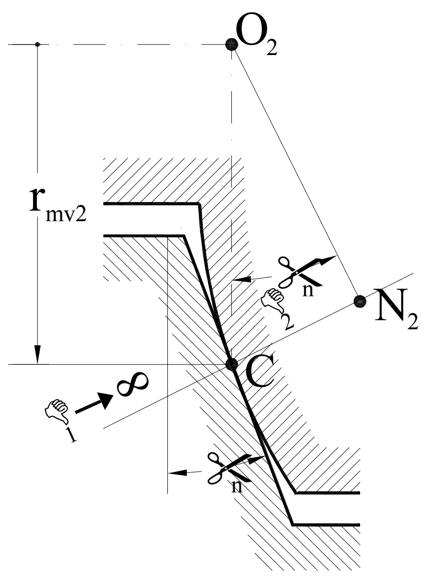
$$F_{n2} = \frac{2T_2}{d_{m2}} \frac{1}{\cos(\alpha_n)\left(\cos(\gamma) - \tan(\varphi_1)\sin(\gamma)\right)} \tag{5}$$

ahol T_2 a keréken lévő forgatónyomaték [Nmm];

$d_{m2} = m_x z_2$ a kerék osztókör átmérője [mm];

$\gamma = \mathrm{arctg}\left(\frac{z_1}{q+2x}\right)$ az emelkedési szög a csiga gördülő hengerén;

$\varphi_1 = \mathrm{arctg}(\mu_1) = \mathrm{arctg}\left(\frac{\mu}{\cos(\alpha_n)}\right)$ a redukált súrlódási szög.



1. ábra

A fogpofilok kapcsolódása normálmetszetben.

Az 1. ábra alapján:

$$\frac{1}{\rho}=\frac{1}{\rho_1}+\frac{1}{\rho_2}=\frac{1}{\infty}+\frac{1}{CN_2}=\frac{1}{r_{mv2}\sin(\alpha_n)}=\frac{2\cos^2(\gamma)}{m_x z_2\sin(\alpha_n)}=\frac{2(q+2x)^2}{m_x z_2[z_1^2+(q+2x)^2]\sin(\alpha_n)} \tag{6}$$

Behelyettesítve az (5), (6) képleteket a (4) képletbe és figyelembe véve a megadott számbeli értékeket, kifejezhető a modul:

$$m_x \geq \sqrt[3]{\frac{504724.11T_2}{z_2^2}\frac{q+2x}{\left(q+2x-\mu_1 z_1\right)\sqrt{(q+2x)^2+z^2{}_1}}\frac{1}{\sigma^2{}_{Hmeg}}} \tag{7}$$

4. A csigatengely merevségének ellenőrzése

A kapcsolódó fogfelületek között lévő érintkezési vonal helyzete függ a csigatengely merevségétől is. Ha a merevség nem felel meg a követelményeknek, az érintkezés befolyásolhatja a hidrodinamikus kenés kialakulását.

A merevség ellenőrzését úgy végezzük, hogy a csigatengelyt kéttámaszú tartónak tekintjük, és meghatározzuk a lehajlást, amelyet a csigára ható, tangenciális erő F_{t1} és a radiál erő F_{r1} okoz [2], [6] és [7].

$$f=\frac{l^3}{48E_1I_1}\sqrt{F_{t1}{}^2+F_{r1}{}^2}\leq f_{meg}, \tag{8}$$

ahol l a támaszok közötti távolság ($l = \Psi_a a$, általában $\Psi_a \approx 1.5\ ..\ 2$);

$a=\dfrac{m_x\left(q+z_2+2x\right)}{2}$ a tengelytávolság [mm];

$I_1=\dfrac{\pi d^4{}_{w1}}{64}$ a másodrendű nyomaték [mm^4];

f_{meg} a megengedett lehajlás [7] ($f_{meg} = 0.004m_x$ edzett csigánál és $f_{meg} = 0.01m_x$ nemesített csigánál).

A felvett érintkezési pontban ható tangenciális és radiális erő az [1] alapján a következő:

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{m_x(q+2x)} \quad \text{és} \quad F_{r1} = \frac{2T_1}{m_x(q+2x)} \frac{\tan(\alpha_n)}{\sin(\gamma) + \tan(\varphi_1)\cos(\gamma)} \tag{9}$$

ahol $\tan(\gamma) = \dfrac{z_1}{q+2x}$, $\tan(\varphi_1) = \mu_1$ és $T_1 = \dfrac{z_1}{z_2}\dfrac{T_2}{\eta}$.

Felhasználva a megadott összefüggéseket, edzett csiga esetében a lehajlás:

$$f = \frac{\Psi_a^3}{3\pi E_1} \frac{(q+z_2+2x)^3}{m_x^3(q+2x)^5} \frac{z_1}{z_2} \frac{T_2}{\eta} \sqrt{1 + 0.1324743 \frac{z_1^2 + (q+2x)^2}{[z_1 + \mu_1(q+2x)]^2}} \le 0.004 \tag{10}$$

Egy megadott esetben, felhasználva a MathCAD pogramozás lehetőségeit, meghatározhatók azok a paraméterek, amelyek kielégítik a hidrodinamikus kenés feltételét és megfelelnek a teherbírási követelménynek is. A következő számítási algoritmus megadja táblázat formájában a lehetséges variánsokat. Ezek közül a tervező kiválasztja azt, amelyik a legmegfelelőbb a megépítendő hajtás feltételeinek.

$z_1 := 1$ $\quad$ $Smeg := 400$ $\quad$ $E1 := 2.1 \cdot 10^5$ $\quad$ $\lambda := 1$

$n_1 := 1500$ $\quad$ $z_2 := 41$ $\quad$ $Ered := 140144$

$T_2 := 587.28$ $\quad$ $PSIa := 1.5$ $\quad$ $a_n := \dfrac{20}{180} \cdot \pi$

$R_{a1} := 0.4$ $\quad$ $R_{a2} := 1.6$ $\quad$ $Calfa := 1.7 \cdot 10^{-8}$

$$hcs(q,x) := 0.018 + \frac{q}{7.86 \cdot (q+z_2)} + \frac{1}{z_2} + \frac{x}{110} - \frac{\frac{z_2}{z_1}}{36300} + \frac{2 \cdot (0.5 + \sqrt{q+1})}{370.4} - \frac{\sqrt{2 \cdot q - 1}}{213.9}$$

$$mx(q,x,\eta_{om}) := \frac{2}{q + z_2 + 2 \cdot x} \left[\frac{T_2^{0.13} \cdot \lambda \cdot (R_{a1} + R_{a2})}{21 \cdot hcs(q,x) \cdot Calfa^{0.6} \cdot \eta_{om}^{0.7} \, n_1^{0.7} \cdot Ered^{0.03}} \right]^{\frac{1}{1.39}}$$

$$eta(q,x,\eta_{om}) := \frac{z_1 \cdot (q + 2 \cdot x) \cdot \cos(a_n)}{z_1 \cdot (q + 2 \cdot x) \cdot \cos(a_n) + \dfrac{0.04 \cdot \left[z_1^2 + (q + 2 \cdot x)^2 \right]}{\sqrt[4]{\dfrac{\pi \cdot mx(q,x,\eta_{om}) \cdot n_1}{60000} \cdot \sqrt{z_1^2 + (q + 2 \cdot x)^2}}}}$$

$$miu1(q, m_x, x) := \frac{1}{\sqrt{\dfrac{\pi \cdot m_x \cdot n_1 \cdot (q + 2 \cdot x)}{60 \cdot 1000} \cdot \dfrac{\sqrt{z_1^2 + (q + 2 \cdot x)^2}}{q + 2 \cdot x}}} \cdot \frac{0.04}{\cos(a_n)}$$

$$f(q,x,\eta_{om}) := \frac{PSIa^3}{3 \cdot \pi \cdot E1} \cdot \frac{(q + z_2 + 2 \cdot x)^3}{mx(q,x,\eta_{om})^3 \cdot (q + 2 \cdot x)^5} \cdot \frac{T_2 \cdot z_1}{eta(q,x,\eta_{om}) \cdot z_2} \cdot \sqrt{1 + 0.1324743 \frac{z_1^2 + (q + 2 \cdot x)^2}{\left[z_1 + miu1(q, mx(q,x,\eta_{om}), x) \cdot (q + 2 \cdot x) \right]^2}}$$

$$fmx(q,x,\eta_{om}) := \sqrt[3]{\frac{504724.11 \cdot T_2}{z_2^2} \cdot \frac{q+2\cdot x}{\left(q+2\cdot x - miu1\left(q, mx(q,x,\eta_{om}), x\right)\cdot z_1\right)\cdot\sqrt{(q+2\cdot x)^2+z_1^2}} \cdot \frac{1}{Smeg^2}}$$

```
etaval(eps,q1,q2,x1,x2,η_om) := | k ← 0
                                | for q ∈ q1..q2
                                |   for x ∈ x1,x1+0.1..x2
                                |     if (eta(q,x,η_om) ≥ eps) ∧ (f(q,x,η_om) < 0.004) ∧ (mx(q,x,η_om) > fmx(q,x,η_om))
                                |        | M_k,0 ← q
                                |        | M_k,1 ← x
                                |        | M_k,2 ← eta(q,x,η_om)
                                |        | M_k,3 ← f(q,x,η_om)
                                |        | M_k,4 ← mx(q,x,η_om)
                                |        | M_k,5 ← fmx(q,x,η_om)
                                |        | k ← k + 1
                                | M
```

M := etaval(0.86 , 7 , 17 , −1 , 1 , 0.08)

M1 := stack[("q" "x" "eta" "f" "mx" "fmx") , csort(M , 2)]

M1 =

	0	1	2	3	4	5
0	"q"	"x"	"eta"	"f"	"mx"	"fmx"
1	7	-0.3	0.86	$1.333\cdot10^{-7}$	17.127	0.555
2	8	-0.8	0.861	$1.206\cdot10^{-7}$	17.711	0.555
3	7	-0.4	0.863	$1.433\cdot10^{-7}$	17.396	0.56
4	8	-0.9	0.864	$1.294\cdot10^{-7}$	17.999	0.56
5	7	-0.5	0.867	$1.546\cdot10^{-7}$	17.672	0.566
6	8	-1	0.868	$1.394\cdot10^{-7}$	18.295	0.566
7	7	-0.6	0.87	$1.676\cdot10^{-7}$	17.956	0.573
8	7	-0.7	0.873	$1.825\cdot10^{-7}$	18.249	0.579
9	7	-0.8	0.876	$1.997\cdot10^{-7}$	18.55	0.586
10	7	-0.9	0.879	$2.198\cdot10^{-7}$	18.861	0.593
11	7	-1	0.883	$2.434\cdot10^{-7}$	19.181	0.601

Szakirodalom

[1] Antal, T. S., Antal, B.: Algoritmus a csigahajtások főméreteinek meghatározására. Műszaki szemle. EMT. K-vár. 2005, 29 sz. 3-8p.

[2] Drobni, J.: Korszerű csigahajtások. Tenzor Kft. Miskolc. 2001.

[3] Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau, 19 Auflage, 1997.

[4] Dudás, I.: The Theory and Practice of Worm Gear Drives. Penton Press. London. 2000.

[5] Lévai, I..:Veszteségszám értelmezése a kitérő tengelyű hajtások relatív csavarterében, ME Anyagmozgatási és Logistikai Tanszék, Miskolc, 1996.

[6] Maros, D. Killmann, V., Rohonyi, V.: Csigahajtások. Műszaki Könyvkiadó. Budapest. 1970.

[7] Niemann, G. und Winter, H.: Maschinenelemente Band 3. Spinger Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo. 1983.