

Módosított összetett koszinusz-átmenetiíves kitérő és vágánykapcsolás geometriai terve és kitűzési adatai

Liegner Nándor

egyetemi tanársegéd

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Út és Vasútépítési Tanszék

1. A módosított – összetett koszinusz átmenetiíves kitérő és a vágánykapcsolás alapadatai

Tervezési sebesség kitérő irányban:	V	=	80 km/h
Vágánytengely távolság:	p	≥	4,00 m
Maximális oldalgyorsulás-változás:	h	=	0,40 m/s ³
Maximális szabad oldalgyorsulás:	a_0	=	0,65 m/s ²
Görbületváltozást érzékelő hossz:	d	=	17,0 m
Nyomtávolság:	t	=	1435 mm

2. A koszinusz átmenetiíves eltérítésű geometria meghatározása

Az eltérítő ágba átmenetiíves kitérő és vágánykapcsolás geometriai tervezése a négy koszinusz átmenetiívvel történő vágányszéthúzás geometriájára épül.

Az átmenetiív hosszát az

$$L = \frac{V}{3,6} \cdot \sqrt[3]{\frac{\pi \cdot p}{4h}} \quad [\text{m}], \quad (1)$$

a minimális görbületi sugár értékét az

$$R_2 = \frac{2L^2}{p} \quad [\text{m}] \quad (2)$$

összefüggésből határozhatjuk meg, ahol:

L [m]:	a vágánykapcsolás második és harmadik átmenetiívének hossza;
R_2 [m]:	minimális görbületi sugár;
p [m]:	vágánytengely távolság;
V [km/h]:	tervezési sebesség az eltérítő ágba;
$h = 0,4 \text{ m/s}^3$:	a maximális engedélyezett oldalgyorsulás-változás.

A koszinusz geometria elején, a csúcspont hosszának csökkentése céljából az első és a negyedik átmenetiív elejét lemetsszük úgy, hogy a gyorsulásváltozás értéke ne haladja meg a maximális engedélyezett értéket — $h_{max} = 0,4 \text{ m/s}^3$. A kitérő elején a görbületi sugár értéke az

$$R_1 = \frac{V^3}{3,6^3 h d} \quad [\text{m}] \quad (3)$$

összefüggésből számítható. A módosított — lemetsett — átmenetiív hossza:

$$L_0 = \frac{\pi V^3 (R_1 - R_2)}{3,6^3 \cdot 2 \cdot h R_1 R_2} \quad [\text{m}] \quad (4)$$

A (3) - (4) képletek jelölései:

L_0 [m]:	a vágánykapcsolás módosított — első és negyedik — átmenetiívének hossza;
R_2 [m]:	minimális görbületi sugár;

R_l [m]: görbületi sugár a módosított átmenetiív elején;
 V [km/h]: tervezési sebesség az eltérítőágban;
 $h = 0,4 \text{ m/s}^3$: a maximális engedélyezett oldalgyorsulás-változás.

Az 1. fejezet kiindulási adatai alapján az (1) – (4) mennyiségek értékei:

Az átmenetiív hossza: $L = 47,5833 \text{ m}$
A módosított átmenetiívek hossza: $L_0 = 20,8797 \text{ m}$
A koszinusz geometria hossza: $L_0 + L = 68,4630 \text{ m}$
Minimális görbületi sugár: $R_2 = 905,6663 \text{ m}$
Görbületi sugár a módosított átmenetiív elején: $R_l = 1613,8142 \text{ m}$

Az első és a negyedik átmenetiív elejének lemetzése miatt egyszerű vágánykapcsolás esetén a kapcsolás középső szakaszában a második és a harmadik átmenetiívek között

$$e = \frac{p - 2Y_{cv}}{\sin \tau_{cv}} \quad [\text{m}] \quad (5)$$

nagyságú egyenes adódik, ahol

Y_{cv} [m]: a koszinusz geometria végpontja — a második átmenetiív eleje;
 p [m]: a vágánytengely távolság;
 τ_{cv} : a koszinusz geometria végérintőszöge.

Párhuzamos vágány kiágazása esetén az e egyenes az

$$e = \frac{p}{2} - \frac{Y_{cv}}{\sin \tau_{cv}} \quad [\text{m}] \quad (6)$$

összefüggésből számítható.

A vágánykapcsolás geometriáját az 5.1. ábra tünteti fel.
Az első átmenetiív — $0 \leq l \leq L_0$ — görbületi viszonyait a

$$G_I(0 \leq l \leq L_0) = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \left(1 - \cos \frac{\pi}{L} l \right) \left[\frac{1}{\text{m}} \right], \quad (7)$$

a második átmenetiív görbületi viszonyait a

$$G_{II}(L_0 \leq l \leq L_0 + L) = \frac{1}{R_2} - \frac{1}{2R_2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{L} (L + L_0 - l) \right) \left[\frac{1}{\text{m}} \right] \quad (8)$$

görbületfüggvénnyel írhatjuk le.

Az eltérítő ág első részében — az első átmenetiívben — ($0 \leq l \leq L_0$) az érintőszög függvénye:

$$\tau_l = \int_0^l G_I dl = \frac{l}{R_1} + \frac{l}{2R_0} - \frac{L_0}{2\pi R_0} \sin \frac{\pi}{L} l, \quad (9)$$

az ordináta függvénye:

$$y_l = \int_0^l \tau_l dl = \frac{l^2}{4} \left(\frac{2}{R_1} + \frac{1}{R_0} \right) - \frac{L_0^2}{2\pi^2 R_0} \left(1 - \cos \frac{\pi}{L} l \right) \quad [\text{m}]. \quad (10)$$

Az eltérítőág második átmenetiívében ($L_0 \leq l \leq L + L_0$) az érintőszög függvénye:

$$\tau_{II} = \tau_{L_0} + \int_{L_0}^l G_{II} dl = \frac{L_0}{R_1} - \frac{L_0}{2R_2} + \frac{L_0}{2R_0} + \frac{l}{2R_2} + \frac{L}{2\pi R_2} \sin \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l). \quad (11)$$

Az érintőszög értéke a koszinusz geometria végén — a második és a harmadik átmenetiív elején:

$$\tau_{cv} = \frac{L_0}{2R_1} + \frac{L_0 + L}{2R_2} \quad (12)$$

A vágánykapcsolás középső részén a közbenső egyenes hajlásszögét a (12) összefüggésből határozhatjuk meg, értéke a (15) szerinti számadat.

Az eltérítőág második átmenetiívében ($L_0 \leq l \leq L + L_0$) az ordináta függvénye:

$$y_{II} = y_{L_0} + \int_{L_0}^l \tau_{II} dl = -\frac{L_0^2}{4R_1} - \frac{L_0^2}{\pi^2 R_0} + \frac{L^2}{2\pi^2 R_2} + \frac{L_0 l}{2R_1} + \frac{l^2}{4R_2} + \frac{L^2}{2\pi^2 R_2} \cos \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) \quad (13)$$

A (7)-(13) képletek jelölései:

- l [m]: az ívhossz paraméter;
- L [m]: a vágánykapcsolás második és harmadik átmenetiívének hossza;
- L_0 [m]: a vágánykapcsolás módosított – első és negyedik – átmenetiívének hossza;
- R_2 [m]: minimális görbületi sugár;
- R_1 [m]: görbületi sugár a módosított átmenetiív elején;
- R_0 [m]: az átlagos görbületi sugár, mely az

$$R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2} \text{ [m]} \quad (14)$$

összefüggésből számítható.

Az 1. fejezet kiindulási adatai alapján, a (7) – (13) összefüggésekből a következő mennyiségek határozhatók meg:

- A módosított átmenetiív végpontjának koordinátái ($l = L_0$):

$$x(L_0) = 20,8788 \text{ m}$$

$$y(L_0) = 0,1665 \text{ m}$$

- Az érintőszög értéke a módosított átmenetiív végpontjában ($l = L_0$):

$$\tau(L_0) = 1^\circ 01' 52,01''$$

- A koszinusz-geometria végpont koordinátái ($l = L_0 + L$):

$$X_{c,v} = 68,4289 \text{ m}$$

$$Y_{c,v} = 1,9007 \text{ m}$$

- A koszinusz geometria végérintőszöge:

$$\tau_{c,v} = 2^\circ 32' 10,53'' \quad (15)$$

- A kitérő szerkezet végpont koordinátái ($y = 1,750$ m):

$$x_{\text{kit},v} = 65,0272 \text{ m}$$

$$y_{\text{kit},v} = 1,7500 \text{ m}$$

- A kitérő szerkezet végpontjában az ívhossz paraméter értéke ($y = 1,750$ m):

$$l_{\text{kit},v} = 65,0580 \text{ m}$$

- Érintőszög értéke a kitérő végpontjában ($l = L_0$):

$$\tau_{\text{kit},v} = 2^\circ 32' 07,27''$$

- Az ívhossz paraméter értéke az elméleti keresztezési pontban:

$$l_{kr} = 57,8964 \text{ m}$$

- Az elméleti keresztezési pont koordinátái:

$$x_{kr} = 7,9041 \text{ m}$$

$$y_{kr} = 0,7175 \text{ m}$$

- Érintőszög értéke az elméleti keresztezési pontban:

$$\tau_{kr} = 2^\circ 30' 35,28''$$

A kitérőt, a módosított átmenetiív és a koszinusz geometria végpontjának helyzetét az *5.1 ábra* szemlélteti.

A fenti adatok alapján, a vágánykapcsolás középső részén az e egyenes hajlásszöge — a koszinusz geometria végérintőszöge — nem egyezik meg a kitérő végének hajlásszögével. A módosított-összetett átmenetiív hossza (L_0+L) nagyobb, mint a kitérőé. A vágánykapcsolás elágazó ágában a kitérő után a vágánytengely átmenetiívben folytatódik, melynek geometriáját az *5.1. ábra* tünteti fel.

A vágánykapcsolás görbületi ábrája az *5.2. ábrán* látható. A kitérőirányban $V = 80$ km/h sebességgel haladó járműben fellépő oldalgyorsulás nagyságát az első (módosított) átmenetiívben az

$$a_I(0 \leq l \leq L_0) = \frac{V^2}{3,6^2} \left\{ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \left(1 - \cos \frac{\pi}{L} l \right) \right\} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right], \quad (16)$$

a második átmenetiívben az

$$a_{II}(L_0 \leq l \leq L_0 + L) = \frac{V^2}{3,6^2} \left\{ \frac{1}{R_2} - \frac{1}{2R_2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{L} (L + L_0 - l) \right) \right\} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \quad (17)$$

függvény írja le. A fellépő oldalgyorsulás maximális értéke

$$a_{\max} = \frac{V^2}{3,6^2 \cdot R_{\min}} = \frac{80^2}{3,6^2 \cdot 905,666} = 0,545 \text{ m/s}^2, \quad (18)$$

ahol: a [m/s^2]: a szabad oldalgyorsulás,
 V [km/h]: sebesség,
 l [m]: az ívhossz paraméter,
 L [m]: a vágánykapcsolás második és harmadik átmenetiívének hossza,
 L_0 [m]: a vágánykapcsolás módosított – első és negyedik – átmenetiívének hossza,
 R_2 [m]: minimális görbületi sugár,
 R_1 [m]: görbületi sugár a módosított átmenetiív elején.

A kitérőívben $V = 80$ km/h sebességgel haladó járműben fellépő oldalgyorsulás ábrája az 5.3. ábrán látható.

3. A csúcscsín lemetzés vizsgálata

A csúcscsín lemetzés végpontjának azt a pontot tekintjük, ahol a fő és a mellékirány ordináta különbsége

$$y_m = 5 \text{ mm.} \quad (19)$$

A csúcscsín lemetzés végpontjában, (7) és (8) alapján az ívhossz paraméter értéke

$$l_m = 3,9832 \text{ m,}$$

a végpont abszcisszája

$$x_m = 3,9832 \text{ m}$$

és a pontbeli érintő τ_m hajlása:

$$\tau_m = 0^\circ 08' 40,81". \quad (20)$$

A csúcscsín lemetzés végpontjában a gyorsulás-változás értéke nem lehet nagyobb az engedélyezett maximális értéknél. A gyorsulás-változás értéke a

$$h \approx \frac{V^3}{3,6^3} \frac{\tau}{d} \text{ [m/s}^3\text{]} \quad (21)$$

képletből számítható, ahol

τ : a csúcscsín lemetzés szöge;
 $d \approx 17 \text{ m}$: a jármű forgócsap távolsága.

(21) alapján a csúcscsín lemetzési szög maximális értéke:

$$\tau_{m,eng} = 0^\circ 36' 12,80". \quad (22)$$

A csúcscsín lemetzési szög (20) értéke kisebb, mint a (22) szerinti maximális érték, ezért a csúcscsín lemetzés kinematikailag megfelel.

A csúcscsín lemetzés vázlata a 3.1 ábrán látható. Ennek figyelembe vételével:

$$u = \frac{y_m}{\text{tg } \tau_m} = 1,9802 \text{ m} \quad (23)$$

ahol:

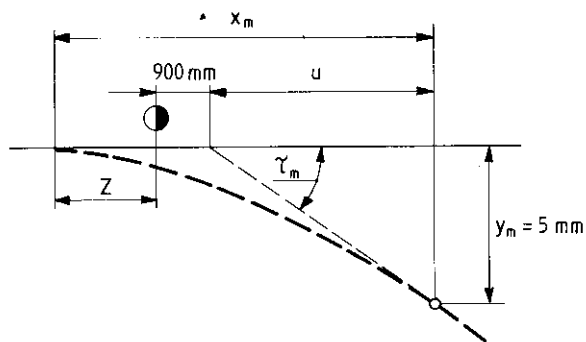
$y_m = 0,005 \text{ m}$: a csúcscsín lemetzés végpontjának ordinátája;
 τ_m : a csúcscsín lemetzés végpontjában az érintő hajlása.

A kitérő elejének távolsága az első átmenetiív matematikai elejétől:

$$Z = x_m - u - 0,9 = 1,1030 \text{ m} \quad (24)$$

ahol:

x_m [m]: a csúcscsín lemetzés végpontjának abszcisszája;
 u [m]: (23) alapján a 3.1 ábra szerint számítandó mennyiség.



3.1. ábra
A csúcssín lemetzés elvi vázlata

4. A kitérő tengelyábrája

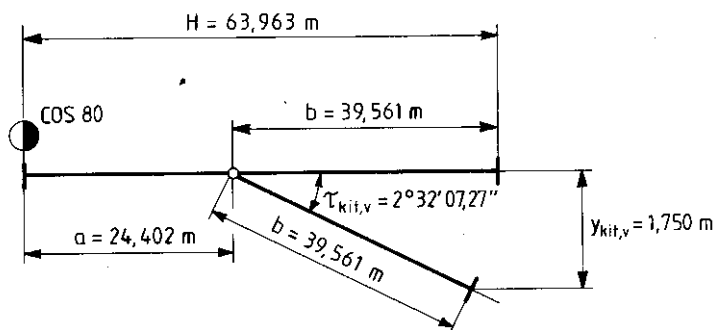
A kitérő tengelyábrája a 4.1., a tengelyábra számításánál felhasznált mennyiségek a 4.2 ábrán láthatók. A főbb méretek:

$$b = \frac{y_{kit,v}}{\sin \tau_{kit,v}} = 39,5607 \text{ m}$$

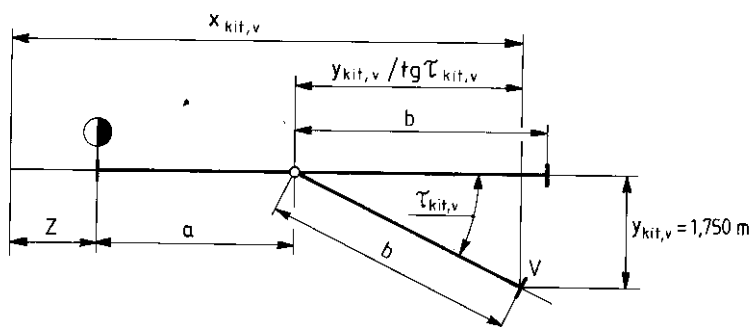
$$a = x_{kit,v} - b \cdot \cos \tau_{kit,v} - Z = 24,4022 \text{ m}$$

A kitérő hossza: $H = a + b = 63,9629 \text{ m}$

A kitérő végérintő szöge: $\tau_{kit,v} = 2^\circ 32' 07,27''$.



4.1. ábra
A kitérő tengelyábrája



4.2. ábra
A kitérő tengelyábrájának számításánál felhasznált mennyiségek

5. A vágánykapcsolás tengelyábrája

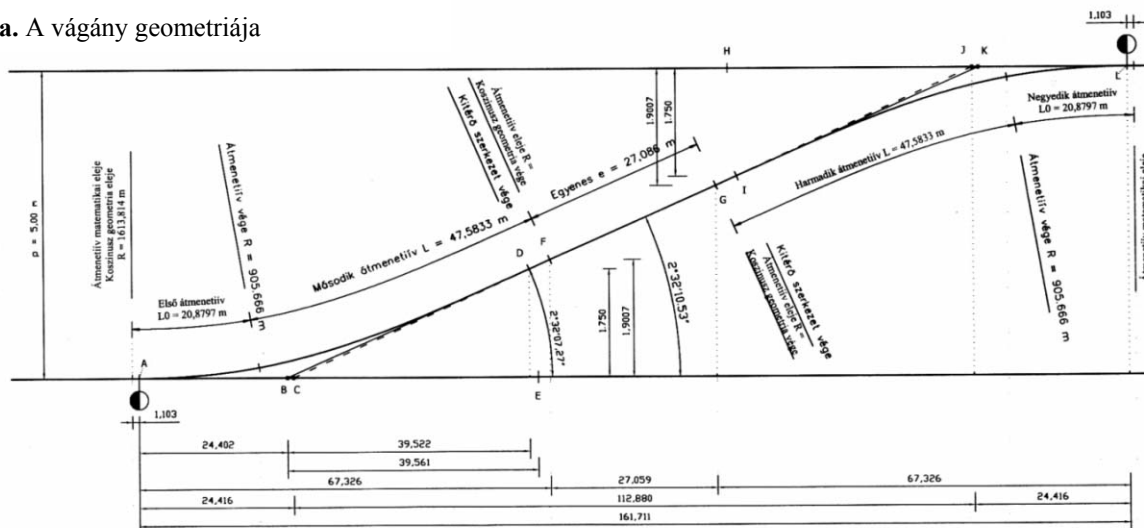
A vágánykapcsolás tengelyábrája az 5.4. ábrán látható $p = 5,00$ m vágánytengely távolság esetén. A vágánykapcsolás, a közbenső e egyenes hosszát és az ábra szerinti C – J távolságot az 5.1. táblázat tünteti fel $p = 4,10, 4,75$ és $5,00$ m tengelytávolság esetén.

5.1. táblázat: Az e egyenes, az 5.1. ábra szerinti C – J távolság, valamint a vágánykapcsolás teljes hossza

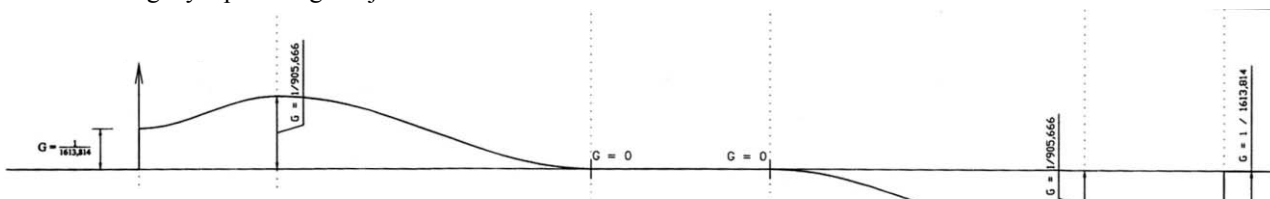
Vágánytengely távolság p [m]	Az e egyenes hossza [m]	C–J távolság [m]	A vágánykapcsolás hossza [m]
4,10	6,748	92,652	141,373
4,75	21,437	107,341	156,062
5,00	27,086	112,990	161,711

A vágánykapcsolás középső részén az e egyenes hajlásszöge nem egyezik meg a kitérő végének hajlásszögével. A módosított-összetett átmenetiív hossza (L_0+L) nagyobb, mint a kitérőé. A vágánykapcsolás elágazó ágában a kitérő után a vágány átmenetiívben folytatódik, melynek geometriáját az 5.1. ábra szemlélteti. Az eltérítő ág görbületét az 5.2, a kitérőirányban $V = 80$ km/h sebességgel haladó járműben fellépő oldalgyorsulást az 5.3. ábra tünteti fel. A vágánykapcsolás kitérési vázlatát az 5.4. ábrán látható.

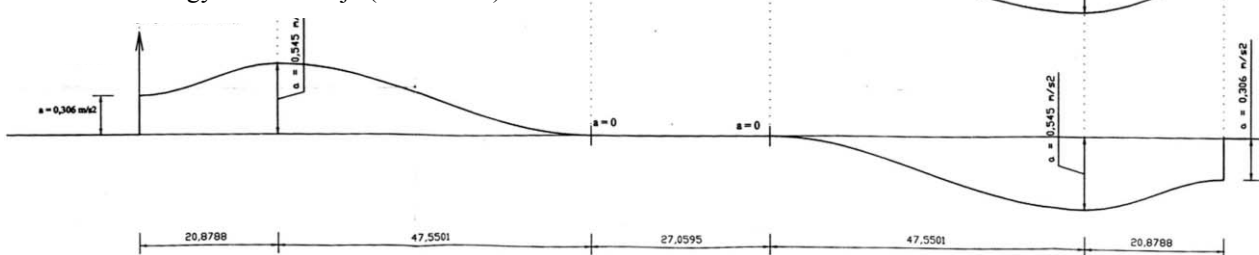
5.1. ábra. A vágány geometriája



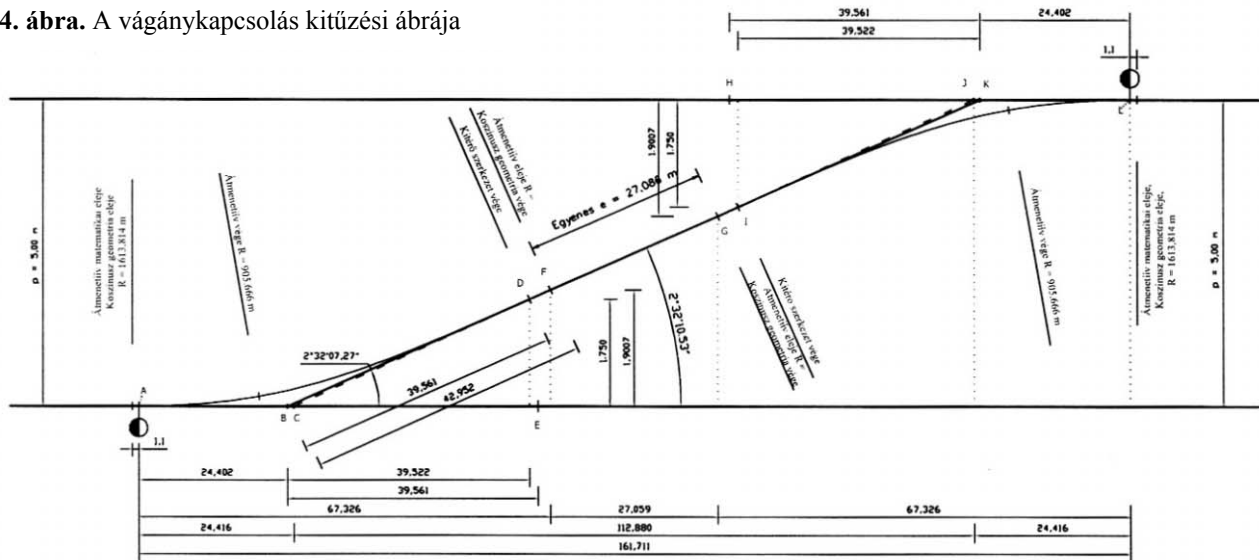
5.2. ábra. A vágánykapcsolás görbéje



5.3. ábra. Az oldalgyorsulás ábrája ($V=80$ km/h)



5.4. ábra. A vágánykapcsolás kitűzési ábrája



Felhasznált irodalom

- [1.] A számítást és tervezést a „Dr. Megyeri Jenő: *Vasúti mozgásgeometria*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986”-ban kiadott szakkönyv 5. fejezete alapján végeztem.