

# Együttműködő acél-beton lemezek számítógépes tervezése

*Dr. Köllő Gábor<sup>1</sup>, Orbán Zsolt<sup>2</sup>,  
Godja Teodor<sup>3</sup>, Muresan Olimpiu<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Kolozsvári Műszaki Egyetem, <sup>2</sup>PFT. Kolozsvár,  
<sup>3</sup>ALMARA Kft. Kolozsvár, <sup>4</sup>DRUMEX Kft. Kolozsvár

## 1. Bevezetés

### Lemezszerkezetekről

Vasútvonalainkon, különösképpen a domb- és hegyvidéki vonalainkon gyakran alkalmazhatók az ún. teknőhidak 1–10 m-es nyílásig.

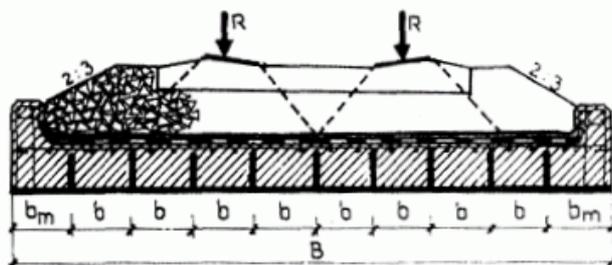
Nagy előnyük, hogy az ágyazatot rajtuk átvezetik, és így a vasúti felépítmény szerkezetében nem igényelnek változtatást.

E hídszerkezetek előnye a hagyományos vasbeton teknőhidakkal szemben – a kisebb szerkezeti magasság, a nagyobb teherbíró-képesség és a szerkezet merevsége miatt – a dinamikus hatások szempontjából kedvezőbb viselkedés.

A következőkben két együttműködő acél–beton lemezszerkezetet mutatunk be, egy tömör keresztmetszetű (A) és egy üreges keresztmetszetű lemezt (B), mindkét típust a Kolozsvári Műszaki Egyetem vasútépítő tanszékén fejlesztettük ki, megtervezve az 1-es ábrán látható (A) típust, amelyet először a Kolozsvári Vasútigazgatóság vonalain helyeztek üzembe.

## 2. Tömör keresztmetszetű acél–beton lemezek

Az acél–beton öszvérlemezhíd keresztmetszeti elrendezését az 1. ábra szemlélteti.

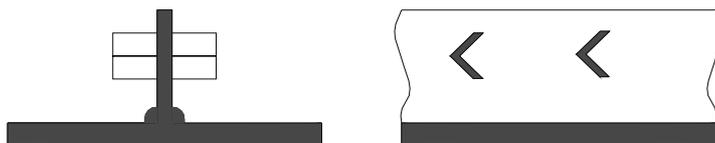


1. ábra

A lemezszerkezet egy vízszintes, folytonos, 8–12 mm vastag acéllemezből áll, amelyre 400–600 mm távolságra merevítő acéllemezek (12 mm vastag) vannak hegesztve, amelyek hossza megegyezik a vízszintes lemez hosszával.

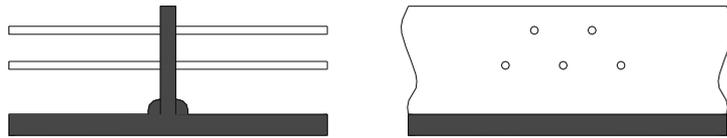
Ezeknek a függőleges hosszlemezeknek az oldalára vannak felhegesztve a kapcsolóelemek, amelyek biztosítják az együttműködést az acélszerkezet és a beton között (2. ábra).

Bizonyos távolságra ezek a kapcsolóelemek (szögvas) nagyobb keresztmetszetűek és összekapcsolják a hosszlemezeket.



2. ábra

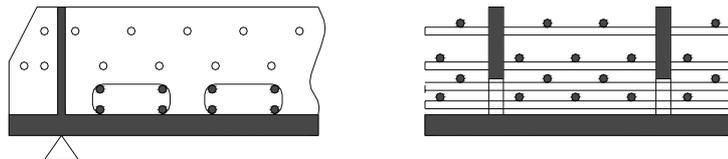
Az együttműködést biztosítani lehet az acéllemezen átvezetett betonvas segítségével is (3. ábra).



3. ábra

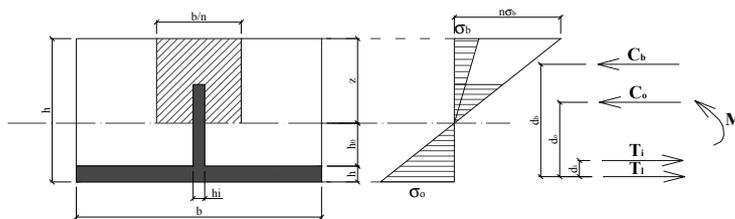
A 2-es és 3-as ábrán bemutatott együttdolgozást együtt is lehet alkalmazni.

Jobb együttdolgozás biztosítása érdekében a lemez felfekvése közelében üreges, függőleges merevítő elemek alkalmazhatók (4. ábra).



4. ábra

A lemez méretezésére a következő számítási modellt használjuk (5. ábra), megállapítva a lemez méreteit, majd számítással ellenőrizzük a maximális feszültségeket.



5. ábra

Az egyensúlyi feltételekből felírható egyenletek:

$$C_b + C_a = T_i + T_p \quad (1)$$

$$C_b \cdot d_b + C_a \cdot d_a - T_i \cdot d_i + M = 0 \quad (2)$$

A (2) egyensúlyú feltételt kifejtve, egy  $z$ -ben másodfokú egyenletet kapunk (3), amelynek a megoldása éppen a súlyvonal helyzetét adja meg (4):

$$(b - b_i)z^2 + 2[b_i(n - 1)(h_0 - h) + nb_i(h - h_0) + nbh_p]z + [b_i(n - 1)(h - h_0)^2 - nb_i(h - h_p)^2 - nbh_p(2h - h_p)] = 0$$

⇓

$$\alpha \cdot z^2 + \beta \cdot z + \gamma = 0 \quad (3)$$

$$z = \frac{1}{2\alpha} \cdot \left[ \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma} - \beta \right] \quad (4)$$

Ismerve a súlyvonal helyzetét, „ $z$ ”-t, és kiszámítva ( $I_c$ ) a redukált ideális keresztmetszetű tehetetlenségi nyomatékát, a beton és az acél legjobban igénybe vett szintjén a normálfeszültség a következő képletekkel számítható:

$$\sigma_a = \frac{M \cdot (h - z)}{I_c} \begin{cases} \sigma_a(n_t) \\ \sigma_a(n_r) \\ \sigma_a(n_f) \end{cases} \quad (5)$$

$$\sigma_b = \frac{M \cdot z}{n \cdot I_c} \begin{cases} \sigma_b(n_t) \\ \sigma_b(n_r) \\ \sigma_b(n_f) \end{cases} \quad (6)$$

A nyíróerőből származó feszültségek:

$$\tau = \frac{T \cdot S_c}{b \cdot I_c} \quad (7)$$

a Zsuravszki-képlettel számíthatók,  
 ahol: M a keresztmetszetet igénybe vevő nyomaték,  
 T a keresztmetszetet igénybe vevő nyíróerő.

A (5),(6) és (7) képletben a Z, I<sub>c</sub> és S<sub>c</sub>, a keresztmetszet geometriai adatain kívül, függ a redukálási tényezőtől (n):

$$n = \begin{cases} n_t \\ n_r \\ n_f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z(n_t) & z(n_r) & z(n_f) \\ I_c(n_t) & I_c(n_r) & I_c(n_f) \\ S_c(n_t) & S_c(n_r) & S_c(n_f) \end{cases} \quad (8)$$

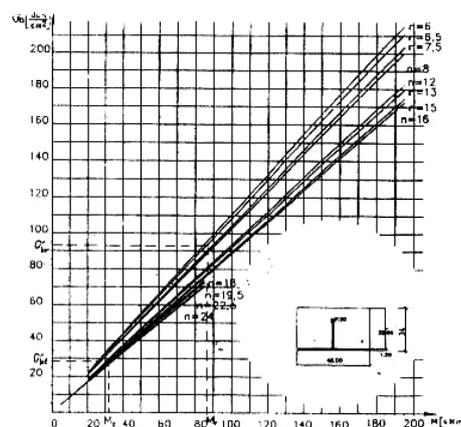
A beton felső övében a normál feszültség a következő képlettel határozható meg:

$$\sigma_b = \frac{2zM}{nb_i \eta^2 \left( \frac{1}{3} \eta + 0.5h_t \right) + bz^2 \left( \eta + 0.5h_t + \frac{2}{3}z \right)}, \quad (9)$$

ahol  $\eta = h - z - h_t$ ,  $h_t = h_p$ .

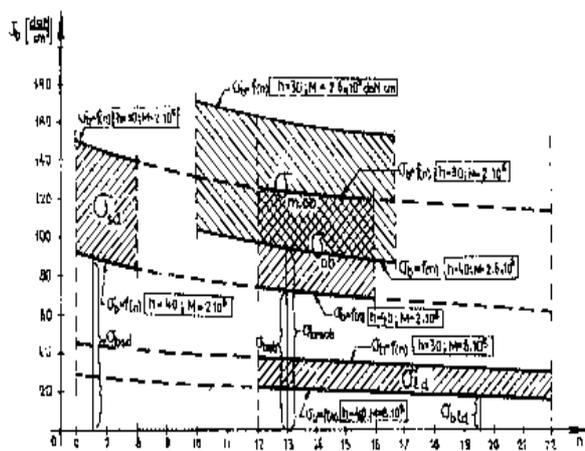
A 6. ábrán levő diagramok segítségével különböző osztályú betonok esetén (n) leolvasható a különböző értékű forgatónyomaték M(kNm) által létrehozott nyomófeszültség ( $\sigma_b$ ) a keresztmetszet legjobban igénybe vett betonövében.

$\sigma_b = f_{(n)}$  egy üreges merevítő lemezzel rendelkező lemezelemnél (4. ábra), ahol ( $h = \{30,40\}$ ;  $b = 75$ ).



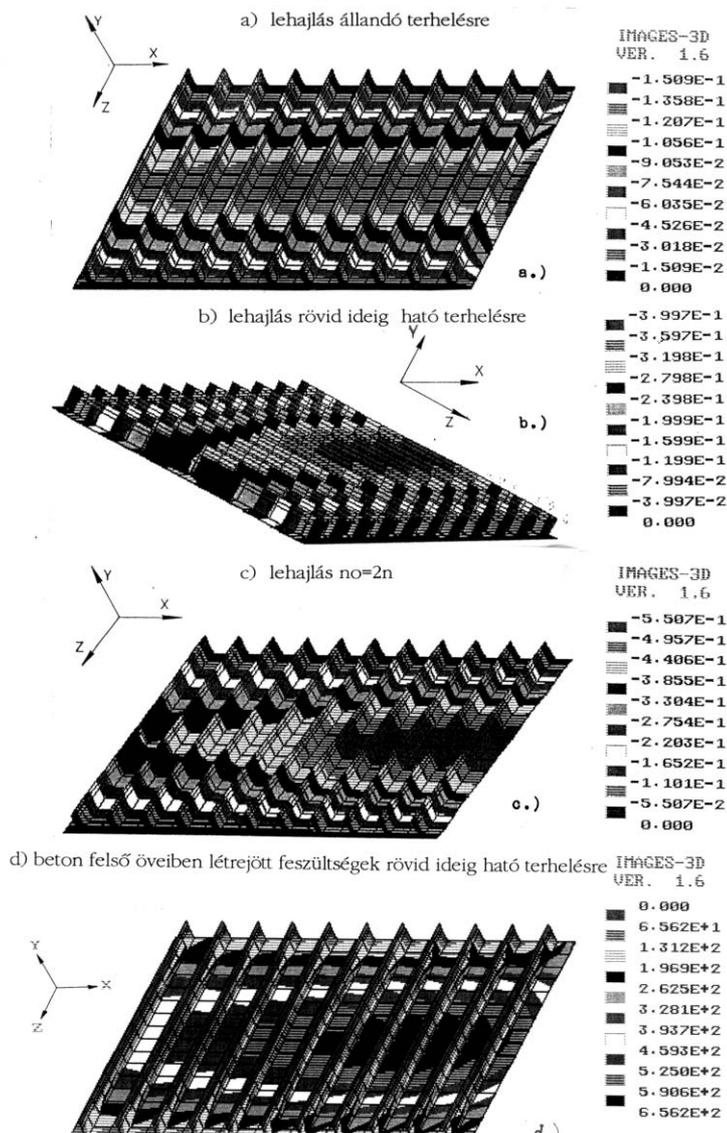
6. ábra

Figyelembe véve a tartós teher, valamint a rövid ideig tartó teher által létrehozott nyomatékot (M) egy megválasztott lemezvastagság (h) mellett, a 7. ábra a beton osztálya (n) és a legjobban igénybe vett betonövében létrehozott normál feszültség összefüggését szemlélteti.



7. ábra

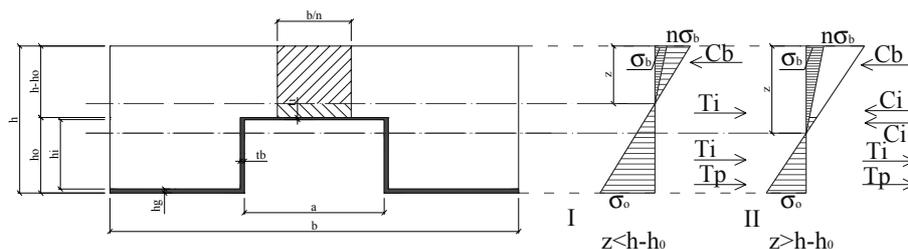
A 8. ábra egy 5,40 m nyílású, aszimmetrikusan terhelt ( $5 \times 250 \text{ kN} + \text{centrifugális erő } R=400 \text{ m}$ ) lemez számítását szemlélteti az IMAGES számítógépes program segítségével, bemutatva a lemez felső síkjában a feszültségek, valamint a lehajlások eloszlását.



8. ábra



Az itt bemutatott öszvérlemez-szerkezet számítási modelljét a 12. ábra szemlélteti.



12. ábra

Az I. és II. egyensúlyi egyenletből meghatározható a súlyvonal helyzete: „z”.

$$I. \quad C_b = T_t + T_i + T_p \Rightarrow Z_I \quad (10)$$

$$II. \quad C_b + C_i + C_i = T_i + T_p \Rightarrow Z_{II} \quad (11)$$

A súlyvonal helyzetét meghatározó egyenletek (12),(15):

$$bz^2 + 2n[t_i(a + 2t_b) + 2h_it_b + h_p(b - a)]z - n \left[ t_i(a + 2t_b)(2h - 2h_p - 2h_i - t_i) + 2h_it_b(2h - 2h_p - h_i) + h_p(b - a)(2h - h_p) \right] = 0 \quad (12)$$

Jelölve

$$\beta = 2n[t_i(a + 2t_b) + 2h_it_b + h_p(b - a)]$$

$$\gamma = n[t_i(a + 2t_b)(2h - 2h_p - 2h_i - t_i) + 2h_it_b(2h - 2h_p - h_i) + h_p(b - a)(2h - h_p)] \quad (13)$$

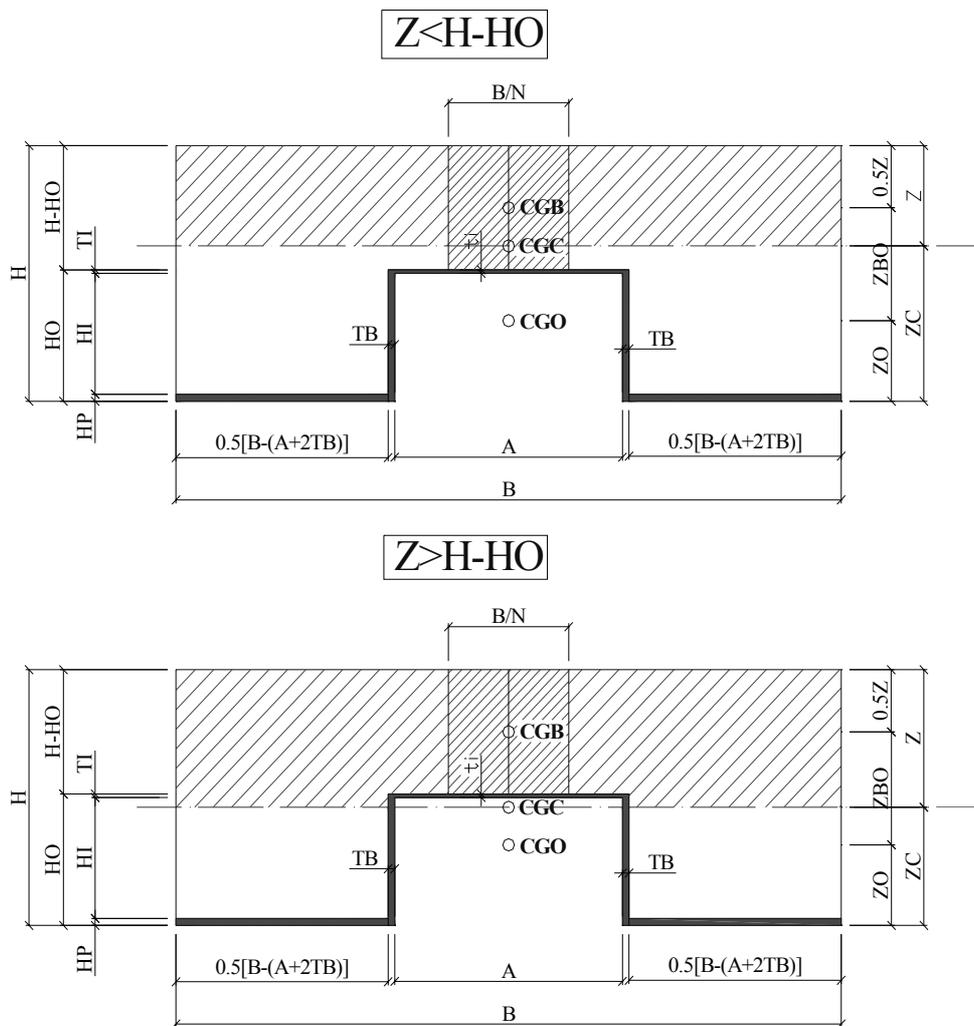
$$\Delta = \beta^2 + 4b\gamma \Rightarrow z = 0.5(\sqrt{\Delta} - \beta)/b \quad (14)$$

$$z = \frac{b(h - h_0)^2 + 2nt_b(2h - h_0 - h_p - t_i)(h_0 - h_p - t_i) + nh_p(b - a)(2h - h_p) + nt_i(a + 2t_b)(2h - 2h_0 + t_i)}{2b(h - h_0) + 2mt_i(a + 2t_b) + 4nt_b(h_0 - h_p - t_i) + 2nh_p(b - a)} \quad (15)$$

A méretezési számítások megkönnyítése érdekében a 12. ábrán bemutatott két esetre (I, II) és a 13. ábrán látható jelölésekkel egy program segítségével meghatározhatjuk azokat az elemeket, amelyekre a méretezési és feszültségellenőrzési számítások elvégzésekor szükségünk van. A 13-as ábra jelölései a következők:

- AC = az „ideális” homogén keresztmetszet területe (cm<sup>2</sup>);
- IC = az „ideális” homogén keresztmetszet tehetetlenségi nyomatéka (cm<sup>4</sup>);
- WI, WS = az „ideális” homogén keresztmetszet keresztmetszeti modulusa (cm<sup>3</sup>);
- AB = a nyomott beton keresztmetszet területe (cm<sup>2</sup>);
- AO = acélkeresztmetszet területe (cm<sup>2</sup>);
- IO = acélkeresztmetszet tehetetlenségi nyomatéka (cm<sup>4</sup>);
- SM = a nyomott betonkeresztmetszet statikai nyomatéka (cm<sup>4</sup>);
- ICT = a keresztmetszet csavarási másodrendű nyomatéka (cm<sup>4</sup>);
- AN = semleges vonal, z semleges tengely helyzetét határozza meg (cm);
- CGC = az ideális keresztmetszet súlypontja.

Ezen elemek kiszámítása a következő, 13. ábra jelölései szerint, egy számítógépes program segítségével történik. Az eredményeket az 1. és 2. táblázat tartalmazza.



13. ábra

A semleges tengely (AN) a beton keresztmetszetet metszi

$$z < h-h_0$$

1. táblázat

Z	AC	IC	WS	WI
AB	ZB	AO	ZO	IO
ZC	ICT	ZCO	SM	CT
H= 30 cm	B=120 cm	A= 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
13.74938	416.3499	42897.71	3119.975	2639.758
1649.925	23.12531	153.12	4.432288	4923.508
16.25063	32224.52	11.81834	1809.623	2.203443E-03
H = 32 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
14.4286	431.7536	50423.43	3494.686	2869.631
1731.432	24.7857	155.52	4.757408	5718.105
17.5714	33814.4	12.81399	1992.832	2.064363E-03

<b>Z</b>	<b>AC</b>	<b>IC</b>	<b>WS</b>	<b>WI</b>
<b>AB</b>	<b>ZB</b>	<b>AO</b>	<b>ZO</b>	<b>IO</b>
<b>ZC</b>	<b>ICT</b>	<b>ZCO</b>	<b>SM</b>	<b>CT</b>
H = 34 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
15.09688	446.9477	58680.14	3886.905	3104.257
1811.626	26.45156	157.92	5.087842	6581.239
18.90312	35378.68	13.81528	2181.709	1.942018E-03
H = 36 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
15.7553	461.953	67690.46	4296.362	3343.614
1890.636	28.12235	160.32	5.423353	7514.524
20.2447	36919.88	14.82135	2376.159	1.833563E-03
H = 38 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
16.40478	476.7873	77476.71	4722.813	3587.679
1968.574	29.79761	162.72	5.763717	8519.55
21.59522	38440.2	15.8315	2576.103	1.73676E-03
H = 40 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
17.04614	491.466	88061.01	5166.039	3836.436
2045.537	31.47693	165.12	6.108721	9597.882
22.95386	39941.5	16.84514	2781.469	1.649827E-03
H = 42 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
17.68008	506.0027	99465.26	5625.837	4089.868
2121.61	33.15996	167.52	6.458166	10751.07
24.31992	41425.46	17.86175	2992.201	1.571329E-03
H = 44 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
18.30723	520.4094	111711.2	6102.029	4347.963
2196.867	34.84639	169.92	6.811864	11980.64
25.69277	42893.52	18.88091	3208.244	1.500093E-03
H = 46 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
18.92813	534.6964	124820.5	6594.448	4610.71
2271.375	36.53393	172.32	7.169638	13288.09
27.07187	44346.98	19.90224	3429.553	1.435156E-03
H = 48 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
19.54327	548.8732	138814.7	7102.941	4878.097
2345.192	38.22837	174.72	7.531319	14674.93
28.45673	45786.96	20.92541	3656.088	1.375717E-03
H = 50 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
20.15309	562.9481	153715.1	7627.371	5150.116
2418.37	39.92346	177.12	7.896748	16142.62
29.84691	47214.5	21.95017	3887.813	1.321103E-03
H = 30 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 12.536
16.77339	313.6821	31823.69	1897.272	2406.036
2012.807	21.6133	153.12	4.432288	4923.508
13.22661	4968.519	8.79432	1346.586	4.420396E-03



<b>Z</b>	<b>AC</b>	<b>IC</b>	<b>WS</b>	<b>WI</b>
<b>AB</b>	<b>ZB</b>	<b>AO</b>	<b>ZO</b>	<b>IO</b>
<b>ZC</b>	<b>ICT</b>	<b>ZCO</b>	<b>SM</b>	<b>CT</b>
H = 32 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 12.536
17.65255	324.4978	37572.98	2128.474	2618.791
2118.305	23.17373	155.52	4.757408	5718.105
14.34745	5226.717	9.590046	1491.444	4.146761E-03
H = 34 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 12.536
18.51852	335.1873	43904.73	2370.855	2835.951
2222.222	24.74074	157.92	5.087842	6581.239
15.48148	5481.061	10.39364	1641.363	3.905451E-03
H = 36 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 12.536
19.37253	345.7623	50838.36	2624.249	3057.493
2324.704	26.31373	160.32	5.423353	7514.524
16.62747	5731.909	11.20411	1796.243	3.691062E-03
H = 38 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 12.536
20.21566	356.233	58393.02	2888.504	3283.395
2425.879	27.89217	162.72	5.763717	8519.55
17.784343	5979.572	12.02062	1955.996	3.49933E-03
H = 40 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 12.536
21.04882	366.6084	66587.59	3163.483	3513.638
2525.858	29.47559	165.12	6.108721	9597.882
.....	.....	.....	.....	.....

A semleges tengely (AN) az acélszerkezetet metszi  $z > h - h_0$

2. táblázat

<b>Z</b>	<b>AC</b>	<b>IC</b>	<b>WS</b>	<b>WI</b>
<b>AB</b>	<b>ZB</b>	<b>AO</b>	<b>ZO</b>	<b>IO</b>
<b>ZC</b>	<b>ICT</b>	<b>ZCO</b>	<b>SM</b>	<b>CT</b>
H= 30 cm	B=120 cm	A= 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
13.78338	440.2929	42909.68	3113.146	2646.031
1705.59	22.88148	153.12	4.432288	4923.508
16.21662	1804.417	35149.77	1769.794	1.718526E-02
H = 32 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
14.47978	461.8378	50446.98	3483.96	2879.358
1802.031	24.47396	155.52	4.757408	5718.105
17.52022	1984.873	37489.95	1943.961	1.605614E-02
H = 34 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = .6 cm	N = 6.268
15.1686	483.3827	58721.64	3871.262	3118.284
1897.884	26.06792	157.92	5.087842	6581.239
18.83139	2170.382	39830.13	2123.253	0.0150658

<b>Z</b>	<b>AC</b>	<b>IC</b>	<b>WS</b>	<b>WI</b>
<b>AB</b>	<b>ZB</b>	<b>AO</b>	<b>ZO</b>	<b>IO</b>
<b>ZC</b>	<b>ICT</b>	<b>ZCO</b>	<b>SM</b>	<b>CT</b>
H = 36 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 6.268
15.85082	504.9275	67758.03	4274.733	3362.819
1993.224	27.66313	160.32	5.423353	7514.524
20.14918	2360.845	42170.3	2307.607	1.419024E-02
H = 38 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 6.268
16.52724	526.4724	77580.37	4694.091	3612.967
2088.114	29.25938	162.72	5.763717	8519.55
21.47276	2556.176	44510.49	2496.967	1.341065E-2
H = 40 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 6.268
17.19855	548.0173	88212.75	5129.082	3868.734
2182.607	30.85651	165.12	6.108721	9597.882
22.80145	2756.304	46850.67	2691.287	0.0127121
H = 42 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 6.268
17.86532	569.5621	99679.23	5579.481	4130.125
2276.749	32.45438	167.52	6.458166	10751.07
24.13468	2961.17	49190.85	2890.529	1.208263E-02
H = 44 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 6.268
18.52806	591.107	112003.8	6045.089	4397.143
2370.577	34.05288	169.92	6.811864	11980.64
25.47194	3170.72	51531.03	3094.659	1.151248E-02
H = 46 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 6.268
19.18719	612.6519	125210.3	6525.724	4669.792
2464.125	35.65193	172.32	7.169638	13288.09
26.81281	3384.912	53871.21	3303.65	1.099367E-02
H = 48 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 6.268
19.84307	634.1967	139322.6	7021.222	4948.075
2557.422	37.25144	174.72	7.531319	14674.93
28.15693	3603.708	56211.39	3517.477	1.051958E-02
H = 50 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 6.268
20.49603	655.7416	154364.6	7531.439	5231.994
2650.492	38.85136	177.12	7.896748	16142.62
29.50397	3827.072	58551.57	3736.119	1.008467E-02
H = 30 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 12.536
16.82412	296.7065	31805.13	1890.448	2413.891
1941.552	21.88671	153.12	4.432288	4923.508
13.17588	1338.818	4450.018	1379.39	1.807085E-02
H = 32 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 12.536
17.69489	308.6789	37558.03	2122.535	2625.497
2051.523	23.43279	155.52	4.757408	5718.105
14.30511	1484.859	4743.548	1521.783	1.688258E-02

Z	AC	IC	WS	WI
AB	ZB	AO	ZO	IO
ZC	ICT	ZCO	SM	CT
H = 34 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 12.536
18.55294	320.6513	43893.17	2365.834	2841.522
2160.508	24.98258	157.92	5.087842	6581.239
15.44706	1635.928	5037.079	1668.892	1.584237E-02
H = 36 cm	B = 120 cm	A = 40 cm	TI = 6 cm	N = 12.536
19.39964	332.6238	50829.86	2620.144	3061.974
2268.612	26.53561	160.32	5.423353	7514.524
.....	.....	.....	.....	.....

A feszültségeket a (5,6) képletek segítségével határozzuk meg, figyelembe véve a tartós terheket, a rövid ideig ható terheket, valamint a fáradásra használt redukáló tényezőt.

$$\sigma_a = \frac{M \cdot (h - z)}{I_c} \begin{cases} \sigma_a(n_t) \\ \sigma_a(n_r) \\ \sigma_a(n_f) \end{cases}$$

$$\sigma_b = \frac{M \cdot z}{n \cdot I_c} \begin{cases} \sigma_b(n_t) \\ \sigma_b(n_r) \\ \sigma_b(n_f) \end{cases}$$

$$\sigma_{b_{\max}} = \max\{[\sigma_b(n_t) + \sigma_b(n_r)]; [\sigma_b(n_t) + \sigma_b(n_f)]\}$$

$$\sigma_{a_{\max}} = \max\{[\sigma_a(n_t) + \sigma_a(n_r)]; [\sigma_a(n_t) + \sigma_a(n_f)]\} \quad (16)$$

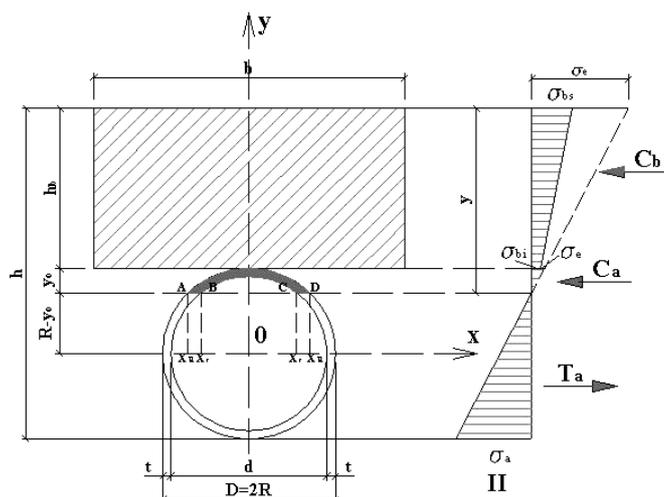
A (16) képletek segítségével határozzuk meg a legnagyobb feszültségeket a beton és az acél legjobban igénybe vett öveiben.

### 3.2. Vasbetonlemez és acélcsövekből kialakított lemezek

A Műszaki Szemle 17. számában közöltünk egy megközelítő megoldást. Most a pontos képleteket közöljük.

Két esetet különböztetünk meg:

1. A semleges tengely az acélcsövet metszi (14.ábra)



14. ábra

Első lépésben meghatározzuk az X0Y koordináta rendszerben az  $X_r$  és  $X_R$  abszcisszákat.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 \\ y = R - y_0 \end{cases} \Rightarrow X_R = \pm \sqrt{2Ry_0 - y_0^2};$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ y = R - y_0 \end{cases} \Rightarrow X_r = \pm \sqrt{r^2 + 2Ry_0 - R^2 - y_0^2}$$

Az ABCD területet S-el jelöljük és a következőképpen számítjuk:

$$S = 2 \cdot \left[ \int_0^{X_R} \sqrt{R^2 - x^2} dx - \int_0^{X_r} \sqrt{r^2 - x^2} dx - (X_R - X_r)(R - y_0) \right] \quad (17)$$

A betonlemezben valamint az acélcsőben keletkezett nyomó illetve húzóerők a következőképpen számíthatók:

$$C_b = b \cdot h_b \cdot \frac{\sigma_{bs} + \sigma_{bi}}{2}; \quad C_a = S \cdot \frac{\sigma_e}{2}; \quad T_a = [\pi(R^2 - r^2) - S] \cdot \frac{\sigma_a}{2} \quad (18)$$

A semleges tengely helyzetét meghatározó egyenlet:

$$C_b + C_a = T_a \quad (19) \quad \Rightarrow y_0$$

A (17) összefüggést kifejtve, a következő képletet kapjuk:

$$S = 2 \left[ \frac{R^2}{2} \arcsin \frac{X_R}{R} + \frac{X_R}{2} \sqrt{R^2 - X_R^2} - \frac{r^2}{2} \arcsin \frac{X_r}{r} - \frac{X_r}{2} \sqrt{r^2 - X_r^2} - (X_R - X_r)(R - y_0) \right] \quad (20)$$

ahol:

$$X_R = \sqrt{2Ry_0 - y_0^2} \quad \text{és} \quad X_r = \sqrt{r^2 + 2Ry_0 - R^2 - y_0^2}$$

A (18) és (20) összefüggéseket behelyettesítve a (19) egyenletbe megkapjuk  $y_0$ -t

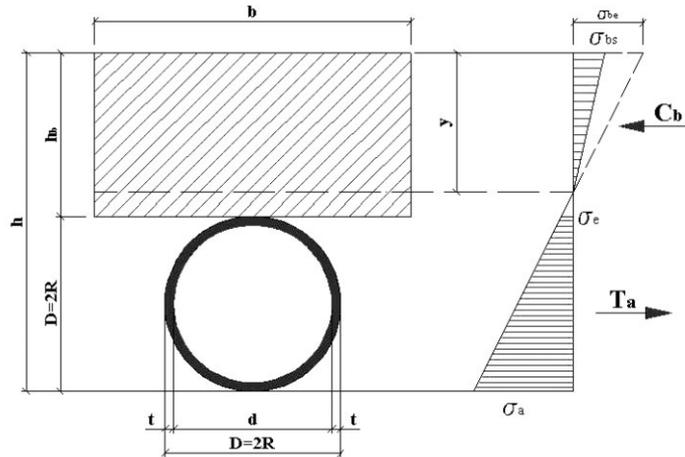
A semleges tengely helyzetét ( $y_0$ ) meghatározó egyenlet:

$$n \cdot S \cdot y_0 + b \cdot h_b \cdot (h_b + 2y_0) = n[\pi(R^2 - r^2) - S](h - h_b - y_0) \quad (21)$$

S-területet a (17) összefüggés szerint kell meghatározni ;  $n = E_a/E_b$

A semleges tengely helyzetét meghatározó egyenletet (21) csak numerikus közelítő módszerek segítségével lehet megoldani.

2. A semleges tengely a beton keresztmetszetet metszi (15.ábra). A húzott betonrészt elhanyagoljuk a számításban.



15. ábra

A betonkeresztmetszetben illetve az acélkeresztmetszetben létrejött nyomó- illetve húzóerő

$$C_b = \frac{1}{2} \cdot \frac{y}{h-y} \cdot \frac{\sigma_a}{n} \cdot y \cdot b = \frac{b \cdot y^2 \cdot \sigma_a}{2n(h-y)}; \quad T_a = \pi(R^2 - r^2) \frac{2h - 2y - D}{2(h-y)} \sigma_a \quad (22)$$

A semleges tengely helyzetét a következő egyenlet határozza meg (23):

$$C_b = T_a \quad (23)$$

A behelyettesítések után kapjuk (24)

$$by^2 = n\pi(R^2 - r^2)(2h - 2y - D)$$

$$by^2 + 2n\pi(R^2 - r^2)y - n\pi(R^2 - r^2)(2h - D) = 0 \quad (24)$$

$$y = \frac{\sqrt{n^2\pi^2(R^2 - r^2)^2 + nb\pi(R^2 - r^2)(2h - D)} - n\pi(R^2 - r^2)}{b} \quad (25)$$

Ismerve a semleges tengely helyzetét ( $y, y_0$ ), meghatározhatók az ideális, ún. acélra redukált keresztmetszet statikai jellemzői (tehetetlenségi nyomaték I, keresztmetszet A és statikai nyomaték S).

Ezek ismeretében könnyen meghatározhatók a legjobban igénybevett keresztmetszet normál- és csúszófeszültségei ( $\sigma, \tau$ ).

## 4. Számítógépes tervezés

Mivel az itt bemutatott három öszvérlemez nem szokványos szerkezet [ezeket a kolozsvári Műszaki Egyetemen tervezték meg, (Köllő G. 1990)], éppen ezért szükségesnek tartjuk egy olyan számítógépes program megalkotását, amely megkönnyíti ezen szerkezetek megtervezését. (KIRON program)

Mind a három bemutatott szerkezet tervezésénél alkalmazni lehet a bemutatásra kerülő programot.

A program a keresztmetszeti elemek megválasztása után a terheléseket (állandó terhek, vonat terhelés) határozza meg, lehetőséget nyitva különböző típusú vonatterhelés megválasztásához (hazai szabványok, Eurocode1).

Ezután következik az igénybevételek [nyíróerő (T), forgatónyomaték (M)] meghatározása, majd a legjobban igénybevett keresztmetszetben a program segítségével kiszámíthatók a normálfeszültségek ( $\sigma$ ) a nyomott betonövben, a húzott acélövben valamint a csúszófeszültségek ( $\tau$ ), figyelembe véve szuperpozíció elvét.

Az erőtani követelmények kielégítését három állapotban kell megvizsgálni:

- rövid ideig ható terhelés esetében (vonatterhelés);
- a beton lassú alakváltozásainak és zsugorodásának figyelembe vételével;
- figyelembe véve a rövid ideig ható terhelés gyakoriságát, (fáradás jelensége).

Az itt felsorolt három eset mindenképpen más-más redukáló tényezőt (n) kell alkalmazni. Hajlított tartókról van szó tehát ún. acélra redukált ideális keresztmetszeti jellemzőkkel dolgozik a program.

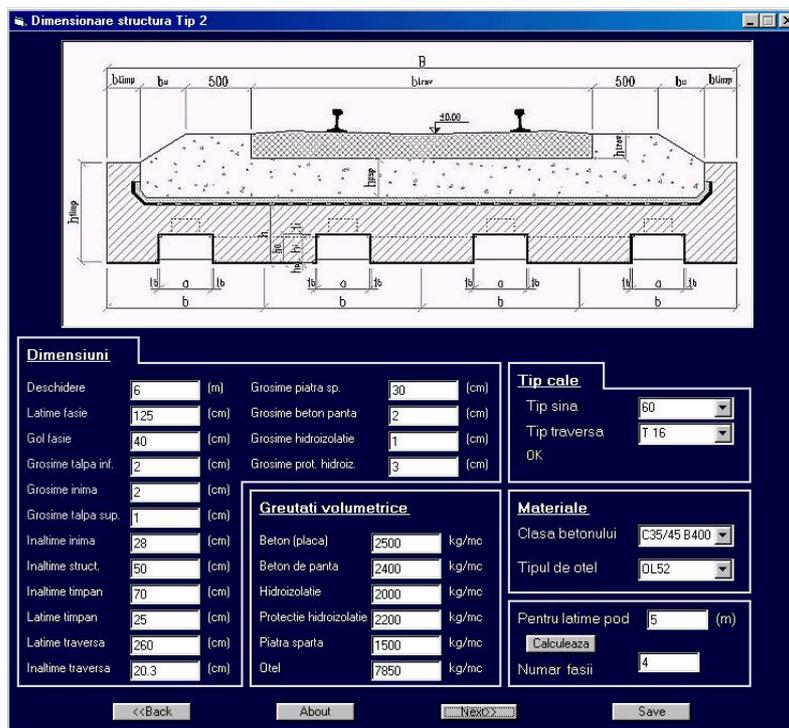
Bármelyik esetben, a különböző terhelési kombinálások után számított feszültségek ( $\sigma$ ,  $\tau$ ) elemzése után ( $\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{megengedett}}$ ) a program lehetőséget biztosít bármilyen változtatásra (keresztmetszet méretei, anyagok minősége, terhelés stb.), majd újravégzi az igénybevételek számítását.

Következik a lemezszerkezet maximális lehajlásának számítása és összehasonlítása a szabványok által megengedett legnagyobb lehajlással a legelőnytelenebb terhelési kombináció esetén, ( $f_{\max} \leq f_{\text{megengedett}}$ ).

Ha ez a feltétel is teljesül, a program segítségével meghatározhatjuk a lemez fél hosszúságára jutó legnagyobb csúszóerőt, valamint ennek a változását, és egy megválasztott kapcsolóelem (több típusú kapcsolóelem is kiválasztható) esetén, ezeknek a számát és elhelyezését a lemez hosszában.

A KIRON program könnyen alkalmazható, nem igényel magas szintű számítógép-kezelő ismereteket.

A következőkben bemutatunk néhány felhasználói ablakot.

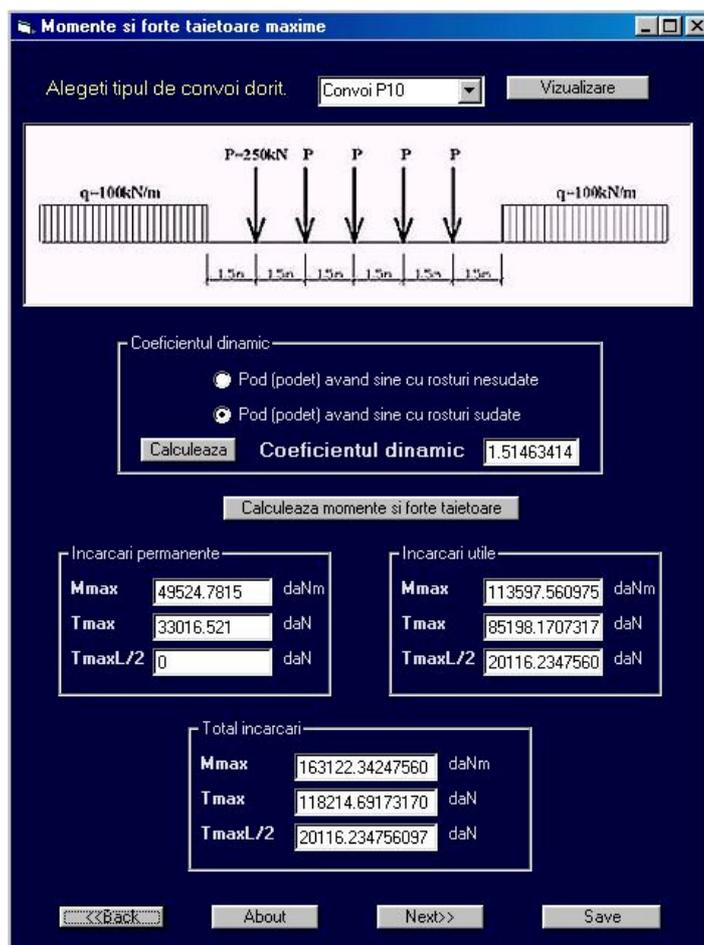


16. ábra

**Megjegyzés:** (a párbeszédablakban található román nyelvű kifejezések lefordítása magyar nyelvre)

*Dimensiuni* – keresztmetszeti méretek, *deschidere* – fesztávolság (L), *lățime fâșie* – (b), *gol fâșie* – (a), *grosime talpă inferioară* – (hp), *grosime inimă* – (tb), *grosime talpă superioară* – (ti), *înălțime inimă* – (hi), *înălțime structură* – (h), *înălțime timpan* – (h<sub>timp</sub>), *lățime timpan* – (b<sub>timp</sub>), *lățime traversă* – (b<sub>trav</sub>), *înălțime traversă* – (h<sub>trav</sub>), *grosime piatră spartă* – (h<sub>psp</sub>), *grosime beton pantă* – keresztmetszeti lejtést biztosító beton

vastagsága, *grosime hidroizolație* – szigetelés vastagság, *grosime protecție hidroizolație* – védőbeton vastagság, *greutăți volumetrice* – fajsúly, *beton (placă)* – lemezbe öntött beton, *beton pantă* – keresztmetszeti lejtést biztosító beton, *hidroizolație* – szigetelés, *protecție hidroizolație* – védőbeton, *piatră spartă* – zuzottkő, *oțel* – acél, *tip cale* – vágány típus, *tip șină* – sín típus, *tip traversă* – talpalj típus, *materiale* – anyagminőség, *clasa betonului* – beton osztály, *tipul de oțel* – acél típus, *valori rezultate* – számított értékek, *lățime pod (B)* – keresztmetszet szélesség, *număr fâșii* – lemezelem szám.



17. ábra

### Megjegyzés:

*Momente și forțe tăietoare maxime* – maximális forgatónyomaték (M) és nyíróerő (T), *alegeți tipul de convoi dorit* – a megfelelő vonatterhelés kiválasztása, *coeficientul dinamic* – dinamikus tényező, *calculează momente și forțe tăietoare* – forgatónyomaték és nyíróerő számítása, *încărcări permanente* – állandó terhelés, *încărcări utile* – hasznos terhelés (vonatterhelés).

Caracteristici geometrice ale sectiunii

Coeficientul de echivalenta "n" a betonului in otel: 6.2686567

Optional

Doresc sa schimb clasa betonului sau tipul de otel

**n** Axa neutra este in otel

z	23.54374334982 cm	Wi	8188.112096142 cm <sup>3</sup>
Ic	216626.7950959 cm <sup>4</sup>	Ac	704.8690476190 cm <sup>2</sup>
Ws	9201.034511680 cm <sup>3</sup>	S	5523.780609207 cm <sup>3</sup>

**2n** Axa neutra este in otel

z	28.70515515110 cm	Wi	7505.814617793 cm <sup>3</sup>
Ic	159835.1577504 cm <sup>4</sup>	Ac	515.4345238095 cm <sup>2</sup>
Ws	5568.169093984 cm <sup>3</sup>	S	4194.705699796 cm <sup>3</sup>

**3n** Axa neutra este in otel

z	31.38641568035 cm	Wi	7059.024753472 cm <sup>3</sup>
Ic	131393.7524632 cm <sup>4</sup>	Ac	452.2896825396 cm <sup>2</sup>
Ws	4186.325504681 cm <sup>3</sup>	S	3546.331702231 cm <sup>3</sup>

18. ábra

**Megjegyzés:**

*Caracteristici geometrice ale sectiunii* – a jellemző keresztmetszeti elemek számítása.

Eforturi normale si tangențiale

**n**

$\sigma_0$	693.673704 daN/cm <sup>2</sup>	$\tau$	271.559205 daN/cm <sup>2</sup>
$\sigma_b$	98.4754249 daN/cm <sup>2</sup>		

**2n**

$\sigma_0$	756.730393 daN/cm <sup>2</sup>	$\tau$	112.130543 daN/cm <sup>2</sup>
$\sigma_b$	81.3620930 daN/cm <sup>2</sup>		

**3n**

$\sigma_0$	350.790535 daN/cm <sup>2</sup>	$\tau$	172.977908 daN/cm <sup>2</sup>
$\sigma_b$	31.4531275 daN/cm <sup>2</sup>		

**Caz I**

$\sigma_0$	1044.46424
$\sigma_b$	129.928552
$\tau$	444.537114

**Caz II**

$\sigma_0$	1107.52092
$\sigma_b$	112.815220
$\tau$	285.108452

**Maxim**

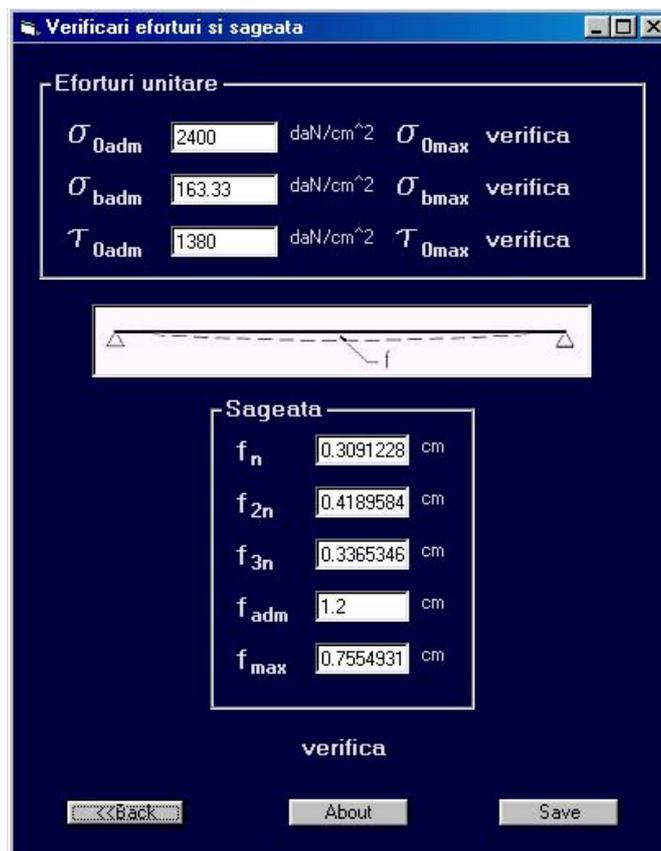
$\sigma_0$	1107.52092
$\sigma_b$	129.928552
$\tau_{max}$	444.537114

19. ábra

**Megjegyzés:**

*Eforturi normale și tangențiale* – normálfeszültségek ( $\sigma$ ) és csúszófeszültségek ( $\tau$ ),  $\sigma_0$  – normálfeszültség acélban,  $\sigma_b$  – normálfeszültség betonban,  $\tau$  – csúszó feszültség, verificari – ellenőrzések





20. ábra

**Megjegyzés:**

*Verificare eforturi și săgeată* – normál és csúszó feszültségek valamint maximális lehajlás ellenőrzése, *eforturi unitare* – feszültségek, *săgeată* – lehajlás.

**Conectori**

Forta de alunecare in reazem si in mijlocul deschiderii

<p><b>n</b></p> <p><math>L_r</math> 217247.364 daN/m</p> <p><math>L_c</math> 51294.5166 daN/m</p>	<p><b>2n</b></p> <p><math>L_r</math> 223593.643 daN/m</p> <p><math>L_c</math> 52792.9435 daN/m</p>	<p><b>3n</b></p> <p><math>L_r</math> 89152.4352 daN/m</p> <p><math>L_c</math> 0 daN/m</p>
<p><b>Caz I</b></p> <p><math>L_r</math> 306399.799 daN/m</p> <p><math>L_c</math> 51294.5166 daN/m</p>	<p><b>Caz II</b></p> <p><math>L_r</math> 312746.078 daN/m</p> <p><math>L_c</math> 52792.9435 daN/m</p>	<p><b>Maxim</b></p> <p><math>L_r</math> 312746.078 daN/m</p> <p><math>L_c</math> 52792.9435 daN/m</p>

Forta de alunecare totala: 548308.533044 daN

Alegeți tipul de conectori: Rigid U12

..... Calculeaza Lcon si Nr. de conectori .....

Forta de rezistenta la  
lunecare a unui conector 26357 daN      Nr conectori 20 buc

<<Back      About      Save

21. ábra

**Megjegyzés:**

*Conectori* – kapcsolóelemek, *forta de alunecare pe reazem și la mijlocul deschiderii* – a csúszóerő számítása a lemez szélső ( $L_r$ ) és középső ( $L_c$ ) keresztmetszetében, *forta de alunecare totală* – teljes csúszóerő a lemez fél hosszában, *alegeți tipul de conectori* – kapcsolóelem kiválasztása, *calculează Lcon și Nr. de conectori* – a kapcsolóelem teherbírása és számának meghatározása.