Szabad homogén rézsűk állékonyságának vizsgálata, statikai módszerek segítségével

***Dr. Mihalik András*[1], *Csek Károly*[2]**

[1]Egyetemi tanár, Nagyváradi Egyetem,
[2]MÁV Rt Pályavasúti Üzletág Budapest

Abstract

The paper describes a statistically correct method on the calculation of the stability of free uniform slopes, applied to stability analysis in slipping slopes between the stations Bodajk and Balinka, Hungary. The analytical calculation methods for the stability of uniform slopes fulfill the equilibrium requirements according to the hypothesis of cylindrical surface slipping. The analyzed problem is plane. All the forces, including the pressures and equivalent cohesion, are reduced to a single vector. The results are presented as graphs and tables and compared to the classical ones obtained by Terzaghi and Taylor.

Bevezetés

A szerzőknek e közleménye a Bodajk-Balinka állomás közötti MÁV vonalszakaszon történt rézsűkárosodás helyreállításának a tanulmányozásával hozható kapcsolatba.

A rézsű vizsgálata, tervezése során kétféle talajmechanikai jellegű kérdés merült fel. Az egyik: milyen biztonsággal rendelkezik töréssel szemben egy adott magasságú, hajlásszögű és ismert nyíró szilárdságú talajból álló rézsű? A másik pedig: milyen hajlással alakítsuk ki az adott magasságú rézsűt az ismert nyíró szilárdságú talajban, ha a biztonsági tényező előírt értékű?

E feladatok megoldására többféle módszer ismeretes a gyakorlatban. A mai napig széleskörűen elterjedt a rézsű állékonyságának számítása Terzaghi módszerével, amely szerint a veszélyes csúszófelület egy körhenger. Terzaghi módszerének van azonban egy alapos hiányossága is, ugyanis az egyensúlyi állapotnak csak az egyik feltételét egyenlíti ki.

Ennek a hiányosságnak a kiküszöbölésére Taylor – aki szintén a körhenger alakú veszélyes csúszófelületet alkalmazva – kidolgozott egy olyan számítási vizsgálatot, amely az egyensúlynak három feltételét elégíti ki a feszültségek eloszlásának az ajánlatával az egész csúszófelületen.

Egy másik számítási módszer (Sztroganov) a rézsűk állékonyságára vonatkozóan a Taylor által használt feltételezést egy másik ajánlással helyettesíti az alapozásoknál használt számításokból, és abból az elgondolásból kiindulva, amikor is a reaktív erő vektor formájában van ábrázolva. Ezen az alapon dolgoztak ki egy analitikus vizsgálat számítást függőleges terhelések esetében, homok anyagú alapozásokra vonatkoztatva.

A következőkben ezzel az analitikus vizsgálati számítással foglalkozunk, amely gyakorlatilag is hozzájárult a már korábban említett MÁV vonalszakaszon utólag kialakított rézsű rendezés komplex problémájának a megoldásához, mind a tervezés, mind a kivitelezés folyamán.

A szabad rézsű állékonyságának számítás útján való vizsgálata

Az állékonysági vizsgálat a következő alapengedményeket veszi figyelembe:

- A talaj a rézsű tömegében és alapfelületén homogén és izotrop, rendelkezik súrlódással és kohézióval (a φ=0 esetében a módszer nem használható).
- A mozgó földtömeg mint egységes, monolit test jelentkezik.
- A rézsű egyszerű, véges és egyenes felülettel rendelkezik.
- A veszélyes csúszási felület körhenger alakú.

A számítási vizsgálat geometriája az 1. ábrán látszik, ahol a talaj kohéziója Q erővel van helyettesítve. Ez az erő a nyomófeszültségek egyenletes eloszlásából adódik a veszélyes csúszólap felületén (mint hidrosztatikus nyomás), amely ekvivalens a kohézióval, azaz:

$$Q = \frac{c}{\mathrm{tg}\varphi} * \frac{h}{\sin\psi} \tag{1}$$

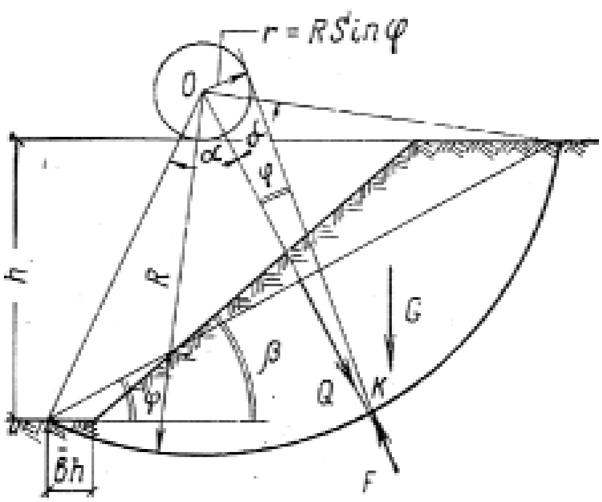
Ezáltal a mozgó földtömegre hatást fejt ki, az önsúly G, Q, a rezultánsa a hidrosztatikai nyomásnak – amely ekvivalens a kohézióval – valamint F rezultánsa a reaktív erőknek, a veszélyes csúszófelület hosszának az irányában.

A G és Q erőknek a rezultánsai a K pontban metszik egymást a veszélyes csúszófelületen.

Az egyensúlyi feltételek betartása szempontjából szükséges és elégséges, ha a G, Q és F erők vektor összege egyenlő zéróval – mint erőhatás – és egy pontban metszik egymást a hatásvonalon.

Ez azt jelenti, hogy az F erőnek egyenlőnek kell lennie a G és Q erők rezultánsaival, valamint a veszélyes csúszófelületek K pontjában kell metszeniük egymást.

A G és az F erők értékei:



1. ábra
A számítás geometriája

$$G = \frac{\gamma * h^2}{4} * \left\{ \left[\alpha\left(1 + ctg^2\alpha\right) - ctg\alpha \right]\left(1 + ctg^2\psi\right) + 2\left(ctg\psi - ctg\beta - 2\bar{b} \right) \right\} \tag{2}$$

$$F = \sqrt{G^2 + 2GQ * \cos\psi + Q^2} = \frac{h}{4} * \sqrt{16c^2 ctg^2\varphi\left(1 + ctg^2\psi\right) + 8c * y * h * ctg\varphi * ctg\psi\left\{\left[\alpha\left(1 + ctg^2\alpha\right) - ctg\alpha\right] * \right.} \\ \sqrt{\left. * \left(1 + ctg^2\psi\right) + 2\left(ctg\psi - ctg\beta - 2\bar{b} \right)\right\} + \gamma^2 * h^2 * } \sqrt{* \left\{ \left[\alpha\left(1 + ctg^2\alpha\right) - ctg\alpha \right] * \left(1 + ctg^2\psi\right) + 2\left(ctg\psi - ctg\beta - 2\bar{b} \right) \right\}^2} \tag{3}$$

ahol: $\bar{b} = \frac{b}{h}$

A határ egyensúly feltételeinek a biztosítására szükséges, hogy az F erőhatása érintse a K pontban azt a kört, amely a csúszási ív központjából van kialakítva és amelynek a sugara $r = R\sin\varphi$, azaz a súrlódásnak a köre.

A feltétele annak, hogy az összes erő nyomatékának az összege zéróval legyen egyenlő, a következő:

$$G * a - F * R * \sin\varphi = 0 \tag{4}$$

A Q erő nyomatéka egyenlő zéróval, ugyanis a hatása a súrlódási kör közepén (O) halad keresztül.

A G erő nyomaték karjára a*,* valamint a súrlódási csúszási ív sugarára R a következő kifejezések adódnak:

$$a = \frac{h\left[1 + 6\bar{b}\left(ctg\psi - ctg\beta - \bar{b} \right) + 3ctg\alpha\left(ctg\psi - ctg\beta - 2\bar{b} \right) + ctg\beta\left(3ctg\psi - 2ctg\beta\right) \right]}{3\left\{ \left[\alpha\left(1 + ctg^2\alpha\right) - ctg\alpha \right] * \left(1 + ctg^2\psi\right) + 2\left(ctg\psi - ctg\beta - 2\bar{b} \right) \right\}} \qquad 5)$$

$$R = \frac{h}{2} * \sqrt{\left(1 + ctg^2\alpha\right) * \left(1 + ctg^2\psi\right)} \qquad 6)$$

Behelyettesítve a G, F, a és R értékeit a (2), a (3), az (5) és a (6)-ból a (4)-be a megfelelő átalakítások után egy négyzetes egyenletet kapunk, azaz:

$$\xi^2 + \frac{tg\varphi * ctg\psi}{2\left(1+ctg^2\psi\right)} * \left\{\left[\alpha\left(1+ctg^2\alpha\right) - ctg\alpha\right] * \left(1+ctg^2\psi\right) + 2\left(ctg\psi - ctg\beta\right) - 2\bar{b}\right\}\xi +$$

$$+ \frac{tg^2}{16\left(ctg^2\psi\right)} * \left\{\left[\alpha\left(1+ctg^2\alpha\right) - ctg\alpha\right] * \left(1+ctg^2\psi\right) + 2\left(ctg\psi - ctg\beta - 2\bar{b}\right)\right\}^2 -$$

$$- \frac{1+tg^2\varphi}{36 * \left(1+ctg^2\alpha\right) * \left(1+ctg^2\psi\right)^2} * \left[1 + 6\bar{b}\left(ctg\psi - ctg\beta - \bar{b}\right) + 3 * ctg\alpha * \left(ctg\psi - ctg\beta - 2\bar{b}\right) + ctg\beta *\right]$$

$$\left[* \left(3ctg\psi - 2ctg\beta\right)\right]^2 = 0 \tag{7}$$

A megoldás eredményeképpen megkapjuk a „Relatív kohézió” kiszámításának a képletét, Taylor szerint az „állékonysági számot”.

$$\xi = A * \left(B - ctg\psi * c\right) \tag{8}$$

ahol: $\xi = \frac{c}{\gamma * h}$

$$A = \left[12 * \left(1+ctg^2\alpha\right) * \left(1+ctg^2\psi\right)\right]^{-1}$$

$$B = \sqrt{\left(1+tg^2\varphi\right) * \left(1+ctg^2\alpha\right) * D^2 - c^2}$$

$$C = 3tg\varphi * \left(1+ctg^2\alpha\right) * \left\{\left[\alpha\left(1+ctg\alpha\right) - ctg\alpha\right] * \left(1+ctg^2\psi\right) + 2\left(ctg\psi - ctg\beta - 2\bar{b}\right)\right\}$$

$$D = 2\left[1 + 6\bar{b}\left(ctg\psi - ctg\beta - \bar{b}\right) + 3ctg\alpha\left(ctg\psi - ctg\beta - 2\bar{b}\right) + ctg\beta\left(3ctg\psi - 2ctg\beta\right)\right]$$

A (8)-dik képlet az osztott β és φ értékekre a relatív kohézió nagyságát fejezi ki három független változó függvényében:

$$\xi = f_1 * \left(\psi, a, \bar{b}\right) \tag{9}$$

Egy általános esetre van levezetve, amikor a csúszási felület egy bizonyos távolságon jelentkezik a rézsű talppontja előtt.

Ha a csúszási felület a rézsű talppontjában jelentkezik, a (8)-dik képlet a következő képpen alakul:

$$\xi = A * \left(E - ctg\psi * K\right) \tag{10}$$

ahol:

$$E = \sqrt{\left(1+tg^2\varphi\right) * \left(1+ctg^2\alpha\right)M^2 - K^2}$$

$$K = 3tg\varphi\left(1+ctg^2\alpha\right) * \left\{\left[\alpha\left(1+ctg^2\alpha\right) - ctg\alpha\right] * \left(1+ctg^2\psi\right) + 2\left(ctg\psi - ctg\beta\right)\right\}$$

$$M = 2\left[1 + 3ctg\alpha\left(ctg\psi - ctg\beta + ctg\beta\left(3ctg\psi - 2ctg\beta\right)\right)\right]$$

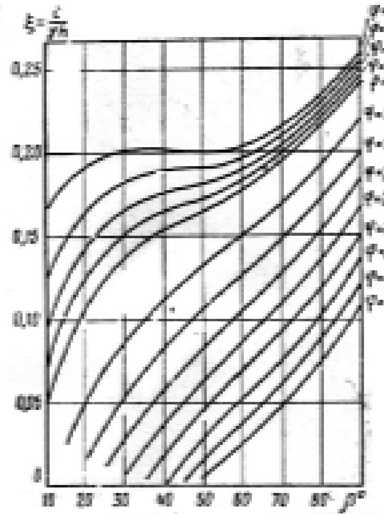
A (10)-dik képlet a relatív kohézió értékét fejezi ki két független változó függvényében.

$$\xi = f_2\left(\psi, a\right) \tag{11}$$

A feladat most csak a (9) és (11)-es függvények maximumainak a meghatározására korlátozódik.

β°	φ°	ψ°	α°	$\bar{b}$	ξ
15	1	8	77,8	1,65	0,183
	5	11,5	56,2	0,50	0,086
	10	14	35,8	0,06	0,026
30	1	16,5	76,4	0,85	0,201
	5	19,5	66,3	0,45	0,137
	10	24,5	53	0,10	0,088
	15	27	43	0,00	0,054
	20	28	33	0,00	0,028
	25	29,5	25,5	0,00	0,009
45	1	33	66,8	0,45	0,202
	5	35	64,5	0,45	0,159
	10	36	51	0,00	0,123
	15	37,5	48,5	0,00	0,095
	20	39	40	0,00	0,071
	25	41	35	0,00	0,049
	30	43	30	0,00	0,032
	35	45	25	0,00	0,018
	40	47	15,5	0,00	0,003
60	1	38,5	49,5	0,00	0,200
	5	41	47	0,00	0,178
	10	44	44	0,00	0,151
	15	46,5	41,5	0,00	0,127
	20	48,5	38,5	0,00	0,106
	25	50,5	35,5	0,00	0,086
	30	52	32	0,00	0,068
	35	54	29,5	0,00	0,053
	40	55	25,5	0,00	0,038
	45	56,5	22	0,00	0,026
75	1	45,5	36,5	0,00	0,224
	5	47	34,5	0,00	0,204
	10	50	33	0,00	0,181
	15	52,5	31,5	0,00	0,160
	20	55	29,5	0,00	0,140
	25	57,5	28,5	0,00	0,123
	30	60	27	0,00	0,106
	35	62	25	0,00	0,090
	40	64	23,5	0,00	0,076
	45	66	21,5	0,00	0,062
90	1	49	20,6	0,00	0,260
	5	51,5	20	0,00	0,242
	10	54,5	19	0,00	0,222
	15	57	18	0,00	0,202
	20	59,5	17	0,00	0,184
	25	62	16	0,00	0,168
	30	64,5	15	0,00	0,152
	35	67	14	0,00	0,137
	40	69,5	13,5	0,00	0,122
	45	71,5	12	0,00	0,109

1. táblázat

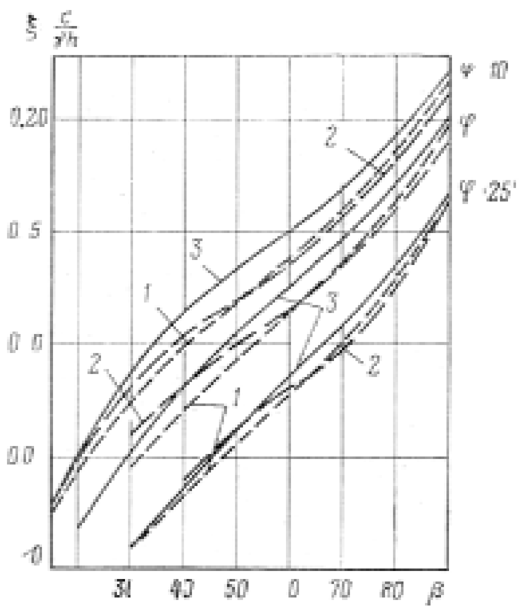


2. ábra

A relatív kohézió $\xi = \dfrac{c}{\gamma * h}$ *a rézsű hajlásának függvényében*

A megoldáshoz a ξ maximális értéke a meghatározó, amikor is a veszélyes csúszási felület a rézsű talppontjánál egy bizonyos távolsággal kívül esik $\left(\bar{b} \triangleright 0\right)$, vagy egybeesik a rézsű talppontjával $\left(\bar{b} = 0\right)$

Az így kapott egyedüli megoldás hozzásegít a megfelelő ψ, α és b értékek meghatározásához, vagyis a veszélyes csúszófelület központjának, sugarának megállapításához.



3. ábra

A statikai módszerek összehasonlítása a ξ=f (β) és b = 0

Jelmagyarázat: 1 - Taylor számítás, 2 - Terzaghi számítás 3 - Analitikus számítás.

A (9) és (11)-es függvények maximális értékeit számítógépes programmal határoztuk meg. A számítási eredményeket (leszűkítve) az 1. sz. táblázat tartalmazza, amelynek felhasználásával készült el a 2. ábra a gyakorlati számítások és vizsgálatok elvégzésére.

Az ajánlott analitikus módszer csak akkor használatos, ha a kemény talaj (keményebb talaj) a rézsű talppontjához viszonyítva egy **t** távolságra, rétegre helyezkedik el, amelynek az értéke:

$$t = \frac{h}{2} * \frac{1 - \cos(\alpha - \psi)}{\sin\alpha * \sin\psi} \tag{12}$$

A bemutatott analitikus módszer, valamint a Terzaghi és Taylor módszerek összehasonlítását a 3. ábra szemlélteti.

Amikor b=0 a Taylor módszer a ξ-nak csak a csökkenését, míg a Terzaghi módszer a növekedését és csökkenését is szemlélteti.

A β és a φ növekedésével a ξ-k közötti különbség az analitikus módszerhez viszonyítva csökken fokozatosan. A 3. ábrából látható és levonható az a következtetés, hogy a Terzaghi módszer hiányosságának ellenére kielégítő eredményeket ad a gyakorlati problémák megoldására.

Következtetés

A bemutatott analitikus módszer lehetőséget ad a rézsűk állékonysági számításánál a normatívák által előírt biztonsági tényezők elkerülésére, valamint az első osztályú határállapot alapján a számítások elvégzésére, figyelembe véve a használatos együtthatók jelentőségét. Ezek az értékek meg kell jelenjenek a belső súrlódásnál és a fajlagos kohéziónál, az idő függvényében elvégzett nyírószilárdsági kísérletek eredményeinek a felhasználásával.

A Bodajk – Balinka állomás közötti MÁV vonalszakaszon a károsodott rézsű elemzését, elrendezését, végleges kialakítását komplex talajmechanikai vizsgálat „in situ” alapján oldották meg.

A helyi hidrogeológiai sajátságok figyelembe vételével egy előre gyártott vasbeton elemekből kialakított szivárgó földtámrendszert építettek.

A MIHAND rendszerű szivárgó alapozású és felépítményű szerkezet szivárgó támbordákkal is rendelkezik. A kutatások kimutatták ezeknek a rendszereknek a hatékonyságát kohéziós talajokban, a földfelületek állandó szellőzése következtében.

4. ábra
Szivárgó földtámrendszer, szivárgó alapozással és felépítménnyel, előregyártott vasbeton elemekből kivitelezve, a rézsű állékonyságának biztosítására (Bodajk – Balinka állomásköz)

Ennek a jelenségnek a hatására növekednek a belső ellenállás paraméterei, a rézsű, a földtömegek statikai biztonsága.

Az áramlási és stabilitásvizsgálatot üzemszerűen használható PLAXIS véges elemes programmal ellenőrizték és véglegesítették.

Szakirodalom

[1] Terzaghi K.: Teoria Mechaniki gruntov Moszkva 1961.
[2] Taylor D.N.: Stability of Earth slopes. „Journal of the Boston Society of Civie Engineers" No.3 July 1937.
[3] Ter-Sztepanian D.E.: O dlityelnoj usztojcsivoszty szkolov A.N. Arm. SSR, 1961.
[4] Citovics N.A.: Mechanika gruntov Moszkva 1979.
[5] Kézdi A.: Handbuch der Bodenmechanik A.K. Budapest 1976.
[6] Mihalik A.: Structuri de sprijiniri din elemente prefabricate de beton armat. Gloria Cluj 2002
[7] Mihalik A. + col.: Mecanica pământurilor în practica consolidării terasamentelor. Gloria Cluj 2003.