

# Állandó fogmagasságú körív alakú hipoidhajtás kapcsolódásának számítógépes vizsgálata

Prof.dr.doc. Maros Dezső, dr. Orbán György  
Kolozsvári Műszaki Egyetem

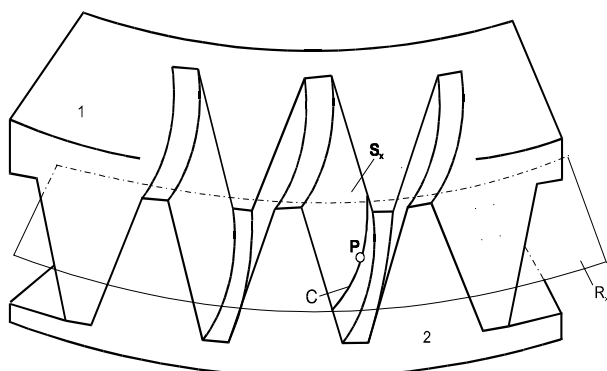
A dolgozat bemutatja a hipoidhajtás származtatásának elméleti alapjait. A számítási módszer lehetővé teszi az egymást burkoló felületek és az érintkezési pontok kiszámítását; a kényszerfeltételek megállapításával lehetővé válik még a tervezési fázisban az alámetszés elkerülése.

A számítógépes programok segítségével egy példán mutatjuk be a számítás menetét. Az AutoCAD program lehetővé teszi a hordkép vizualizálását és tetszés szerinti módosítását a bemenő adatok megváltoztatásával. Így elkerülhetők a költséges technológiai próbálgatások.

## 1.Bevezetés

A dolgozat tárgyát képező hipoidhajtás kapcsolódásának vizsgálata a Gleason módszerrel történő megmunkáláson alapszik.

A hipoid kúpkerék-hajtás származtató síkkerekei egy kongruensen kiegészítő párt alkotnak, amint az 1-es ábrán látható, ahol az 1-es kerék a kiskereket a 2-es pedig a tányérkereket származtatja.

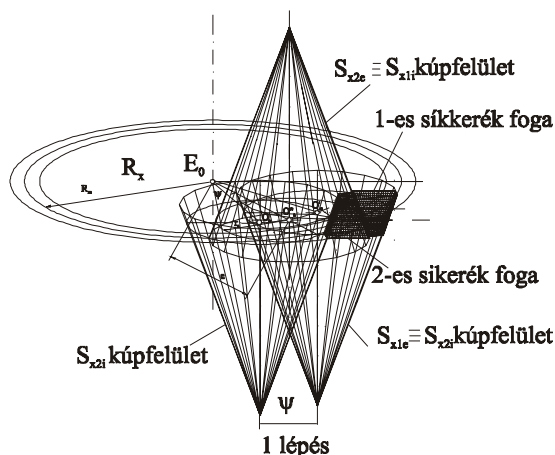


1. ábra

A kiskerék és tányérkerék egyik oldalát származtató közös kúpfelületet  $S_x$ -el jelöltük, a megfelelő gördülősíkot  $R_x$ -el.  $S_x$  és  $R_x$  metszéséből keletkezett kört alapkörnek nevezzük és C-vel jelöljük. Az ezen található főpontot, amely rendszerint a fog közepén helyezkedik el, P-vel jelöljük.

A 2-es ábrán a síkkerék  $R_x$  sík általi metszetét mutatja be, kiemelve az  $S_x$  származtató és a szomszédos szembenálló kúpfelületeket is. Az  $R_x$ -re merőleges tengely, amely az  $E_0$ -án halad át, egybeesik a fogazógép bölcsőjének tengelyével. Az  $O_s'$ ,  $O_s''$ ,  $O_s$  pontok a származtató kúpok tengelyeinek metszéspontjait jelölik az  $R_x$  síkkal.

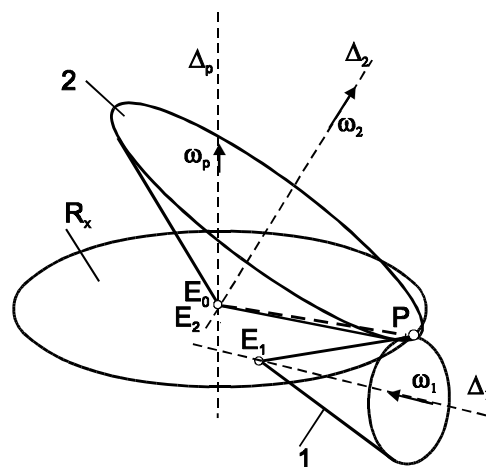
A Gleason módszerre jellemző, hogy a tányérkereket hipoid eltolás nélkül, a kiskereket pedig hipoid eltolással származtatjuk. Megjegyzendő, hogy a hajtás kompenzált, azaz mindkét keréknél a radiális fogprofil-eltolás abszolút értéke egyenlő.



2. ábra

A 3-as ábra a hipoidhajtást képező kúpkerék osztókúpjait ábrázolja, melyek az  $R_x$  síkot egy-egy alkotó mentén, egymást pedig a P pontban érintik. Relatív axoidának csak az  $R_x$  sík és a 2-es kúp tekinthető.

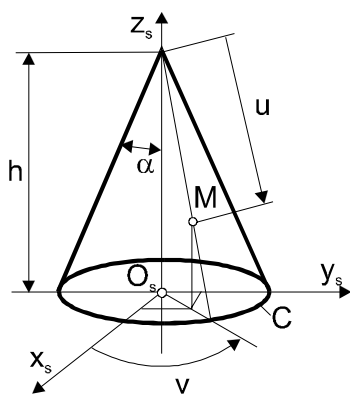
A származtatást meghatározó geometriai méreteket a hipoidhajtás adatai alapján határoztuk meg.



3. ábra

## 2. Elméleti alapok

Az  $S_x$ ,  $\varphi$  szerint, monoparaméteresen származtatja az  $S_1$  és  $S_2$ , pontszerűen érintkező felületeket. További számításaink a 4. ábrát veszik tekintetbe.



4. ábra

Felvéve a kúphoz kötött  $O_s x_s y_s z_s$  koordinátarendszert, ennek az  $u$  és  $v$  szerinti paraméteres egyenletei a következők:

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_s(u, v) \quad \text{és} \quad \mathbf{h}_s = \mathbf{h}_s(u, v), \quad (1)$$

melynek komponensei:

$$\begin{aligned} x_s &= u \cdot \sin \alpha \cdot \cos v & n_{xs} &= \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos v \\ y_s &= u \cdot \sin \alpha \cdot \sin v & n_{ys} &= \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin v \\ z_s &= h - u \cdot \cos \alpha & n_{zs} &= \sin^2 \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

Az 5. ábra a származtatási kinematikai modellt vizsgálja, amely a következő 5 alapkoordinátarendszert tartalmazza:

1. Az  $E_0 x_0 y_0 z_0$  fix rendszert; 2. Az  $E_0 x_p y_p z_p$  származtató síkkerékhez kötött rendszert (az origóban amikor  $\varphi=0$ , az  $E_0 x_p$  tengely áthalad a P ponton);

3. Az  $S_x$  származtató felülethez kötött  $O_s x_s y_s z_s$  rendszert; 4. A kiskerékhez kötött  $O_1 x_1 y_1 z_1$  rendszert; 5. A tányérkerékhez kötött  $O_2 x_2 y_2 z_2$  rendszert.

A 4 és 5 rendszerek kezdőpontjait a  $\Delta_1$  és  $\Delta_2$  tengelyek normáltranzverzálisának talppontjaiban vettük.

Az  $S_x$  felület mátrix-egyenletei a síkkerék rendszerében a következők:

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{M}_{ps} \cdot \mathbf{r}_s \quad \text{és} \quad \mathbf{h}_p = \mathbf{M}_{ps}^r \cdot \mathbf{h}_s, \quad (3)$$

ahol  $\mathbf{M}_{ps}$  és  $\mathbf{M}_{ps}^r$  egy kötött és egy szabad vektor áttérési mátrixai az  $s$ -ből a  $p$  rendszerbe. Ismerve az állandó áttérési arányokat:

$$i_{1p} = \frac{\omega_1}{\omega_p} = \frac{\varphi_1}{\varphi} \quad \text{és} \quad i_{2p} = \frac{\omega_2}{\omega_p} = \frac{\varphi_2}{\varphi}, \quad (4)$$

ahol  $\varphi$  a származtató kinematikai paraméter.

A továbbiakban meghatározhatók a következő triparaméteres összefüggések:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{M}_{1p} \cdot \mathbf{r}_p \quad \text{és} \quad \mathbf{h}_1 = \mathbf{M}_{1p}^r \cdot \mathbf{h}_p,$$

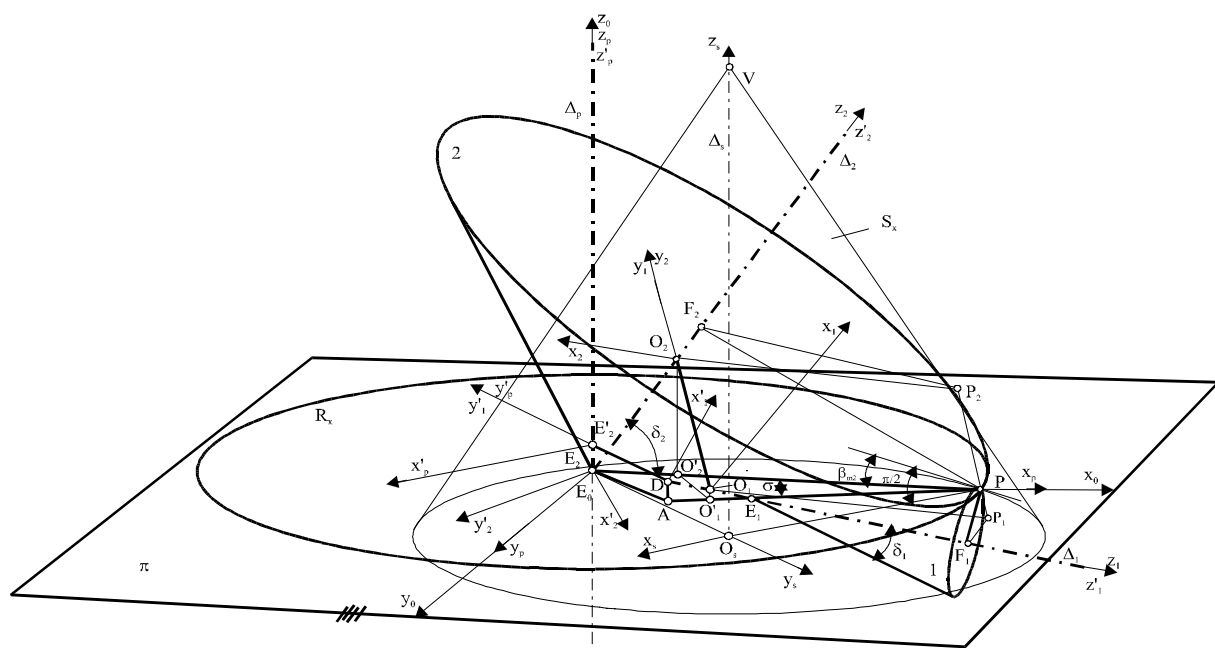
illetve:

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{M}_{2p} \cdot \mathbf{r}_p \quad \text{és} \quad \mathbf{h}_2 = \mathbf{M}_{2p}^r \cdot \mathbf{h}_p, \quad (5)$$

amelyek az  $S_x$  által az 1 és 2 rendszerekben burkolt felületeknek, azaz a kiskerék és tányérkerék fogfelületeinek kiszámításához szükségesek.

Figyelembe véve, hogy az  $S_x$  és a burkolt fogfelület közötti karakterisztikus görbe pontjaiban a relatív sebességvektorok a közös érintősíkbán vannak, felírható:

$$\mathbf{v}_{ip} \cdot \mathbf{h}_i = 0 \quad i=1,2 \quad (6)$$



5. ábra

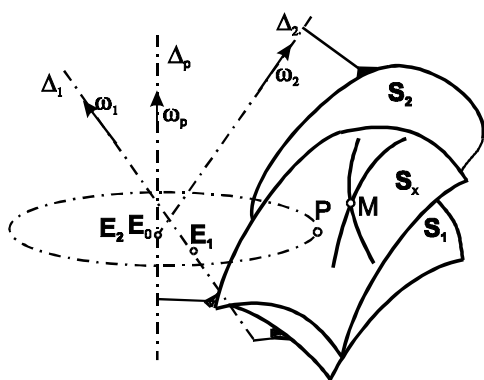
A (6) skaláris összefüggések a három paraméter,  $u$ ,  $v$  és  $\varphi$  közötti kényszerfeltételt jelentik, melyek a burkolt felületek meghatározásához vezetnek.

Bonyolult számítások során [2], a (6)-ból kifejeztük az  $u$  paramétert a következő formában:

$$u_i = \frac{a_i(\varphi) \cdot \cos v + b_i(\varphi) \cdot \sin v + c_i(\varphi)}{d_i(\varphi) \cdot \cos v + e_i(\varphi) \cdot \sin v} \quad i=1,2 \quad (7)$$

ahol  $a_i(\varphi) \dots e_i(\varphi)$  a  $\varphi$  függvényei. Behelyettesítve az így kapott  $u_i$  értékeit az (5)-be, az  $S_1$  és  $S_2$  fogfelületek  $u$  és  $\varphi$ -ben biparaméteres egyenleteit kapjuk.

Egy adott  $\varphi$  paraméterértékre, a két karakterisztikus görbe az  $S_x$  felületen levő  $M$  pontban metszi egymást, azaz az  $S_1$  és  $S_2$  felületek közötti érintkezési pontban (6. ábra).



6. ábra

Egyenlővé téve az  $u$  paraméter értékeit  $i=1,2$ -re, a (7)-ből következik:

$$A(\varphi) \cdot \cos^2 v + [B(\varphi) \cdot \sin v + C(\varphi)] \cdot \cos v + D(\varphi) \cdot \sin v + E(\varphi) = 0, \quad (8)$$

ahol  $A(\varphi) \dots E(\varphi)$  a  $\varphi$  paraméter függvényei.

A  $\varphi$  paraméter diszkrét értékeire, a (8) segítségével, iterációs módszerrel ki lehet számítani a megfelelő  $v$  értékeket és utána, a (7)-ből, a megfelelő  $u$  értéket. Az így kapott  $u$ ,  $v$  párral kiszámíthatjuk az érintkezési pontot bármelyik koordinátarendszerben.

Az érintkezési pontok mértani helye a fix rendszerben a kapcsolódási vonalat adja, az 1 és 2 rendszerekben pedig a hordkép vezérgörbáját. Az  $S_1$  és  $S_2$  felületek  $\varphi$  és  $v$ -ben biparaméteresek, és van egy visszatérési élük, melyet egy új, következő formájú kényszerfeltétel határoz meg:

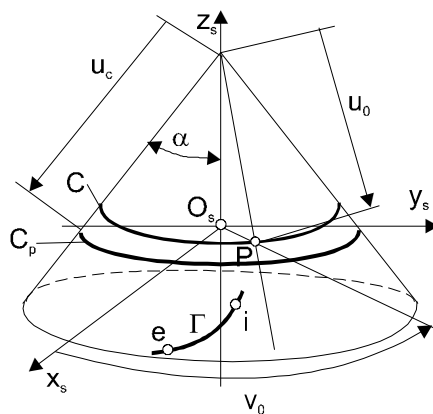
$$\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial v} \times \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \varphi} = 0, \quad i=1,2, \quad (9)$$

A (9)-es összefüggés azt fejezi ki, hogy a visszatérési él pontjaiban a koordinátavonalakhoz tartozó érintők párhuzamosak. Ez a feltétel skalárisan a következőképpen jelölhető:

$$f(v, \varphi) = \frac{\partial x_i}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial z_i}{\partial v} - \frac{\partial x_i}{\partial v} \cdot \frac{\partial z_i}{\partial \varphi} = 0. \quad i=1,2 \quad (10)$$

A  $\varphi$ -nek minden értékére a (10)-ből a  $v$  megfelelő értéke iterációs módszerrel számítható ki. Behelyettesítve a (7)-be, meghatározzuk a megfelelő  $u$  értéket és utána a határpont konjugáltját is a megfelelő karakterisztikus görbén.

A  $\varphi$  különböző értékeire kiszámíthatók az  $S_1$  és  $S_2$  fogfelületek visszatérési élei és ezek  $S_x$  felületen levő  $\Gamma$  konjugáltja. Ennek aktív szakaszát a belső és a külső fogfejkúpok határolják. A 2. ábrán lévő  $S_{x1i}$  származtató kúpra hivatkozva, az alámetszés elkerülése végett a  $\Gamma$  görbe aktív (ei) szakasza a sikkerék  $C_p$  fejkörén kívül kell helyezkedjen. A  $C_p$  fejkört az  $u_c$  paraméter határozza meg, amint az a 7. ábrán látható. Elegendő tehát ha  $u_i > u_c$ , ahol  $u_i$  az  $i$  pontot a  $\Gamma$ -n rögzíti. Megjegyezzük, hogy  $S_{x1e}$  származtató kúp esetén az alámetszés elkerülésének feltétele:  $u_i < u_c$ .

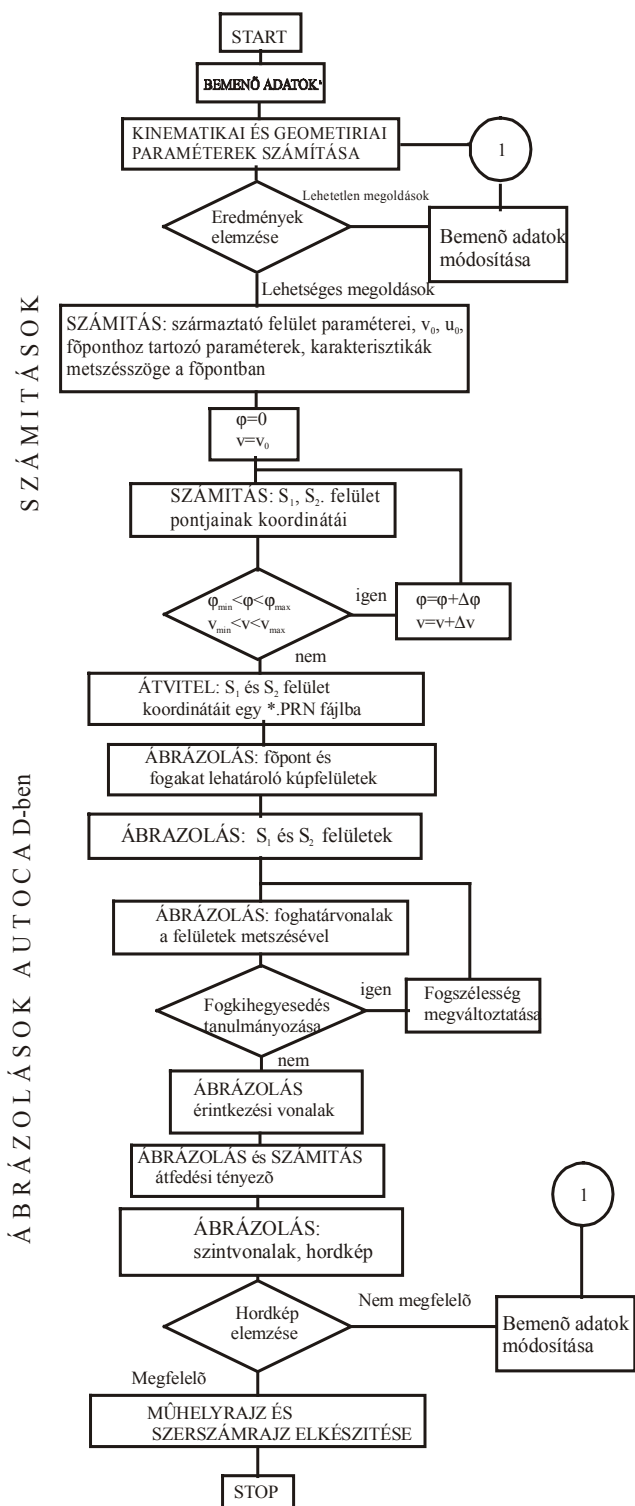


7. ábra

### 3. Programok és numerikus eredmények

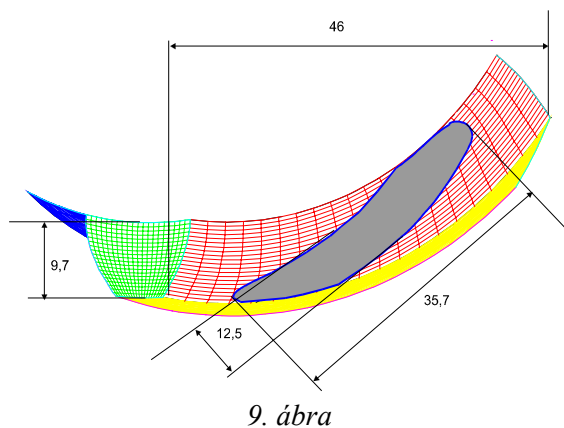
Felhasználva a Mathcad-5.0 és AutoCAD 14 szoftokat, a 2-es pontnál bemutatottak alapján és a grafikai szerkesztések határain belül egy programcsomagot állítottunk elő, amely segítségével bármely hipoidhajtás interaktív számítógépes módszerrel megtervezhető. A fogfelületeket a képernyőn biparaméteres Spline vonalhálózatokkal ábrázoltuk, melyek vonalsűrűségét tetszés szerint választjuk. Az érintkezési pontokban meghatároztuk a szintvonalakat, mely a két érintkező felület egyenlő távolságra levő pontjainak mértani helye. Ez a két vonalhálózat a felületek közös normális irányában történő egymásba hatolásával keletkezik és a Hide módszerrel szemléltethető. Az egymásba hatolás nagyságát a szintvonal rendjével jelöljük. Az azonos rendű szintvonalak burkolója a megfelelő rendű hordképet jelenti.

A számítás logikai sémáját a 8. ábra mutatja be.



8. ábra

Alkalmazás végett egy gépkocsi differenciálművében található hipoidhajtását terveztük, melynek jellemzői:  $z_1=10$ ;  $z_2=41$ ;  $a=50,8$  mm;  $\Sigma=90^\circ$ ;  $m=6$ ;  $\beta_2=27^\circ 35'$ . Több variáns tanulmányozása után a 10. ábrán bemutatott kiskereket találtuk a legmegfelelőbbnek. Követni lehet a kapcsolódási vonalat és a hordkép vezérgörbét. A 9. ábrán a hordkép látható, melyet a 0,02 rendű szintvonalak burkolójaként kaptunk. A 11. ábrán a tervezett hipoidhajtást mutatjuk be két nézetben.



9. ábra

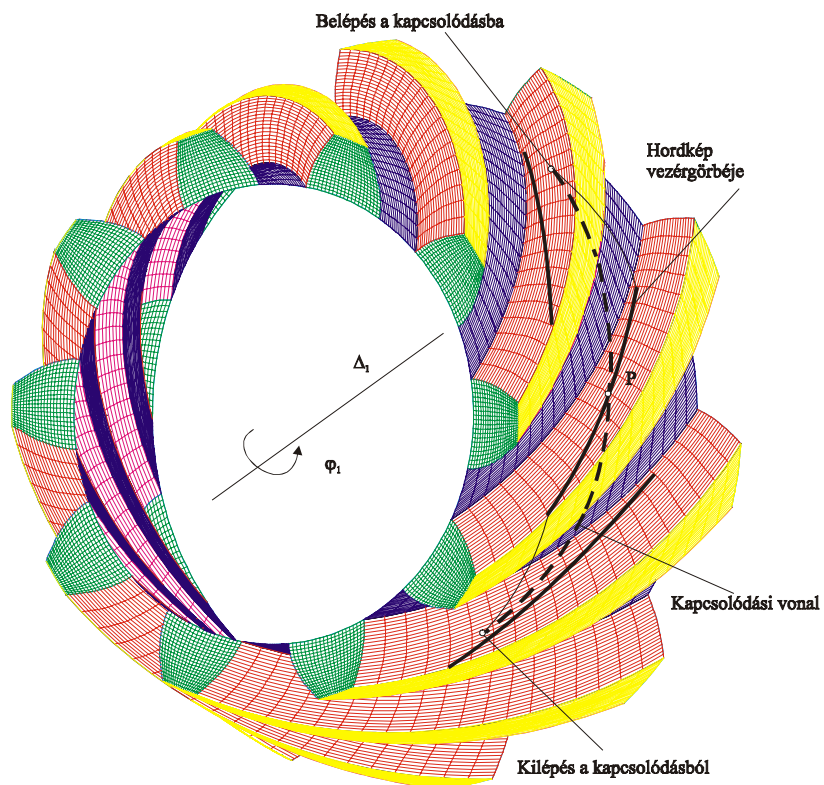
#### 4. Következtetések

A fenti vizsgálati módszert felhasználva a programok segítségével bármely hipoidhajtás megtervezhető.

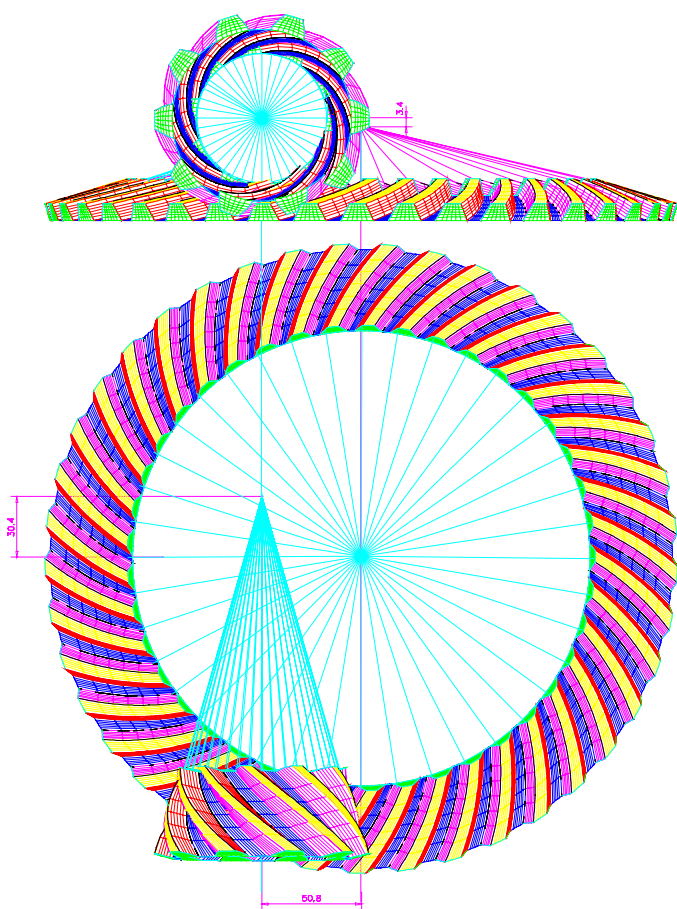
Ellenőrizhetők és szemléltethetők a hajtás minőségi meghatározói és a bemenő adatok megváltoztatásával ezek befolyásolhatók egy optimalizálási lehetőség irányába.

Kimutathatók a gyártási vagy szerelési pontatlanságok következményei is a hordkélokalizáció szempontjából, elkerülve így a költséges próbálgatásokat.

A program kibővíthető és automatizálható. A terhelt állapotban keletkező rugalmas deformációk figyelembevételével a program kibővíthető a véges elemek módszerét alkalmazva.



10. ábra



11. ábra

### Irodalom

1. Maros, D. *Contribuții la precalculul petei de contact la angrenaje*. Fogaskerék-szakemberek nemzetközi találkozója. Universitatea de Nord, Nagybánya, 1996.
2. Orbán, Gh. *Simularea generării și a localizării contactului la angrenajele conice cu dantura în arc de cerc*. Doktori disszertáció (80 irodalom-cím), Műszaki Egyetem, Kolozsvár, 1998.