

BAJKÓ ATTILA–MAKNICS ANITA–TÓTH KRISZTIÁN–  
VÉKÁS PÉTER

## A magyar nyugdíjrendszer fenntarthatóságáról

Sok más fejlett országhoz hasonlóan Magyarországnak is szembe kell néznie az öregedő társadalom miatti problémák sokaságával, többek között a nyugdíjrendszer fenntarthatóságának kérdésével. Tanulmányunkban a Lee–Carter-modell segítségével elemezzük a következő évtizedek statisztikai alapon várható demográfiai mutatóit. A kapott eredmények felhasználásával egy nyugdíjmodellt állítottunk fel, amellyel adott makrogazdasági feltételek mellett becsüljük a nyugdíjrendszer egyenlegének jövőbeli alakulását. E modell segítségével vizsgálhatóvá válik, hogy milyen hatást gyakorolnak a nyugdíjrendszerre az előre jelzett jövőbeli népességi mutatók és feltételezett makrogazdasági és nyugdíjparaméterek.

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C53, C54, H55.

Tanulmányunkban *Lee–Carter* [1992] modell segítségével előrejelzést adunk a következő két évtized demográfiai mutatóira, majd az eredményeket felhasználva egy nyugdíjmodellt építünk fel, amellyel a fenntarthatóság kérdéskörét vizsgáljuk az előrejelzési időintervallumban. Mindezt úgy tesszük, hogy adott feltételezések mellett megbecsüljük, hogy várhatóan hogyan alakul a nyugdíjrendszer kiadási és bevételi oldala, és ez alapján a nyugdíjkassza egyenlege. A számításokhoz makrogazdasági feltételezések is szükség van, amelyek változtatására mind a bevételi, mind a kiadási oldal nagyon érzékeny. Éppen ezért a nyugdíjmodellt bemutató résznél később kitérünk azokra az alkalmazott makrogazdasági feltételezésekre, amelyeket az alapfogatókönyv felírásához használtunk. Mindemellett – mivel viszonylag hosszú időtávról van szó, és így a makrogazdasági paraméterek jövőbeli alakulása bizonytalan – az alapfogatókönyvhöz képest más paraméterekkel is megvizsgáljuk a modellt, megállapítva ezáltal, hogy a modell mennyire érzékeny

---

*Bajkó Attila* aktuárius (e-mail: attila.bajko@gmail.com).

*Maknics Anita* aktuárius (e-mail: maknicsanita@gmail.com).

*Tóth Krisztián* aktuárius (e-mail: krisztian.toth555@gmail.com).

*Vékás Péter*, BCE Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék, MTA–BCE Lendület Stratégiai

Interakciók Kutatócsoport (e-mail: peter.vekas@uni-corvinus.hu).

A kézirat első változata 2015. szeptember 15-én érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <http://dx.doi.org/10.18414/KSZ.2015.12.1229>

egy paraméterek változtatására. Azt is megnézzük, hogy a nyugdíjrendszer egyenlegét javító gazdaságpolitikai intézkedések mennyiben képesek hosszú távon megteremteni a nyugdíjrendszer fenntarthatóságát.

## A mortalitási modell alapjai

### A Lee-Carter-modell

A demográfiai szakirodalomban a mortalitás hosszú távú előrejelzésére a leggyakrabban használt Lee-Carter [1992] modell statisztikai idősor-elemzési módszerét használjuk. Célunk kizárólag az, hogy a mortalitás múltbeli alakulása alapján statisztikai eszközökkel adjunk előrejelzéseket, így nem foglalkozunk az egészségügyi és társadalmi tényezők mortalitásra gyakorolt hatásainak modellezésével.

A Lee-Carter [1992] módszerrel előre lehet jelezni egy kortól és időtől függő  $m_{x,t}$  mortalitási ráta jövőbeli alakulását. A mortalitási ráta az egy főre jutó halálozások számát mutatja egy adott naptári év adott korcsoportjában:

$$m_{x,t} = \frac{D_{x,t}}{E_{x,t}} (x = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, T), \quad (1)$$

ahol  $D_{x,t}$  a  $t$ -edik naptári évben az  $x$  évesen elhunyt egyének száma,  $E_{x,t}$  pedig az  $x$  éves egyének megélt éveinek a száma a  $t$ -edik évben (a szakirodalom *kitettség* néven hivatkozik rá). A mortalitási rátákból lehet megadni a  $q_{x,t}$  halálozási valószínűségeket, amelyek annak a valószínűségét adják meg, hogy a  $t$ -edik naptári évben egy  $x$ -edik életévét éppen betöltött egyén már nem éri meg az  $x + 1$ -edik születésnapját. A két változó között bonyolult összefüggés van, így feltételezéssel élve lehet a kettő közötti kapcsolatot egyszerűen megragadni. Például a kitettségről fel lehet tenni, hogy a kor lineáris függvénye, és így a két változó között a (2) összefüggést lehet felírni (lásd Májner-Kovács [2011]):

$$q_{x,t} = \frac{m_{x,t}}{1 + \frac{1}{2}m_{x,t}} (x = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, T). \quad (2)$$

Feltételezve, hogy rendelkezésünkre állnak az  $m_{x,t}$  ráták az  $x = 1, 2, \dots, N$  életkorokra és a  $t = 1, 2, \dots, T$  naptári évekre, első lépésben modellt illesztünk a ráta logaritmusára. A modell alapfeltevése szerint a mortalitási ráta logaritmusára három tagot összegezz:

$$\ln(m_{x,t}) = a_x + b_x k_t + e_{x,t} (x = 1, 2, \dots, N, t = 1, 2, \dots, T), \quad (3)$$

ahol  $a_x$  az átlagos logaritmikus mortalitási értéket adja meg az adott korcsoportban, a  $b_x k_t$  szorzatban szereplő  $k_t$  tényezőt a szakirodalomban *mortalitási indexnek* is nevezik, és az általános mortalitási szint változását mutatja, míg  $b_x$  azt mutatja meg, hogy egy adott korszpecifikus ráta mennyire változik meg a mortalitási index egységnyi változásának hatására, azaz a logaritmikus mortalitási ráta érzékenységét jelzi a mortalitási index változására. A  $b_x$  negatív értéket is felvehet bizonyos életkorok

esetén, ugyanis az adott életkorbeli mortalitás emelkedhet is az általános mortalitási szint csökkenésével. Ha a mortalitási index értéke a negatív végtelenhez tart, akkor a korszpecifikus mortalitási ráták nullához tartanak – mivel azok a (3) egyenletből exponenciális transzformációval adódnak –, így a mortalitási ráta még ebben az esetben sem lehet negatív a modellben. Az összeg harmadik tagja a hibtag ( $e_{x,t}$ ), amelyet *Lee–Carter* [1992] normális eloszlású fehér zajnak tekint.

Ahhoz, hogy a paraméterek értékeire egyértelmű megoldást kapjunk, további feltételeket kell felírni a modellezés során. *Lee* [2000] tanulmánya a következő feltevéseket említi:

$$\sum_{x=1}^N b_x = 1, \tag{4}$$

$$\sum_{t=1}^T k_t = 0. \tag{5}$$

E feltételek mellett az  $a_x$  paraméter az  $\ln(m_{x,t})$  logmortalitási értékek átlagát adja meg az adott  $x$  életkor esetén:

$$a_x = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \ln m_{x,t}, \quad (x=2, 3, \dots, N). \tag{6}$$

A következő fontos lépés a mortalitási index becslése a modellezés során. *Lee–Carter* [1992] alapján olyan  $k_t$  értékeket keresünk, amelyek kielégítik a következő egyenletet:

$$D_t = \sum_{x=1}^N e^{a_x + b_x k_t} N_{x,t}, \quad (t=1, 2, \dots, T), \tag{7}$$

ahol  $D_t$  a halálozások száma a  $t$ -edik időszakban,  $N_{x,t}$  pedig az  $x$  korú népesség száma a  $t$ -edik időszakban.

A  $k_t$  változó sztochasztikus modellezésére több modell is szóba jöhet. Legtöbbször sztochasztikus idősorfolyamatként érdemes kezelni a mortalitási indexet. A Box–Jenkins-módszerrel lehet általában megfelelő modellt keresni az ARIMA<sup>1</sup> modell-specifikációk közül (*Hamilton* [1994]). A tapasztalatok szerint egy egyszerű eltolásos véletlen bolyongás jól modellezi a mortalitási index alakulását. Így a mortalitási indexet leíró egyenlet például a következő lehet:

$$k_t = c + k_{t-1} + u_t, \quad (t=2, 3 \dots, T), \tag{8}$$

ahol  $c$  az eltolás (*drift*) paramétere, amelyre a legkisebb négyzetek módszerével a következő becslés adható (*Wang* [2007]):

$$\hat{c} = \frac{\hat{k}_T - \hat{k}_1}{T-1}. \tag{9}$$

<sup>1</sup> ARIMA = autoregresszív integrált mozgóátlag (*autoregressive integrated moving average*) modell.

Ha megvan az a modell a mortalitási indexre, amellyel értéke előre jelezhető, akkor – a (3) egyenletet is felhasználva – előre jelezhetőek a mortalitási ráták, valamint a halandósági táblákban megtalálható változók.

A mortalitási indexre felírt egyenletben sok alkalmazásnál szerepelnek egyéb tagok is a (8) egyenletben lévőkön kívül. Ez a modell – a pontosabb előrejelzés érdekében tett – bővítésének egyik lehetősége. A bővítéssel kapcsolatban számos tanulmányt lehet említeni. A modell addigi alkalmazásainak értékeléséről átfogó képet ad többek között Lee [2000]. Ahogy a későbbiekben látni fogjuk, a modellen tett újításokon nem mindig az egyenletek bővítését kell érteni. Az is javíthatja az előrejelzést, ha több esetre bontjuk szét a modellezést. Lee [2000] például nemek szerinti felbontást említ, amelyet a dimenziók csökkentése érdekében csak az  $a_x$  és  $b_x$  változóknál alkalmaz, a mortalitási index idősorára pedig csak egyetlen előrejelzést készít. Wilmoth [1993] a teljes mortalitás előrejelzése helyett a halál oka szerint szétbontott trendek vizsgálatával foglalkozik. Az egyes részsokaságokra vonatkozó különböző modellek felírásán túl az is újítást jelent a modellben, ha valamilyik egyenletet újabb taggal bővítik. Ahogy már említettük, a szakirodalomban leginkább a mortalitási index modellezésére szolgáló egyenletet szokták bővíteni. Az 1918. évi spanyolnáthajárvány miatti egyszeri mortalitási sokk modellezésére Lee–Carter [1992] a sok éveihez tartozó bináris változókkal bővítette a modellt. Bináris változóval bővített Hanewald [2009] is, a tanulmány a mortalitási index fluktuációja és makroökonómiai változók közötti korrelációt elemezte. Mivel számos esetben szignifikáns korrelációt talált egyes makroökonómiai változók és a mortalitási index változása között, így a mortalitási index változását leíró egyenletet bővítette a megfigyelt összefüggés szerint.

A modell alkalmazásával kapcsolatos eddigi tapasztalatokat, a felmerülő problémákat, kritikákat jól mutatják a világ különböző pontjain található országok adatain felépített modellek és az azokat értékelő tanulmányok. A külföldi tapasztalatok közül néhányat megemlítve: az amerikai alkalmazásról szól Lee–Carter [1992], a portugál adatokon végzett modellezésről Coelho [2001], az argentin alkalmazásról Andreozzi–Blaconá–Arnesi [2011], illetve a svéd modellről számol be Wang [2007] tanulmánya. Magyar alkalmazásról szól Baran és szerzőtársai [2007], Arató és szerzőtársai [2009] és Májer–Kovács [2011].

A halandósági előrejelzés mellett a szakirodalomban több példát lehet találni olyan alkalmazásokra, ahol a termékenység előrejelzésére alkalmazzák ezt a módszertant. Erre jó példa a Hyndman–Ullah [2006] tanulmány, amely a Lee–Carter-modell általánosított formáját francia mortalitási és ausztrál termékenységi adatok modellezésére használja. Ennek említése azért is fontos, mert a későbbiekben bemutatandó modellünkben a mortalitás mellett a termékenység előrejelzésére is alkalmazzuk a Lee–Carter-modellt. A termékenység és a mortalitás modellezése e modell módszertana segítségével nagyon hasonló: annyi a különbség, hogy a termékenység modellezése során a kiinduló adat nem az egy főre jutó halálozások száma, hanem az egy nőre jutó élve születések száma, aszerint csoportosítva az adatokat, hogy mi az anya életkora az adott naptári évben.

## Nyugdíjmodellezési megközelítések

Az öregedő társadalommal és a nyugdíjrendszer fenntarthatóságával kapcsolatos kérdéskör aktualitását nem kell magyarázni. Számos írás foglalkozik ezzel a témakörrel különböző – például közgazdasági és statisztikai – megközelítésben. A közgazdasági modellezésre példa a demográfiai átmenettel foglalkozó *Varga* [2014] cikk, illetve *Simonovits* [2009] parametrikus nyugdíjreformokról szóló tanulmánya. Tanulmányunk modellje statisztikai alapú, azaz az említett két tanulmánnyal ellentétben nem feltételeztünk mögöttes hasznosságfüggvényeket és közgazdasági szempontok alapján optimalizáló egyéneket, hanem csupán a legpontosabb előrejelzésre törekedtünk a megfigyelt statisztikai adatok alapján.<sup>2</sup>

A szakirodalmi tanulmányoknak még sokféle kategorizálása elképzelhető a témakörben. A módszertan mellett az egyes tanulmányok különbözhetnek aszerint is, hogy parametrikus reformok vagy szerkezeti változások hatását elemzik-e az adott modell segítségével. Modellünkkel mi parametrikus változtatások hatását vizsgáljuk. A másik csoportba – a szerkezeti változásokat elemző tanulmányok sorába – tartozik például *Orbán–Palotai* [2006] a tőkefedezeti pillér hatásairól írt cikke, amely a Magyar Nemzeti Bank nyugdíjmodelljével végzett szimulációk eredményeit mutatja be. További, szerkezeti reformok bevezetésének hatását elemző tanulmányok olvashatók a *Jelentés a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal tevékenységéről* című kötetben is (*Holtzer* [2010]).

## Demográfiai előrejelzés

Az elméleti áttekintés után először áttérünk a demográfiai, majd a termékenységi modell gyakorlati bemutatására. Az előrejelzés központi célja, hogy általános képet kapjunk a várható magyarországi férfi és női népesség alakulásáról. További fontos cél, hogy számszerűsíteni tudjuk a nyugdíjrendszerre ható esetleges demográfiai változások által gerjesztett feszültségeket is. Ennek érdekében a kapott eredményeket előkészítjük arra, hogy azok a későbbiekben bemutatott nyugdíjmodell bemenő adataiként szolgálhassanak.

### Adatállomány és tesztelés

Adatsorunk terjedelmére való tekintettel fontosnak tartottuk a modell múltbeli adatokon, időben visszafelé történő tesztelését. Így elsősorban az volt a fő kérdés, hogy a választott Lee–Carter-modellt milyen bázisidőszak adatai alapján építsük fel annak érdekében, hogy a lehetőségekhez mérten a pontosságot is szem előtt

<sup>2</sup> A tanulmányunk módszertani elhelyezésével kapcsolatban megjegyezzük: nem ez az első Magyarországon, amely a Lee–Carter-modellt nyugdíjjal kapcsolatos elemzésben használja. A már említett *Májner–Kovács* [2011] tanulmány témája a várható élettartam növekedésének bemutatása és az ennek következtében a nyugdíjrendszerre nehezedő teher számszerűsítése a Lee–Carter-modell segítségével.

tudjuk tartani. A halandóságra vonatkozó idősorunk a Human Mortality Database (HMD) adatbázisból ([www.mortality.org](http://www.mortality.org)) származik, ahol Magyarországra vonatkozóan 1950-től egészen 2009-ig állnak rendelkezésre naptári évenkénti halandósági és populációs adatok. A HMD adatain kívül számításaink során felhasználtuk a Központi Statisztikai Hivatal által éves gyakorisággal publikált halandósági táblákat. A két adatbázisból összeállított halandósági idősor egészen 2012-ig tartalmazott halandósági adatokat.

Következő lépésként a teljes adatbázist időhorizont alapján partíciókra bontottuk, hogy modellünket körültekintően validálhassuk. Ennek érdekében a teljes időhorizontot tízéves lépésközökkel (1950–2012) felosztottuk, így hoztuk létre az 1960–2000, 1970–2000, 1980–2000 és 1989–2000 közötti bázisidőszakokat. Az utolsó particionálás során a rendszerváltás kezdetétől a 2000. évig tartó időszakot választottuk – az így kapott periódus már kisebb súllyal tartalmazza a gazdasági transzformáció okozta, halandóságra is ható rendszerváltás hatását. Ezt követően a rátákat a 2001-től 2009-ig tartó periódusra jeleztük előre, mindezt annak érdekében, hogy az így kapott becsült mortalitási tábláinkat összevethessük a tényadatokkal (2001–2012). A mortalitási táblák egyezésének tesztelését Pearson-féle  $\chi^2$ -próba segítségével végeztük. Arra voltunk kíváncsiak, hogy a tényleges halálozások száma származhat-e a feltételezett halálozási valószínűségek által meghatározott eloszlásból. A nullhipotézis fennállása esetén nagy mintában az egyes életkorokhoz tartozó halálozások száma jó közelítéssel normális eloszlást követ  $E_x q_x$  várható értékkel és  $E_x q_x p_x$  varianciával:

$$H_0: \theta_x \sim N(E_x q_x; E_x q_x p_x). \quad (10)$$

A  $\chi^2$ -próba képlete:

$$\chi^2 = \sum_x \frac{(\theta_x - E_x q_x)^2}{E_x q_x p_x}, \quad (11)$$

ahol  $\chi^2$  értéke a nullhipotézis fennállása esetén nagy mintában közelítőleg  $\chi^2$ -eloszlású  $24 - 2 - 1$  szabadságfokkal (Kovács [2003]). Itt a halandósági táblák egyezésének tesztelését az 1–24 éves korosztályon végeztük, hiszen várhatóan ez a generáció fogja meghatározni a nyugdíjrendszert a későbbiekben vizsgált periódusban.

Az elvégzett próbák eredményei alapján az illeszkedés a női mortalitási táblára majdnem minden bázisidőszakból indított előrejelzés esetén elfogadható. A férfi halandósági valószínűségekre több esetben, az 1950–2000, 1960–2000, illetve 1970–2000 közötti időszakok esetén is elutasítható a nullhipotézis. Az 1980–2000 és 1989–2000 közötti bázisidőszakok esetén azonban a becsült férfi mortalitási táblák elfogadhatók. Mindezek ismeretében az 1980–2012 közötti időszakot választottuk bázisidőszaknak, amely alapján a modell paramétereit becsültük. Ugyanakkor az 1989-es bázisból indított vizsgálat során tovább javultak a teszteredmények, de ezt az időtávot elvetettük, mivel úgy gondoltuk, hogy az 1989–2009 közötti időszak hossza már nem elégséges egy hosszabb távú előrejelzés elvégzéséhez, s a hosszabb időszak alapján jobban figyelembe tudjuk venni a hosszú távú halandósági trendeket a  $k_t$  mortalitási indexen keresztül. A teljesség kedvéért a halandósági táblára

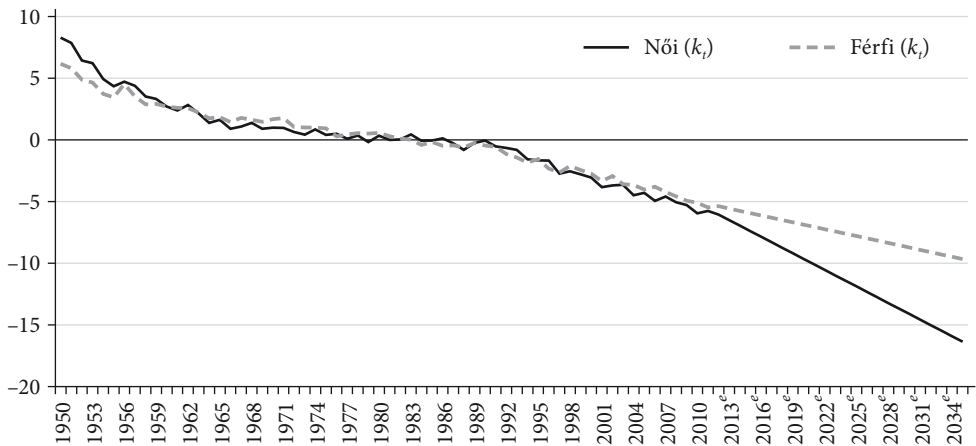
vonatkozó teszteket a teljes mortalitási táblára is elvégeztük, melynek alapján az illeszkedés szintén az 1989–2009 közötti bázisidőszak esetén volt a legmegfelelőbb, azonban itt a nullhipotézist elutasítottuk a szabadságfok emelkedése miatt.

### A modellparaméterek becslése, eredmények

A megfelelő transzformációk és a kiinduló mátrixok meghatározását követően az előrejelzéshez kulcsfontosságú paraméterek becslése következik. A (8) alkalmazásával és az eltolás paraméterének (9) egyenletbeli becslésével határozzuk meg és jelezzük előre a korábban felírt (3) Lee–Carter-modell  $b_x k_t$  tagját. A teljes időszakra számított mortalitási indexet az 1. ábra mutatja.

#### 1. ábra

Az 1950–2012 közötti bázisidőszak alapján számított és előre jelzett női és férfi mortalitási index



<sup>e</sup> Előre jelzett értékek.

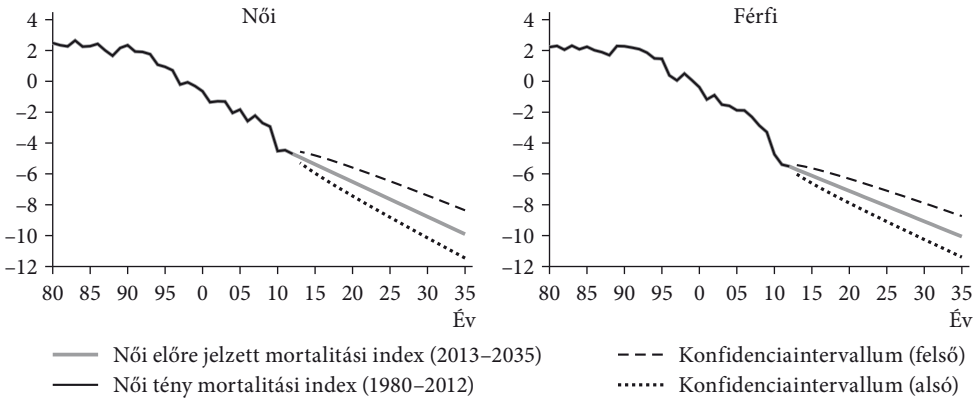
Ahogy az 1. ábrán látszik, az általános halandósági trend a nők esetében a férfiakénál valamivel gyorsabb ütemben javult. A mortalitási indexeket nem csupán a szakirodalomban általánosan alkalmazott eltolásos véletlen bolyongás segítségével jeleztük előre, hanem az EViews idősorelemző program<sup>3</sup> segítségével illesztett ARIMA-folyamatok alapján is. Az időben visszafelé történő tesztelés eredményeképpen az előzőekben említett 1980-as kiindulási évet választottuk a bázisidőszak kezdő évének, így már az 1980–2012 közötti időszakra illesztettünk ARIMA-folyamatokat. Az 1. ábrán jól látszik, hogy mindkét nem esetén folyamatosan csökkenő halandósági indexekről beszélhetünk, vagyis egy nem konstans várható értékű folyamatról van szó. Ennek megfelelően nem stacionárius idősorra gyanakodhatunk. Ezt a kezdeti feltevésünket igazolják a kiterjesztett Dickey–Fuller-, Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin- és a Phillips–Perron-próbák is. A próbákból kitűnik, hogy egyértelműen egységgyökfolyamatokról van szó. A korrelogramok

<sup>3</sup> © Quantitative Micro Software (www.eviews.com).

vizsgálatából is látszik, hogy az eredmények nem robusztusak, ezért egyszeri differenciák képzésére van szükség. Ezt követően mind a két nem halandósági indexeire egy-egy ARIMA (1, 1, 1) folyamat illeszkedik megfelelően, ahol a paraméterek még szignifikánsak. Az előre jelzett mortalitási indexeket a 2. ábra mutatja:

## 2. ábra

Becsült és előre jelzett női és férfi mortalitási index az ARIMA modell alapján



A 2. ábra tükrében könnyen belátható, hogy Magyarországon a vizsgált időszakban közel sem volt állandó a halandóság trendje, sőt volt olyan időszak is – főként az 1990-es évek körül –, amikor általánosan növekedett a halandóság. Ezt a tényt bizonyítják a mortalitásra vonatkozó hőterképek a *Függelék F1. és F2. ábráján*, amelyek az egyes korév–naptári év kombinációkhoz tartozó halálozási valószínűségeket szürkeárnyalatos színkódolás segítségével ábrázolják. A halandóság változását még inkább láthatóvá tudjuk tenni, ha soronként standardizáljuk  $[z_{\text{score}} = (x - \mu)/\sigma]$  a halálozási valószínűségeket. A színkódolásból így látszik, hogy mely években volt a vizsgált időszakban az átlagnál magasabb (fekete és árnyalatai) és alacsonyabb (szürke árnyalatai) az adott korév halandósága. Mind a női, mind a férfi halandóság változása esetében elmondható, hogy a rendszerváltás évei nem csak politikai és gazdasági értelemben bizonyultak rezsimváltásnak, annak lenyomata tapasztalható a halandóságban is, mivel ekkor nagyarányú romlás következett be. Nők esetében a visszaesés mértéke kisebb volt, s a javulás üteme gyorsnak mondható, ha összevetjük a férfi halandóság dinamikájával, ahol a javulás a visszaesés mértékével arányosan lassabb ütemű. A két hőterképen jól kivehető, átlós irányú kohorszhatás is észlelhető. Többek között a kohorszhatás modellezésének fontosságát hangsúlyozza *Renshaw–Haberman [2005]* és *Jack–Sharon–Hong–Chih [2008]*.

## A halálozási valószínűségek alakulása és előrejelzése

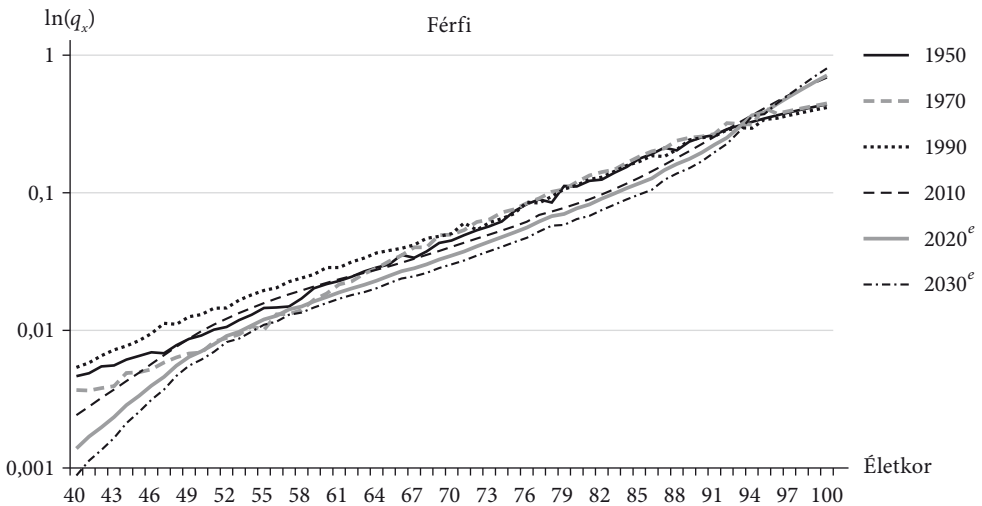
A 3. ábrán látható a férfi és női halandóság egy-egy kiragadott évre, s itt már megjelennek az előre jelzett halálozási valószínűségek is. Az ábrából további képet kaphatunk a halandóság javulásáról és változásáról. Itt is feltűnik, hogy a férfiak



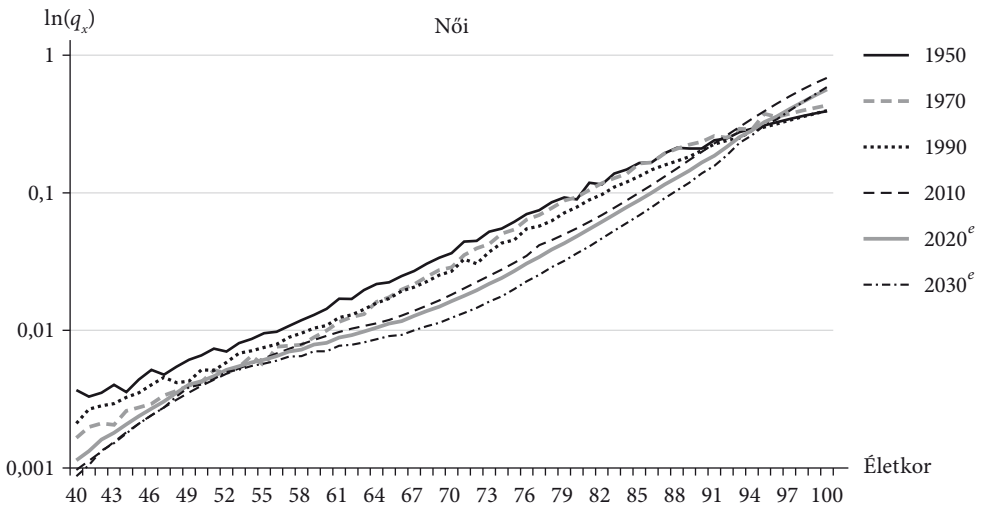
esetében az 1950-es években tapasztalt halandóságnál magasabb az 1990-es halandóság, amelyet követően már folyamatosan javuló trend figyelhető meg. A nők esetében az 1950-es évtől kezdve folyamatos javulásról beszélhetünk, mindazonáltal itt is kiugró az 1990. évi halandóság, bár kisebb mértékben, mint a férfiak esetében. A 65–88 éves életkorok között a halandósági görbe egyre konvexebbé kezd válni az idővel, s egyre hangsúlyosabb az 58 éves kor körüli inflexió pont. A férfiak esetében inkább lefelé tolódást észlelhetünk, míg a nők esetében ez együtt jár egyfajta görbületi változással is, így a halandóság javulásának üteme gyorsabb.

3. ábra

A női és férfi halandóság időbelisége 40–100 év közötti életkorok esetén



<sup>e</sup> Előre jelzett értékek



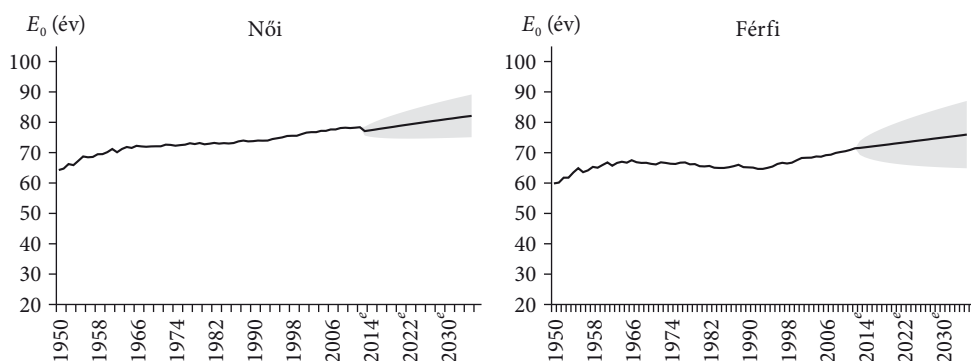
<sup>e</sup> Előre jelzett értékek.

### A születéskor várható élettartam alakulása és előrejelzése

A demográfiában használt mutatószám a születéskor várható élettartam, amely fontos jelzőszáma egy közösség társadalmi-gazdasági fejlettségének. A 4. ábra e mutató múltban megfigyelt és jövőre vonatkozó, előre vetített értékeit mutatja be. Nők esetén a 2035-ös évre vonatkozó születéskor várható élettartam 82,12 év, míg a férfiaknál ez a szám közel hat évvel alacsonyabb (75,95 év). Ez is tükrözi azt a közismert jelenséget, hogy Magyarországon a nők átlagosan jellemzően jóval tovább élnek a férfiaknál. Ezen értékek kalkulálása során az eredeti Lee–Carter-féle ARIMA-modellt használtuk az 1980–2012 közötti bázisidőszak alapján.

#### 4. ábra

A nők és a férfiak születéskor várható élettartama ( $E_0$ )



<sup>e</sup> Előre jelzett értékek.

### A termékenység és a születésszám alakulása és előrejelzése

A termékenységi arányszám a mortalitással együtt nagyban meghatározza az ország jövőbeli lakosságát. Ezt a mérőszámot azért fontos beemelni elemzésünkbe, mert a nyugdíjrendszer egyik lába a jövőbeli befizetők (aktívak) számosságától függ. Az aktívakat viszonyítva a nyugdíjasok számához, megkapjuk az időskori függőségi rátát is, amelyről szintén szó lesz a továbbiakban. Mind a termékenységi ráta, mind a függőségi ráták nagyban meghatározzák a jelenlegi nyugdíjrendszer jövőbeli fenntarthatóságát.

Az úgynevezett teljes termékenységi ráta az egy nőre a teljes élethossza során jutó gyermekek várható számát adja meg, feltéve, hogy a gyermekszülés életkor-specifikus valószínűségei időben változatlanok. A teljes termékenységi ráta kritikus értéke: 2,1 (Willke [1998]). Abban az esetben, ha ezen érték alá esik a ráta értéke, általánosságban elmondható, hogy a vizsgált népesség létszáma csökkenő trendet követ. A termékenységi ráta kritikus érték alá csökkenése további gazdasági és társadalmi feszültségek oka lehet (például nyugdíjrendszer, migráció).

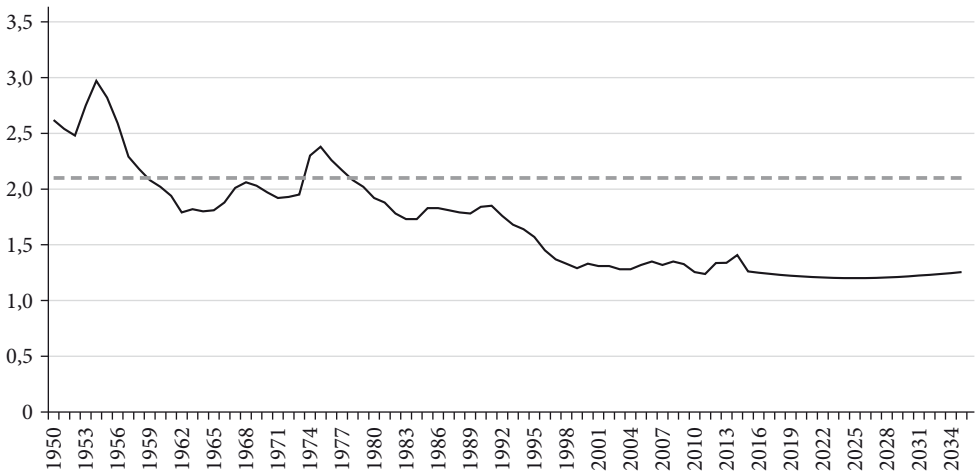
Az 5. ábra mutatja be a magyarországi teljes termékenységi ráta múltbeli és jövőben várható alakulását. Az ábra alapján megállapítható, hogy a vizsgált időszakban

egyértelmű negatív trend jellemezte a magyar népesség termékenységét, azonban kirajzolódik két csúcás is: az első az úgynevezett Ratkó-korszak, amikor az abortusztilalom miatti megnövekedett termékenység kísérte a nagyon alacsonyra csökkent mortalitást. A második csúcstól a csökkenő trendben az úgynevezett Ratkó-visszhang – a Ratkó-unokák megszületése – és az akkori abortuszszigorítás indukálta. Ezt a két kiugrást leszámítva azonban a teljes termékenységi ráta folyamatosan csökkent, s értéke az 1,3-as szint körül ingadozik az elmúlt kicsivel több mint tíz évben. A 2,1-es kritikus szintet első ízben 1958-ban értük el, majd 1978-tól kezdve folyamatosan az elméleti egyensúlyi ráta alatt volt Magyarország teljes termékenységi arányszáma.

### 5. ábra

A teljes termékenységi ráta tényleges és előre jelzett értékei

Teljes termékenységi ráta

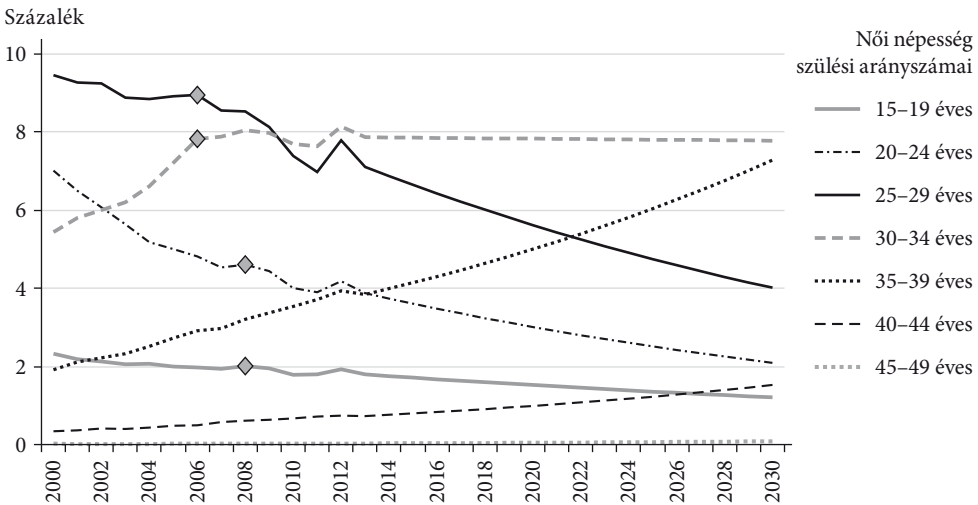


A mortalitás előrejelzésén túl a populáció létszámának előrejelzéséhez szükséges továbbá, hogy megállapítsuk a születések számát, amelyet korcsoportos női termékenységi adatok alapján modelleztünk. Számításaink során a már bemutatott és a halandóság előrejelzése során szintén alkalmazott Lee–Carter-modellt vettük alapul, amelynek egyik hasznos tulajdonsága a becslést nemnegatívítás. A halandóság modellezéséhez hasonlóan az általános termékenységi trendet időben követi a  $k_t$  termékenységi index, míg az egyes korosztályokra jellemző változási ütemet a  $b_x$  paraméter ragadja meg. A KSH által publikált kiindulási adatok a 2000–2012 közötti periódusra álltak rendelkezésünkre. Az előrejelzés során nem minden korcsoportnál vettük alapnak ezt a teljes 13 éves időhorizontot, így a projekcióhoz szükséges bázisidőszakot minden esetben egyedileg határoztuk meg. Ennek célja az volt, hogy az utóbbi években esetlegesen kibontakozó új trendet nagyobb súllyal vehessük figyelembe.

A 6. ábrán jól látszik, hogy a 30–34 éves korú nők szülési hajlandóságának növekedése az időben lassult, és 8 százalékos szint körül stacionerré vált. Az ábrán látható kis négyzetek adnak további információt a projekció során választott bázisidőszak kezdőpontjáról (ahol ezt nem jelöltük külön, ott a teljes időhorizontot vettük figyelembe).

## 6. ábra

## Termékenység és előrejelzése korcsoportonként



Megjegyzés: a négyzetek a projekció során választott bázisidőszak kezdőpontjait jelölik.

A születésszámokat előrevetítettük a szülőképes korú női népesség korcsoportos szülési arányszámai alapján – azzal a további, adataink által alátámasztott feltételezéssel, hogy a születendő gyermekek esetén 55 százalék valószínűséggel születik fiú –, valamint a halandósági ráták segítségével a már élők halálozását is előre jeleztük. Mindezek után egyszerű rekurzióval adódtak a populáció létszámadatainak előrejelzései.

A következőkben bemutatjuk az előre jelzett populáció létszámát, valamint ismer-tetjük az időskori függőségi ráta fogalmát és alakulását.

### Lakosság szám és időskori függőségi ráta

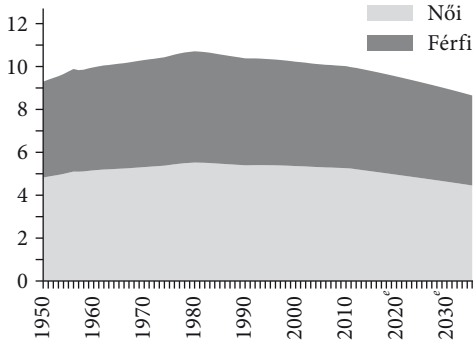
A populáció létszámának alakulását mutatja a 7. ábra, amelyen szintén látható két enyhébb kiemelkedés, ami ugyancsak a Ratkó-korszaknak és a Ratkó-visszhangnak tulajdonítható. A korábbiakban leírt trendekkel összhangban megfigyelhető, hogy Magyarország lakossága – hasonlóan a világ számos más országához – fogyóban van. Az előrejelzés alapján 2035-ben hozzávetőlegesen 8 647 505 fős lakossággal lehet számolni, amelynek 51,5 százaléka, azaz 4 450 507 fő lesz nő, míg a fennmaradó 4 196 998 fő lesz a férfiak létszáma. Fontos megjegyezni, hogy jelen eredmények nem veszik számításba a migráció hatását.

A populáció létszámának meghatározása mellett a nyugdíjrendszer finanszírozhatósága szempontjából beszédes mutató az időskori függőségi ráta, amely a nyugdíjas korú (65 év feletti) és az elméletileg aktív korú (19–64 éves) népesség létszáma-inak egymáshoz viszonyított arányát adja meg, és a nyugdíjrendszer szempontjából – különösen egy felosztó-kirovó rendszer esetében – kulcsfontosságú indikátor.

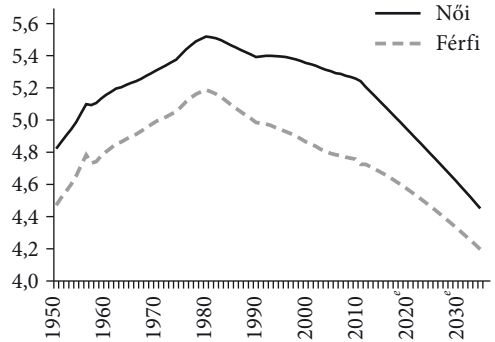
7. ábra

A népesség nemek szerinti megoszlásának alakulása és előrejelzése

Népességszám (millió fő)



Népességszám (millió fő)



<sup>e</sup> Előre jelzett értékek.

A mutató számításának módja:

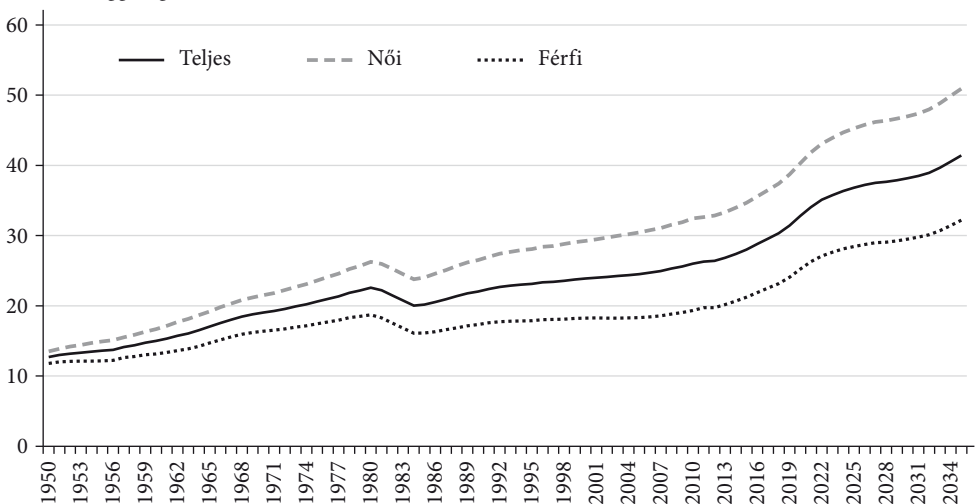
$$IFR = \frac{\sum_{i=65}^{\omega} x_i}{\sum_{i=19}^{64} x_i},$$

ahol  $i$  az adott korévet, míg  $x$  az adott korévhez rendelhető létszámot jelöli. A 8. ábra alapján elmondható, hogy mind a női, mind a férfi időskori függőségi ráta monoton és alapvetően egyre gyorsuló ütemben emelkedik. A demográfiai olló ilyen értelemben nyílik, aminek közvetlen hozadékaként egy aktív egyénre (járulékfizetőre) mind több passzív (nyugdíjas) jut.

8. ábra

Az időskori függőségi ráta tényleges és várható alakulása

Időskori függőségi ráta (százalék)



Az előre jelzett és bemutatott adatok és folyamatok önmagukban sem nevezhetőek üdvöztetőnek, továbbá a társadalomra a nyugdíjrendszeren keresztül visszacsatolva további másodlagos gazdasági hatások is várhatók: többek között a vázolt demográfiai folyamat nyomást gyakorol a nyugdíjrendszeren kívül a munkaerő-piaci kínálatra, és így a munkanélküliségre, valamint a szürke- és feketegazdaságra is. Részben ezt a problémakört járja körül a következőkben ismertetett nyugdíjmodell, amely azt vizsgálja, hogy a demográfiai változások miképpen jelennek meg a nyugdíjrendszerben, s arra milyen terhet rónak.

## A nyugdíjmodell

A korábbiakban bemutatott demográfiai modell eredményeinek felhasználásával ebben a fejezetben létrehozunk egy modellt a Nyugdíjbiztosítási Alap várható bevételeinek és kiadásainak előrejelzésére. A modell felírásával kettős célunk van. Egyrészt arra keressük a választ, hogy a jelenlegi paraméterek és feltételezések mellett negatívvá válik-e a nyugdíjrendszer egyenlege a vizsgált időszakban, és az esetleges deficit milyen mértékű lehet. Másrészt pedig arra, hogy az eredmények mennyire érzékenyek az egyes külső paraméterek – például reálbér-emelkedés, foglalkoztatottsági arány javulása, nyugdíjkorhatár – megváltozására.

A fenti kérdések megválaszolása érdekében egy kohorszmodell készítése mellett döntöttünk. A választás oka, hogy ez a modelltípus még kellően részletes ahhoz, hogy a várható jövőbeli változások – például lépcsőzetes nyugdíjkorhatár-emelés – hatásait figyelembe tudja venni, miközben a modell adatigénye kielégíthető a Lee–Carter-modell által szolgáltatott adatokból. A felépített modellünk vázlatát a 9. ábra mutatja.

Az ábrán is látható, hogy mind a munkaerő-piaci folyamatok, mind pedig a nyugellátások becsléséhez használt nyugdíjmodellünk a Lee–Carter-modell által becsült halálozási és születési valószínűségek segítségével továbbvezetett népességet veszi alapul.

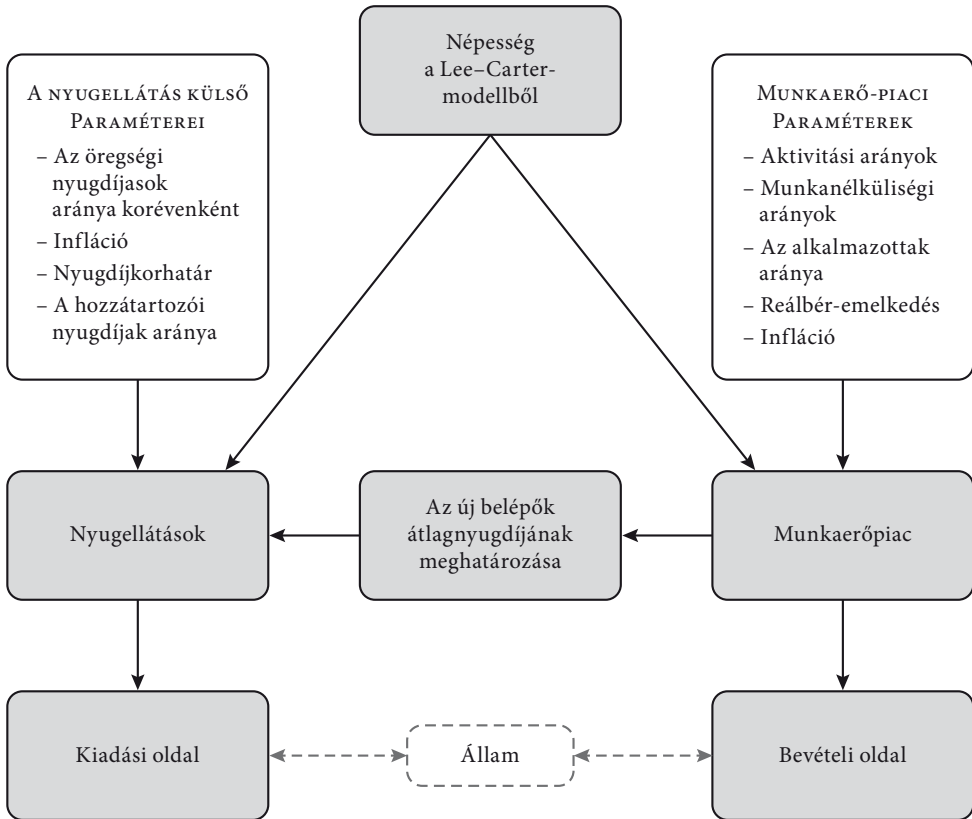
A *munkaerő-piaci folyamatok* (és ezáltal a teljes bruttó keresettömeg) modellezéséhez – azért hogy megkapjuk az egyes kohorszokban a foglalkoztatottak<sup>4</sup> létszámát – első lépésben minden kohorsz esetében kiszámítottuk a nem és korcsoport szerinti aktivitási, majd munkanélküliségi rátát. Második lépésben a foglalkoztatottakat bontottuk ketté aszerint, hogy foglalkoztatásuk alkalmazotti jogviszonyt<sup>5</sup> vagy pedig valamilyen egyéb jogviszonyt (például vállalkozói tevékenységet, rövid idejű alkalmi munkavégzést stb.) jelent. Erre a felbontásra azért volt szükség, mert a bruttó átlagkereseti adatok közvetlenül csak az alkalmazásban állókra érhetőek el.

<sup>4</sup> „Foglalkoztatott az, aki az adott héten legalább egy órányi, jövedelmet biztosító munkát végzett, illetve rendelkezett olyan munkahellyel, ahonnan átmenetileg (betegség, szabadság stb. miatt) volt távol (KSH-definíciót lásd <https://www.ksh.hu/docs/hun/modsz/modsz21.html>).

<sup>5</sup> „2004-től alkalmazásban állónak tekintendő az a munkavállaló, aki a munkáltatóval munkavégzésre irányuló jogviszonyban áll, s munkaszerződése, munkamegállapodása alapján havi átlagban, munkadíj ellenében legalább 60 munkaóra teljesítésére kötelezett...” (uo.).

## 9. ábra

## A nyugdíjmodell felépítése



Az egyéb jogviszonyban állók (a foglalkoztatottak körülbelül 30 százaléka) átlagos bruttó jövedelmére (pontosabban járulékalapjára) csak a nyugdíjassza elmúlt évekbeli járulékbevételeiből tudunk következtetni. Harmadik lépésben a várható éves átlagos bruttó jövedelmek segítségével meghatározzuk az év során kifizetett teljes bruttó bértömeget. Erre az éves bruttó bértömegegre épül a nyugdíjassza bevételeinek meghatározása.

A nyugdíjrendszer bevételeinek két fő forrása a munkaadó által befizetett szociális hozzájárulási adónak (27 százalék) a központi költségvetésről szóló törvényben<sup>6</sup> meghatározott része (jelenleg 85,46 százaléka), valamint a munkavállaló által fizetett nyugdíjjárulék (10 százalék). Ez a kettő együtt adja a nyugdíjrendszer összes bevételeinek több mint 90 százalékát. A nyugdíjassza bevételeinek az éves bruttó bértömegeből való levezetése során figyelembe vettük azt is, hogy az elmúlt években az egyéni nyugdíjjárulékokból érkező bevételnek a szociális hozzájárulási adóból befolyt összeghez viszonyított aránya rendre nagyobb annál, mint amit a százalékos mértékek alapján várnánk. Mivel a nyugdíjbiztosítási járulékból csak a családi

<sup>6</sup> 2014. évi C. törvény Magyarország 2015. évi központi költségvetéséről 35. paragrafus 1. bekezdés.

adókedvezmény 2014-es kiterjesztése óta van lehetőség jelentősebb kedvezmény érvényesítésére, ezért feltételezhető, hogy ennek a jelenségnek a háttérben elsősorban a szociális hozzájárulási adóból a munkaadók által igénybe vehető kedvezmények állnak. Az elmúlt három év adatait megvizsgálva, számításaink szerint a kedvezmények a szociális hozzájárulási adóból befolyt bevételeket mintegy 8 százalékkal csökkentik. Mivel a nyugdíjrendszer további bevételei (például késedelmi pótlékok, bírságok, költségvetési hozzájárulások) nem kötődnek a modellünk által vizsgálható tényezőkhez, és nagyságuk az elmúlt időszak adatai alapján évről évre igen változó, így e bevételek előrejelzésétől eltekintettünk.

Ahogy a 9. ábrán látható, az új belépők átlagos nyugdíjának meghatározását végző modul köti össze a munkaerő-piaci modult a nyugellátások moduljával. Minden évre – külön a férfiakra és külön a nőkre – meghatározza, hogy az elmúlt időszak munkaerő-piaci jellemzőitől függően mekkora lesz az újonnan megállapított öregségi nyugdíjak átlagos összege. Ennek becsléséhez minden évben meghatároztuk, hogy mennyi lenne egy olyan személy öregségi nyugdíja, aki a nyugdíjkorhatár betöltésekor a nemének megfelelő átlagos szolgálati idővel rendelkezik, és életpályája során végig az átlagkeresetet kapta. Az előrejelzés során az új öregségi nyugdíjak átlagos összegének megállapításakor figyelembe vettük az átlagos szolgálati időnek a 2022-ig folyamatosan emelkedő nyugdíjkorhatár miatti várható emelkedését is. Tapasztalati adatok hiányában az átlagos szolgálati idő általunk feltételezett növekménye a korhatáremelés 60 százaléka.<sup>7</sup> Így minden esetben, amikor a korhatár hat hónappal nő, modellünkben a nyugdíjszámítás során figyelembe vett átlagos szolgálati időt 3,6 hónappal növeljük.<sup>8</sup>

Az így kiszámított átlagos induló nyugdíjösszegek ezután mint az adott évben a nyugdíjkorhatárt elérő és így nyugdíjba vonuló kohorsz átlagos ellátása bekerülnek a *nyugellátásokat kezelő modulba*. A korábban nyugdíjazott kohorszok esetében a modul feladata mindössze az életkoronként és nemenként rendelkezésre álló átlagos nyugdíjösszegek indexálása a tárgyévre feltételezett infláció mértékével. Ezután az ellátottak létszámának aktualizálása következik. Bár a Lee–Carter-modellből minden évre ismert a nyugdíjkorhatár feletti lakosság életkor és nem szerinti összetétele, azonban ez nem egyezik meg az öregségi nyugdíjasok létszámával. Az öregségi nyugdíjban részesülők életkor és nem szerinti létszámait összevetve a megfelelő korú és nemű lakosság létszámával, megfigyelhető, hogy az öregségi nyugdíjban részesülő nők aránya az életkor emelkedésével 97 százalékról folyamatosan csökken egészen 70 százalékra. A férfiaknál ilyen trend nem figyelhető meg, esetükben az arány 99 százalékos szinten nagyjából állandónak tekinthető.

A nőknél tapasztalható csökkenés elsődleges oka, hogy az idősebb korosztályok esetében sokkal nagyobb azon nők aránya, akik például háztartásbeliként önállóan nem szereztek elég jogosultságot ahhoz, hogy saját jogon öregségi nyugdíjat

<sup>7</sup> Ez az arány közel egyenlő a nyugdíjazáshoz közeli korosztályok átlagos foglalkoztatottsági rátájával.

<sup>8</sup> Mivel a nyugdíjszámítás során csak a szolgálati idő alsó egészrésze számít, ezért modellünkben minden olyan esetben, amikor az átlagos szolgálati idő tört értéket vett volna fel, a szolgálati idő alsó és felső egészrésze mellett kiszámolt nyugdíjösszegek súlyozott átlagát vettük.



kaphassanak. Ezért az öregségi nyugdíjasok létszámának továbbvezetésénél azzal a feltételezéssel éltünk, hogy a nyugdíjrendszerbe újonnan belépő kohorszokban a nők 97 százaléka, míg a férfiak 99 százaléka részesül majd öregségi nyugdíjban. A korábbi arányok pedig a kohorszok kifutásával együtt évről évre eltűnnek a modellünkben.

Az öregségi nyugdíjak közé tartozik a nőknek 40 év jogosultsági idő alapján járó nyugdíj (továbbiakban: nők-40) is, azonban ezt elsősorban eltérő – nem életkorhoz, hanem jogosultsági időhöz kötött – konstrukciója és szerepének jövőbeli várható felértékelődése miatt a többi öregségi nyugdíjtól kissé eltérően kezeltük. A nők-40 bevezetése óta eltelt időszak adatait megvizsgálva, a következő feltételezésekkel éltünk. Feltettük, hogy az 54–61 éves korosztályban az ilyen ellátásban részesülők aránya az elmúlt három év átlagos szintjén marad, míg a nyugdíjkorhatár folyamatos emelkedése miatt a korhatár alattivá váló 62–64 éves korosztályok esetében a nők-40-ben részesülők aránya az alacsonyabb életkorokban megfigyelt dinamikának megfelelően tovább növekszik, és így 2022-től a 64 éves nők több mint 50 százaléka részesül majd ilyen ellátásban.

A nyugdíjösszegekre vonatkozóan azzal a feltevéssel éltünk, hogy az átlagos nők-40 nyugdíjszínvonal kohorszok szerinti dinamikája az elmúlt három évben megfigyeltnek megfelelően alakul majd. Így a legfiatalabb (54 éves) korosztály ellátási szintje még több mint 5 százalékkal elmarad a korhatáron megállapított nyugdíjak átlagos szintjétől, míg ezzel szemben az éppen korhatár előtt álló (61 éves) korosztály ellátási szintje már több mint 15 százalékkal magasabb, mint a korhatáron megállapított öregségi nyugdíjak átlaga.

A modell utolsó lépése a Nyugdíjbiztosítási Alap *kiadási oldalának* meghatározása. Ezek a kiadások az öregségi (nők-40-et is ideértve), valamint a hozzátartozói nyugdíjakból és egyéb költségekből (például méltányossági kifizetések) állnak. Az öregségi nyugdíjak kiadási becslését a modell korábban bemutatott moduljai már megadják, a hozzátartozói nyugdíjakról pedig feltételeztük, hogy azok öregségi nyugdíjakhoz viszonyított aránya állandó. A további bevételnél bemutatott megfontolásokból az egyéb költségeket szintén nem modellezzük.

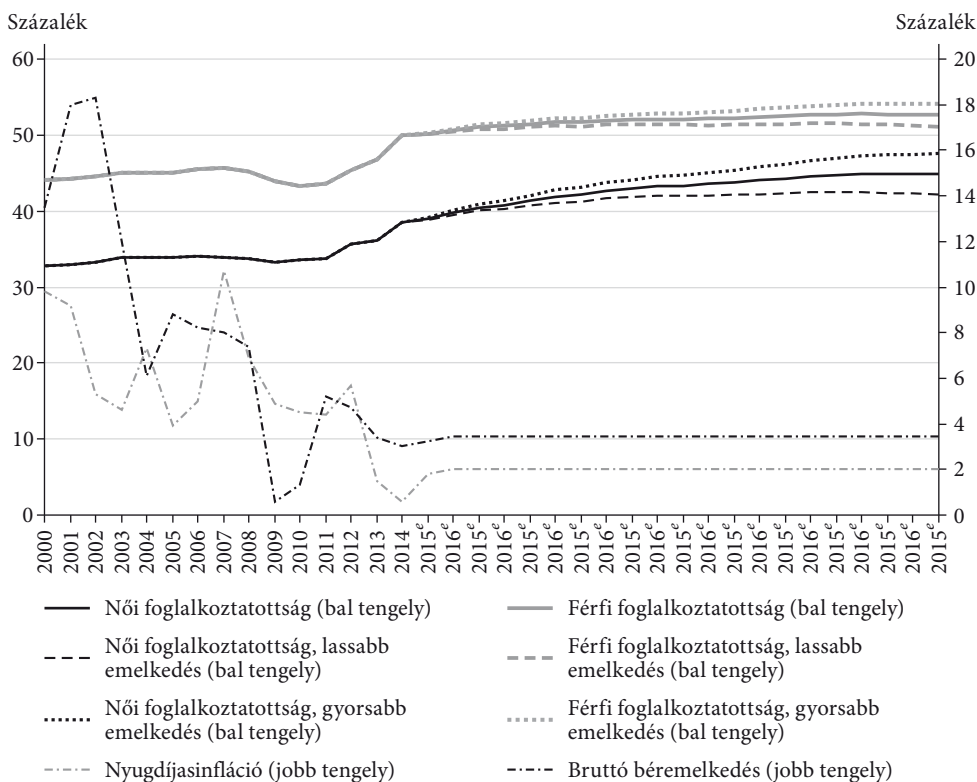
A 9. ábrán látható, hogy a bevételi és kiadási oldal közötti visszacsatolás az állam szabályozó szerepén keresztül valósul meg, hiszen a bevételeket meghatározó járulékulcsok mértékének, valamint a kiadásokat meghatározó nyugdíjszámítási szabályoknak, ellátástípusoknak a meghatározása egyaránt állami hatáskör. Modellünkben ez a szabályozó szerep a különböző érzékenységvizsgálatok (például egyensúlyi járulékulcsok) által jelenik majd meg.

### *Az alkalmazott makrogazdasági feltételezések és a modell kalibrálása*

A modellünkben alkalmazott makrogazdasági feltételezések (foglalkoztatottsági ráta, a béremelkedés és az infláció viszonya) mind a bevételekre, mind pedig a kiadásokra hatással vannak, így fontosnak tartjuk röviden bemutatni ezeket. A fő makrogazdasági mutatók előre jelzett alakulását a 10. ábra mutatja.

## 10. ábra

A modellben alkalmazott makrogazdasági feltételezések



<sup>e</sup> Előre jelzett értékek. *Forrás:* KSH-adatok alapján.

A foglalkoztatás előrejelzéséhez a korcsoportos aktivitási, valamint munkanélküliségi ráták 1998–2014 közötti értékeire illesztettünk logaritmikussá vagy hatvány típusú trendvonalat.<sup>9</sup> Előrejelzésünk szerint elmondható, hogy az aktivitási ráta a legfiatalabb (15–19) korosztály esetében csökken, a 25–29 éves férfiak, valamint a legidősebb (65 feletti) korosztályok esetén stagnál, a többi korosztályban pedig folyamatosan emelkedik az időszak végéig. Munkanélküliségi arányok tekintetében minden korosztályban enyhe csökkenő trend figyelhető meg. Így e két hatás együttesen eredményezi a 10. ábrán is látható – férfiak esetében enyhén, nőknél erősebben – emelkedő foglalkoztatottsági rátát,<sup>10</sup> amely az időszak végére a nők esetében 6,2 százalékponttal, a férfiaknál pedig 2,7 százalékponttal lesz magasabb, mint 2014-ben volt.

Infláció tekintetében a nyugdíjasok fogyasztói árindexe az igazán fontos számunkra, hiszen ennek tárgyévve előre jelzett mértéke alapján történik minden év elején a nyugdíjak

<sup>9</sup> Az illesztett trendvonalak típusának kiválasztása során a cél a lehető legjobb illeszkedés elérése volt, azzal a feltétellel, hogy a jövőre vonatkozó előrejelzésnek szakmailag magyarázhatónak és hihetőnek kell lennie.

<sup>10</sup> Foglalkoztatottsági ráta: a foglalkoztatottak számának a teljes népesség létszámához viszonyított aránya.

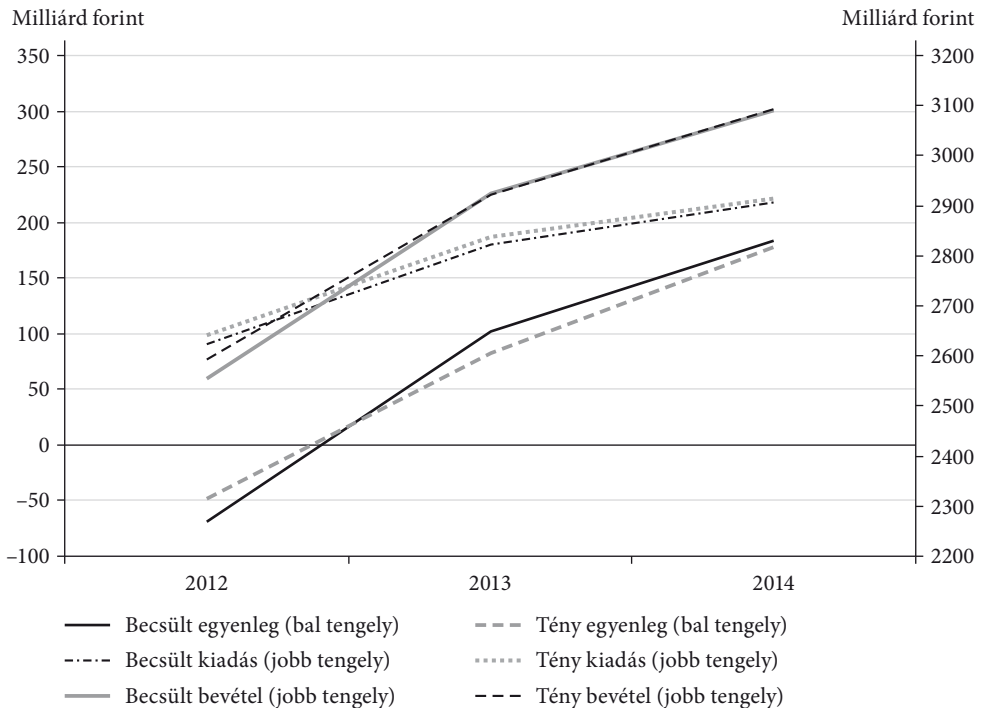
indexálása. Az infláció mértékére a már ismert évekre a tényadatokat alkalmaztuk, 2016-tól pedig a nyugdíjasok fogyasztói kosarának a jelenleginél magasabb, 2 százalékos szinten állandósuló árszínvonal-emelkedését tételeztük fel. Ehhez az inflációs szinthez képest 2015-től kezdve 1,43 százalékos állandó reálbér-emelkedéssel számolunk, ami megfelel az 1992–2014 közti nettó reálbér-emelkedés átlagos ütemének.

Modellünkben az eddigiekben bemutatott makrogazdasági paraméterek szolgálnak az összehasonlítás alapjául. Mivel azonban a makrogazdasági paraméterek jövőbeli alakulása jelentős bizonytalanságot hordoz magában, ezért tanulmányunkban a következő alternatív makrogazdasági forgatókönyvek hatásait is vizsgáljuk:

- a alaphelyzethez képest éves szinten az átlagos reálbér-emelkedés 0,5 százalékponttal alacsonyabb, illetve magasabb;
- az alaphelyzethez képest a foglalkoztatási arányok intenzívebb, illetve alacsonyabb ütemű javulása, ahogy az a 10. ábrán is látható. Az intenzívebb javulás esetén a nőknél 8,9 százalékponttal, a férfiaknál 4,2 százalékponttal nő a foglalkoztatottság. Ezzel szemben a lassabb javulás esetén a nők foglalkoztatottsági aránya a 2014-es értéknél csak 3,5 százalékponttal, a férfiaké pedig csak 1,2 százalékponttal lesz magasabb az időszak végén;
- a nyugdíjkorhatár 2022 utáni további emelése úgy, hogy a nyugdíjkorhatár betöltésekor várható átlagos hátralévő élettartam ne változzon.

### 11. ábra

A modell segítségével becsült és valós bevételi, kiadási és egyenlegadatok összehasonlítása



Forrás: ONYF-adatok alapján.

A Lee–Carter-modell eredményei alapján ennek megvalósításához 2022–2035 között évente körülbelül két hónappal lehetne emelni a nyugdíjazási korhatárt. Modellünkben a számításokat jelentősen megnehezítette volna a folyamatosan emelkedő nyugdíjkorhatár kezelése, így az átláthatóbb számítások érdekében azt a lehetőséget vizsgáltuk, amikor a nyugdíjkorhatár háromévente fél évvel emelkedik. Ez alapján a nyugdíjkorhatár a következők szerint alakulna:

- 1957–1959 közt születettek esetén 65 év,
- 1960–1962 közt születettek esetén 65,5 év,
- 1963–1965 közt születettek esetén 66 év,
- 1966–1968 közt születettek esetén 66,5 év,
- 1969–1971 közt születettek esetén 67 év lenne a nyugdíjkorhatár.

Modellünk ellenőrzését és kalibrálását úgy végeztük el, hogy a nyugdíjrendszer szimulációját 2012-től indítottuk, ezáltal a 2012–2014 közti évek szimulált adatai összevethetők a tényadatokkal. A modell eredményeinek ellenőrzéséhez jó lett volna egy hosszabb időszakot vizsgálni, azonban ezt nem tette lehetővé a nyugdíjrendszer 2012. év eleji jelentős átalakítása. A modellünk által szolgáltatott és az ONYF honlapján elérhető tényadatok viszonyát a 11. ábra mutatja.

A 11. ábrán látható, hogy mind a bevételek, mind pedig a kiadások becsült értéke igen közel áll a valós adatokhoz, a legnagyobb eltérés sem haladja meg az adott tényadat 1,5 százalékát. Az egyenleg esetében jelentősebbnek tűnő eltérést az okozza, hogy a nyugdíjrendszer egyenlege legalább egy nagyságrenddel kisebb a bevételeknél/kiadásoknál.

### *A modell eredményei*

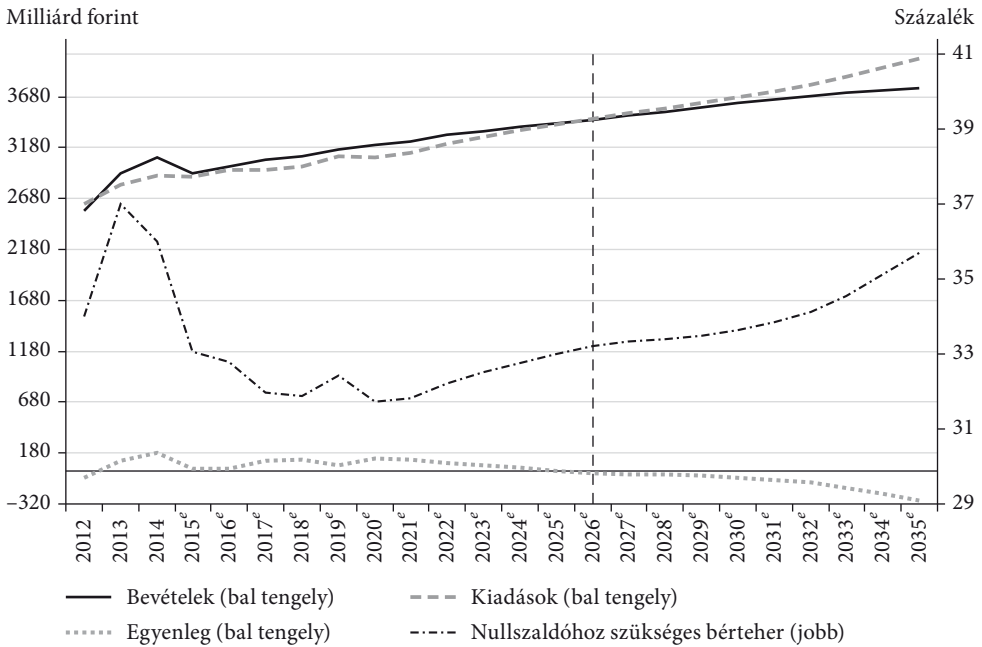
Eredményeink ismertetése előtt még egyszer röviden szeretnénk kiemelni, hogy modellünkben bevételként csak az egyéni nyugdíjbiztosítási járulékból, valamint szociális hozzájárulási adóból befolyt, míg kiadásként csak az öregségi nyugdíjként, hozzátartozói ellátásként (özvegyi nyugdíj és árvaellátás), valamint a nőknek 40 év jogszabályi idő alapján járó nyugdíjként kifizetett összeget vesszük figyelembe. Ennek tükrében, 2014-es áron számolva, a 12. ábrán látható módon alakulnak a nyugdíjrendszer főbb paraméterei az alapforgatókönyv esetében.

A 12. ábra azt mutatja, hogy becsléseink szerint a 2015–2030 közti időszakban a rendszer bevételei és kiadásai igen közel lesznek egymáshoz, csak néhány év esetében figyelhető meg kisebb rés közöttük. Ezeket a réseket a nyugdíjkorhatár folyamatos (félévenkénti) emelése okozza, mivel így kialakulnak olyan félévek, amikor az adott korosztály még nem éri el a korhatárt. Ilyen év például 2017 is, amikor az 1954-ben születettek csak az év második félévében érik el a rájuk érvényes 63,5 éves nyugdíjkorhatárt, míg az 1953-ban született kohorsz esetében még 63 év a nyugdíjkorhatár, amit a kohorsz összes tagja már 2016-ban betölt.

Modellünk eredményei szerint a kiadások először 2026-ban haladják meg a bevételeket, és ettől az évtől kezdve az előrejelzési időszak végéig a nyugdíjrendszer egyenlege folyamatosan negatív is marad. Az első deficités évben a hiány 13,4 milliárd forintról indul, majd ezt követően egyre gyorsuló ütemben növekedve a vizsgált időszak végére

## 12. ábra

A Nyugdíjbiztosítási Alap főbb adatainak várható alakulása az alapforgatókönyv esetében

<sup>e</sup> Előre jelzett értékek.

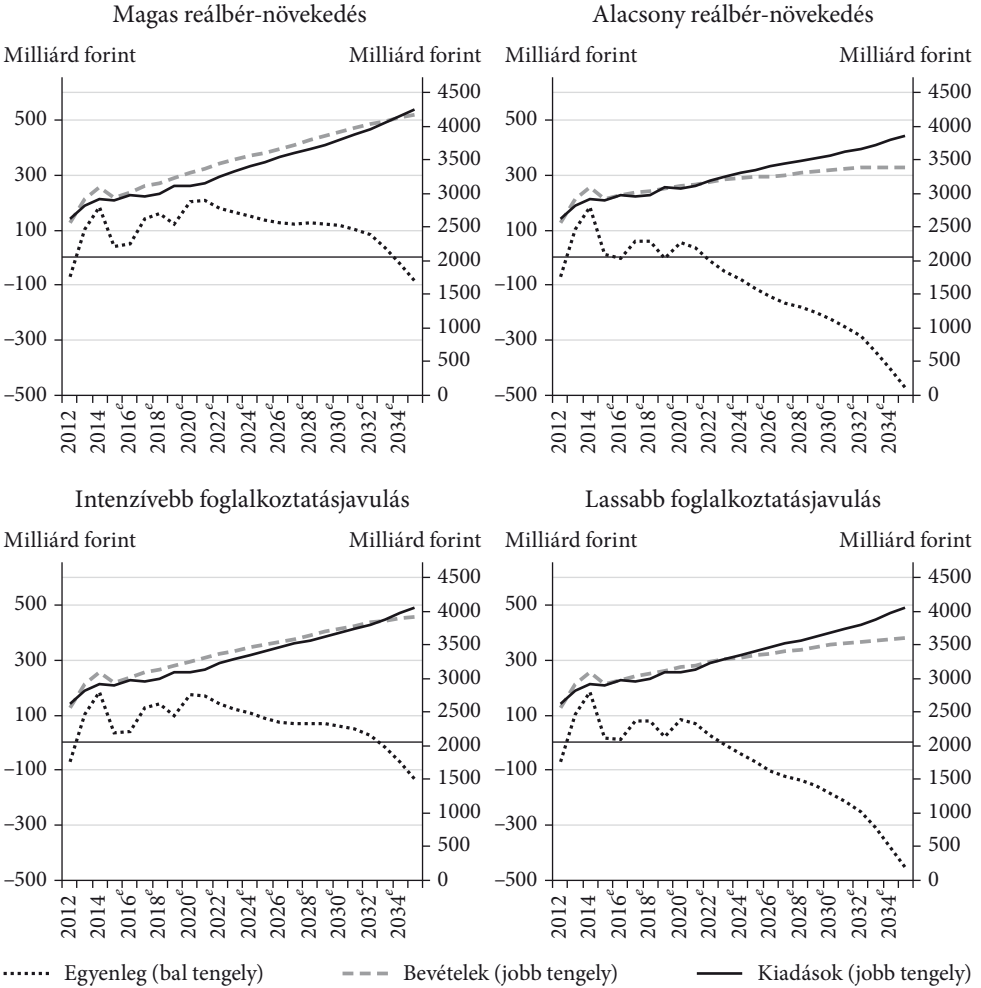
már megközelíti a 300 milliárd forintot is, ami az összes bevétel közel 8 százaléka. Ahogy az a 12. ábrán is látható, ennek a gyorsuló ütemben növekvő hiánynak az oka a bevételek emelkedési ütemének csökkenése. Ez az úgynevezett Ratkó-unokák munkaerő-piaci aktivitásának csökkenésével van összefüggésben, ugyanis ezek a kohorszok a 2030-as évekre már az ötvenes éveik közepén lesznek, amikor az aktivitási arány már számottevően csökken az alacsonyabb életkorokban megfigyelhetőkhöz képest.

A 12. ábrán szerepel még a kiadások és bevételek egyensúlyát biztosító bérterhek görbéje is, amelynek skálája a szociális hozzájárulási adó nyugdíjalapba kerülő része és az egyéni nyugdíjjárulék összege kifejezve a bruttó bér százalékában. Eredményeink alapján a 2015-ös 33,1 százalékos bérteher az elkövetkező tíz évben kissé mérsékelhető, minimumát 2020-ban éri el 31,7 százalékos szinttel. A vizsgált időszak további részében a nyugdíjjal kapcsolatos bérterhek folyamatos emelése lenne szükséges ahhoz, hogy a bevételek fedezzék a kiadásokat. Egy ilyen emelés az időszak végére 35,7 százalékos bérterhet jelentene. Ez az emelkedés azonban 2035-ig még nem szükségszerűen járna azzal, hogy emelni kellene a szociális hozzájárulási adót vagy az egyéni nyugdíjbiztosítási járulékkulcsokat. A fedezet úgy is megteremthető, ha a 2014-es 96,3 százalékos szint közelébe állítjuk vissza a Nyugdíjbiztosítási Alap részesedését a szociális hozzájárulási adóból. Ez azonban azzal jár együtt, hogy jelentős forrásokat kell visszacsoportosítani az Egészségbiztosítási Alaptól. A kiadási és bevételi trendek, valamint a korfa alakulása azonban azt vetíti előre, hogy a nyugdíjrendszer hiányának növekedése 2035 után is folytatódik, így viszont a hiány fedezete már egyre kevésbé lesz megteremthető a bevételek visszacsoportosításával.

Mint azt már röviden bemutattuk, modellünkkel a makrogazdasági paraméterek jövőbeli alakulásának több lehetőségét is megvizsgáltuk. Ezek eredményeit a 13. ábra mutatja.

13. ábra

A nyugdíjrendszer bevételeinek és kiadásainak várható alakulása a makrogazdasági paraméterekre vonatkozó alternatív forgatókönyvek esetén (milliárd forint, 2014. évi árakon)



..... Egyenleg (bal tengely)      - - - Bevételek (jobb tengely)      — Kiadások (jobb tengely)

<sup>e</sup> Előre jelzett értékek.

A felső két ábrán látható, várhatóan hogyan alakul a nyugdíjrendszer egyenlege abban az esetben, ha a reálbérek emelkedése az 1,43 százalékos alapesetnél képest évi 0,5 százalékponttal magasabb, 1,93 százalékon, illetve 0,5 százalékponttal alacsonyabb szinten, 0,93 százalékon alakul. Bár a nyugdíjrendszer egyenlege még a nagy reálbér-emelkedés esetében is negatívvá válik a vizsgált periódus vége előtt, azonban az első deficit év az alapesetnél képest csak nyolc évvel később, 2034-ben következik be, és

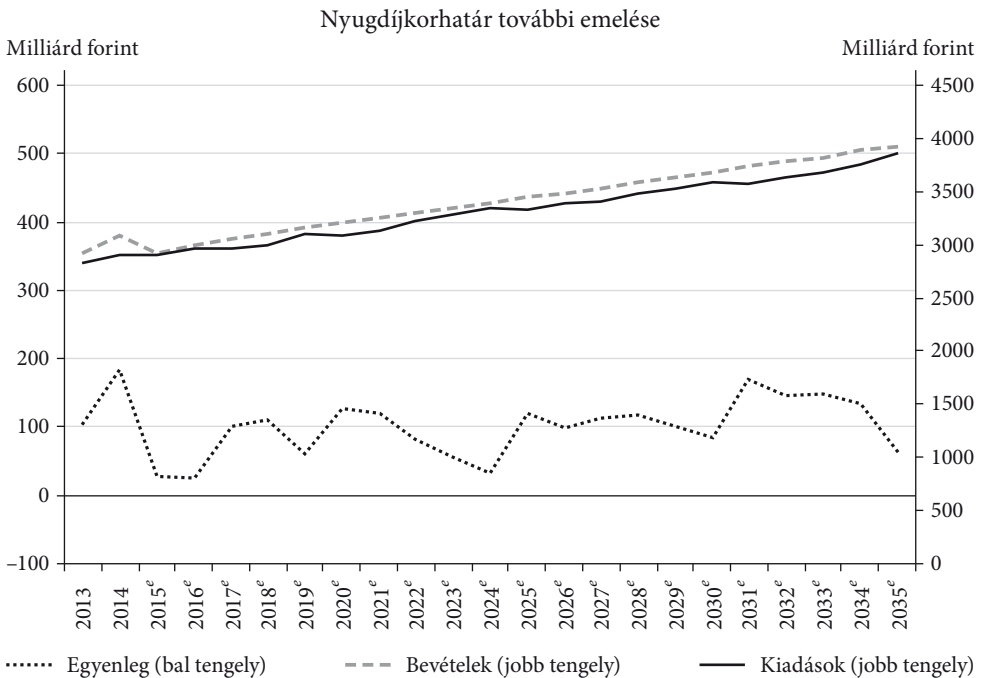
egészen 2031-ig a rendszer 100 milliárd forint feletti bevételi többlettel rendelkezik. Ha azonban az alacsony reálbér-emelkedés valósulna meg, a rendszer az alapesethez képest négy évvel korábban, már 2022-től folyamatosan<sup>11</sup> negatív egyenleggel zárna, ez a hiány pedig évről évre növekedve az időszak végére már a 470 milliárd forintot is elérné (2014-es árakon számolva).

A foglalkoztatottság változásával kapcsolatos alternatív feltételezéseket a 13. ábra alsó része mutatja. A foglalkoztatottság intenzívebb javulása mintegy hét évvel képes késleltetni az egyenleg negatívvá válását a normál esethez képest. Az időszak végén jelentkező éves hiány pedig 160 milliárd forinttal lenne kevesebb, mint az alapesetben. Ezzel szemben lassabb javulás esetén az alapesethez képest már három évvel korábban, 2022-től negatívvá válna az egyenleg, 2035-re pedig a hiány már elérné a 450 milliárd forintot.

A bérek emelkedési ütemén és a foglalkoztatottság változásán túl megvizsgáltuk, hogyan alakulna a rendszer egyenlege az alapeset feltételezése mellett akkor, ha a nyugdíjkorhatár 2022 után az átlagos várható élettartam változásának megfelelően változna. Ennek eredményeit a 14. ábra mutatja 2014-es árakon.

#### 14. ábra

A nyugdíjkorhatár változtatása a várható élettartam emelkedésének megfelelően (milliárd forint, 2014. évi árakon)



<sup>e</sup> Előre jelzett értékek.

<sup>11</sup> Alacsony reálbér-emelkedés esetén a nyugdíjrendszer egyenlege 2016-ban és 2019-ben is valamivel nulla alatt alakulna (2016-ban -0,4 milliárd forint, 2019-ben pedig -1,7 milliárd forint).

A 14. ábrán látható, hogy az alapesetben képest mérsékeltebben emelkednek a kiadások, így a vizsgált időszakban a rendszer egyenlege végig pozitív marad. A bevételi többlet egy meglehetősen széles sávban – 33–170 milliárd forint között – ingadozik, ezt azonban jelentős részben csak a korábban bemutatott egyszerűsítés okozza. Így amennyiben a nyugdíjkorhatár változását lehetőségünk lett volna az eredetileg kiszámolt mérték szerint (születési évenként két hónap) figyelembe venni, a rendszer egyenlege is sokkal kiegyenlítettebben jelent volna meg az ábrán.

Eredményeink alapján elmondható, hogy a jelenleg folyamatban lévő nyugdíjkorhatár-emelés az elkövetkező tíz évre hatékonyan csökkenti az alap kiadásait, így biztosítva annak fenntarthatóságát. A kedvezőtlen demográfiai helyzet azonban a 2020-as évek második felétől kezdődően egyre súlyosabb terhet ró a nyugdíjrendszerre, amelyet önmagában sem a bemutatott mértékű reálbér-emelkedés, sem pedig a foglalkoztatottság feltételezett javulása nem képes ellensúlyozni.

A rendszer fenntarthatósága érdekében érdemes lehet megvizsgálni a nyugdíjkorhatár 2022 utáni további emelését, a korhatáron várható átlagos hátralévő élettartam emelkedésének megfelelően. Ez a kiadások csökkentése által már képes lehet arra, hogy a rendszer egyenlegét végig pozitív szinten tartsa a vizsgált időszakban, miközben minden generációnak átlagosan ugyanolyan hosszú nyugdíjas időszakot biztosít. A demográfiai helyzet hosszabb távú alakulása, a Ratkó-unokák 2040-es évekbeli nyugdíjba vonulása miatt azonban feltehetően hosszú távon ez a megoldás önmagában már nem lesz elég az egyenleg egyensúlyban tartásához. Így hosszú távon csak egy jól kidolgozott, átfogó intézkedéscsomag lehet hatásos. Egy ilyen intézkedéscsomag hosszú távú céljának a gyermekvállalás ösztönzését érdemes kitűzni, hiszen a nyugdíjrendszer problémája csak egy olyan társadalomban orvosolható tartósan, ahol az egymás után született generációk létszáma növekvő vagy legalább stagnáló. A gyermekvállalási hajlandóság javulásának hatása azonban leghamarabb csak 20-30 év múlva kezdheti el érzékeltetni hatását, így addig a közép- és rövid távú intézkedésekkel kell fenntartani a nyugdíjrendszer egyenlegét. Ilyen, középtávon hatásos intézkedés a munkaerőpiac élénkítése lehet. Ennek fontos része a Ratkó-unokák kohorszainak munkaerőpiacon tartása, aminek alapja a munkaképesség minél hosszabb fenntartása (például egészségmegőrzéssel, képzésekkel).

Végül a következő néhány évre tekintve a nyugdíjrendszer fenntarthatósága érdekében fontosnak tartjuk a nyugdíjak indexálási módszerének pontosabbá tételét oly módon, hogy az indexálás a jövőben már valóban csak a nyugdíjak értékmegőrzését szolgálja. Elkerülve ezáltal azokat a múltbeli eseteket, amikor a nyugdíjemelés az infláció felülbecslése miatt a nyugdíjak reálértékének emelkedését okozta.

## Következtetések

Tanulmányunkban arra kerestük a választ, hogy a jelenlegi nyugdíjszabályokat és demográfiai folyamatokat figyelembe véve, hogyan alakul a jövőben a magyar nyugdíjrendszer egyenlege. Továbbá egyes gazdaságpolitikai intézkedések, illetve a gazdasági körülmények változásai várhatóan milyen hatással lesznek a nyugdíjrendszer egyenlegére.



E kérdések megválaszolásához a mortalitás hosszú távú előrejelzésére a leggyakrabban alkalmazott Lee–Carter-moddal 2035 végéig előre jeleztük a nyugdíjrendszer fenntarthatósága szempontjából legfontosabb demográfiai mutatókat. A modell alkalmazhatóságát szakirodalmi előzmények alapján kiterjesztettük a termékenységi valószínűségekre is. A bemutatott modell számos más, számítási igényesebb eljárással szembeni egyértelmű és vitathatatlan előnye, hogy egyszerű lépésekben felírható és alkalmazható.

A modellt a magyarországi halandósági és termékenységi adatokra alkalmazva, azt kaptuk, hogy 2035-re Magyarország népessége várhatóan a 8 648 000 főt sem fogja elérni, miközben a népesség életkor szerinti összetétele jelentősen megváltozik. Ez az átrendeződés pedig jelentős terhet jelent a nyugdíjrendszerre. Az előre jelzett népességállományból várhatóan 4 451 000 fő lesz a nők és 4 197 000 fő a férfiak száma. A népességi adatok mellett az időskori függőségi ráta mutatja a vizsgált társadalom belső korstruktúráját – elemzésünk megmutatta, hogy a ráta 2035-ig monoton növekedik, s várhatóan alulról megközelíti a 39 százalékot. A népességszám várhatóan jelentős csökkenése és ezzel párhuzamosan az időskori függőségi ráta szintén intenzív emelkedése súlyos aggodalmakra ad okot a magyar nyugdíjrendszer fenntarthatóságával kapcsolatban.

Továbbra is kérdés maradt, hogy a Nyugdíjbiztosítási Alap egyenlege hogyan alakul a jövőben. Ennek megválaszolása érdekében egy kohorszalapú nyugdíjmodellt építettünk fel, amely előrejelzi a rendszer bevételeinek, kiadásainak, valamint egyenlegének várható alakulását. A számítás pontosságát szem előtt tartva és a jelenleg érvényes nyugdíj szabályokat figyelembe véve elkészült egy éves bruttó bértömegben alapuló program a kezdeti nyugdíjak meghatározásához. A program segítségével évről évre meghatároztuk a jövőben nyugdíjba vonulók átlagos kezdeti nyugdíját, amelyet bemeneti adatsorként felhasználtunk a nyugdíjmodellünkben. Azon túl, hogy meghatározzuk a nyugdíjkassza egyenlegét a vizsgált időszakban, további célunk volt rávilágítani arra, hogy a hiány szükségessé teszi-e a járulékkulcsok változtatását, vagy a probléma megoldható a korábban átcsoportosított bevételek visszacsoportosításával.

Továbbá azt is megvizsgáltuk, hogyan változnak a nyugdíjkassza bevételei és kiadásai, ha megváltoznak a modell makrogazdasági paraméterei. Eredményeink szerint a jelenlegi feltételezések és paraméterek alapján 2026-tól válik negatívvá a nyugdíjkassza egyenlege, a deficit pedig az évek múlásával egyre gyorsuló ütemben emelkedik, a vizsgált időszak végére megközelítheti az adó- és járulékbévételek 8 százalékát. A probléma természetesen kezelhető a bevételek emelésével. Ehhez az általunk vizsgált időtávon elegendő a Nyugdíjbiztosítási Alap szociális hozzájárulási adóból való részesedését a 2015-ben érvényes 85,46 százalékos szintről a 2014-ben érvényes 96,3 százalékos szint közelébe visszaállítani. Ez az átcsoportosítás azonban az Egészségbiztosítási Alap bevételeinek csökkentésével járna.

Modellünkkel az alapeseten túl megvizsgáltuk azt is, hogyan alakulna a nyugdíjrendszer egyenlege, ha nőne vagy csökkenne a reálbérek és a foglalkoztatás növekedési üteme. Alacsonyabb reálbér-növekedés feltételezése esetén 2022-től jelez előre negatív egyenleget modellünk, hasonló a kép, ha foglalkoztatás javulásának üteme

lassúbb lenne, mint alapesetben, ekkor 2023-tól számíthatunk egyre növekvő mértékű deficitre. Magasabb reálbér-növekedési ütem esetén a negatív egyenleg megjelenése egészen 2034-ig eltolódik, a foglalkoztatás gyorsabb javulása esetén az első deficités év 2033-ra jelezhető. Az érzékenységvizsgálatokon túl egy olyan hipotetikus esetet is elemeztünk, melyben 2022 után a nyugdíjkorhatár a nyugdíjazáskor várható hátralévő élettartam várt emelkedését követné. Egy ilyen feltételezett intézkedés esetén a nyugdíjrendszer egyenlege várhatóan az általunk vizsgált időszak végéig még nem válna negatívvá.

Összességében elmondható, hogy az öregedő népesség Magyarországon is fennálló problémája a következő évtizedekben komoly gondokat okozhat a nyugdíjrendszerben, és a nyugdíjjal kapcsolatos elvonások esetleges növekedése miatt a munkaerőpiacon is. A bérekhez kapcsolódó elvonások emelkedése ugyanis könnyen a gazdasági egységek hatékonyságának csökkenéséhez vezethet, ennek hatása pedig már a makroökonómiai mutatókban is megjelenne. Így a nyugdíjkérdés mind égetőbbé válik, nem csupán a demográfiai feszültségek miatt.”

### *Hivatkozások*

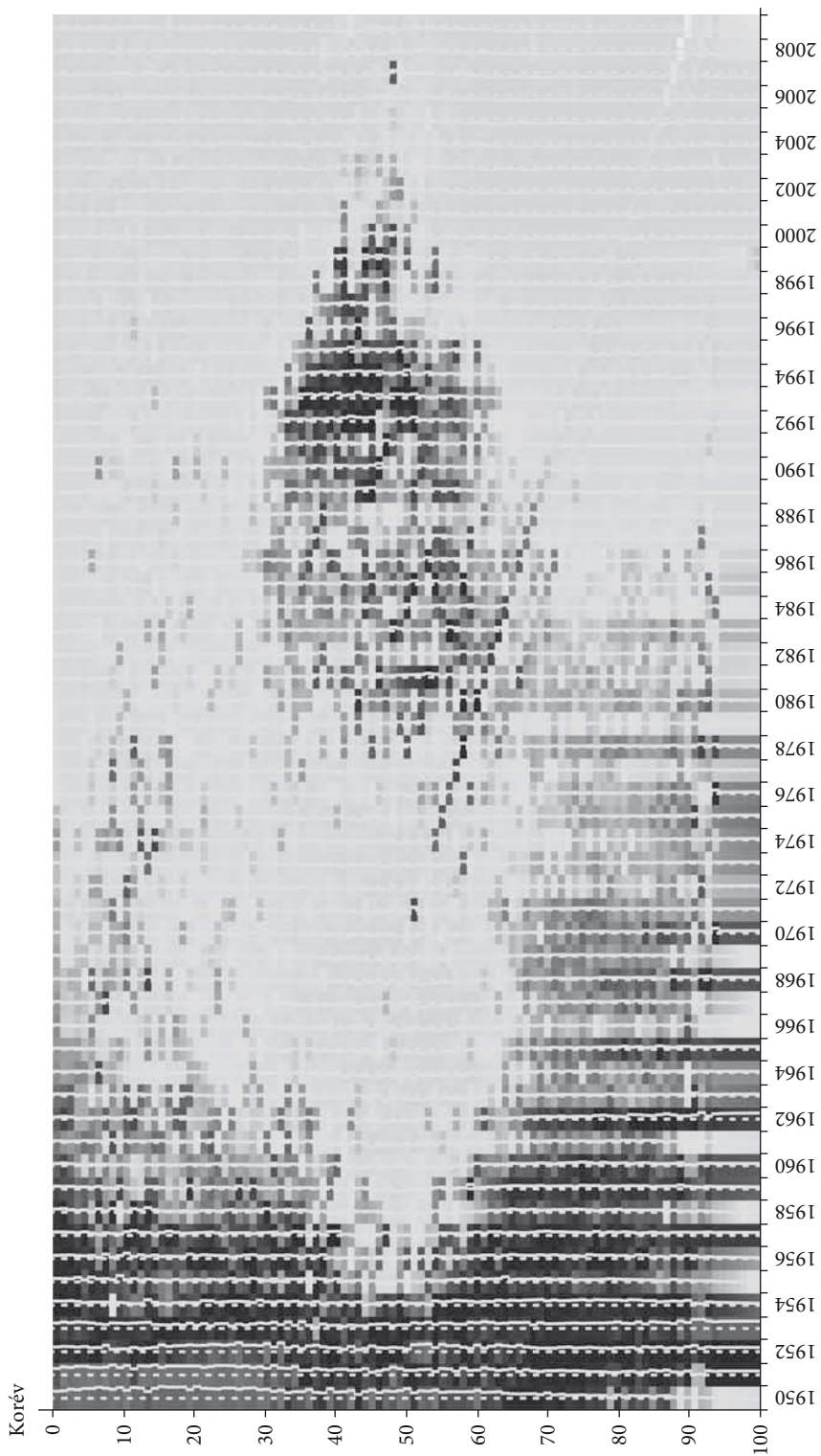
- ANDREOZZI, L.–BLACONÁ, M. T.–ARNESI, N. [2011]: The Lee Carter method for estimating and forecasting mortality: an application for Argentina. Working Paper, School of Statistics, National University of Rosario, <http://www.forecasters.org/submissions/ANDREOZZILUCIAISF2011.pdf>.
- ARATÓ MIKLÓS–BOZSÓ DÁVID–ELEK PÉTER–ZEMPLÉNI ANDRÁS [2009]: Forecasting and Simulating Mortality Tables. *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 49. No. 3–4. 805–813. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mcm.2008.01.012>.
- BARAN SÁNDOR–GÁLL JÓZSEF–ISPÁNY MÁRTON–PAP GYULA [2007]: Forecasting Hungarian Mortality Rates Using the Lee–Carter Method. *Acta Oeconomica*, Vol. 57. No. 1. 21–34. o. <http://dx.doi.org/10.1556/aoecon.57.2007.1.3>.
- COELHO, E. [2001]: The Lee–Carter Method for Forecasting Mortality – The Portuguese experience. Working Paper, [http://www.researchgate.net/publication/239545896The\\_Portuguese\\_experience](http://www.researchgate.net/publication/239545896The_Portuguese_experience).
- HAMILTON, J.D. [1994]: *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- HANEWALD, K. [2009]: Mortality modeling: Lee–Carter and the macroeconomy. SFB 649 Discussion Paper, 2009-008. <http://edoc.hu-berlin.de/series/sfb-649-papers/2009-8/PDF/8.pdf>.
- HOLTZER PÉTER (szerk.) [2010]: Jelentés a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal tevékenységéről. Miniszterelnöki Hivatal, Budapest.
- HYNDMAN, R. J.–ULLAH, M. S. [2006]: Robust forecasting of mortality and fertility rates: a functional data approach. Working Paper, Business and Economic Forecasting Unit, Monash University, Caulfield East, Victoria. <http://robjhyndman.com/papers/isi2005.pdf>.
- JACK, C. Y.–SHARON, S. Y.–HONG-CHIH, HUANG [2008]: A study of the Lee–Carter model with Age-Shifts. Living to 100 and Beyond Symposium, Orlando, Florida, január 7–9. <https://www.soa.org/library/monographs/retirement-systems/living-to-100-and-beyond/2008/january/mono-li08-6a-huang.pdf>.

- KOVÁCS ERZSÉBET [2003]: Kárstatisztikai elemzések. Aktuárius jegyzetek, 2. kötet, Budapesti Közgazdaságtudományi és Államigazgatási Egyetem, Budapest, [http://www.uni-corvinus.hu/fileadmin/user\\_upload/hu/tanszekek/kozgazdasagtudomanyi/tsz-opkut/files/opkut/files/karstatisztika.pdf](http://www.uni-corvinus.hu/fileadmin/user_upload/hu/tanszekek/kozgazdasagtudomanyi/tsz-opkut/files/opkut/files/karstatisztika.pdf).
- LEE, R. [2000]: The Lee–Carter method for forecasting mortality with various extensions and applications. *North American Actuarial Journal*, Vol. 4. No. 1. 80–93. o. <http://dx.doi.org/10.1080/10920277.2000.10595882>.
- LEE, R. D.–CARTER, L. R. [1992]: Modeling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 87. No. 419. 659–671. o. <http://dx.doi.org/10.2307/2290201>.
- Magyarország 2015. évi központi költségvetéséről szóló 2014. évi C. törvény. URL: <http://kozlon yok.hu/nkonline/MKPDF/hiteles/MK14184.pdf>.
- MÁJER ISTVÁN–KOVÁCS ERZSÉBET [2011]: Élettartam-kockázat – a nyugdíjrendszerre nehezedő egyik teher. *Statisztikai Szemle*, 89. évf. 7–8. sz. 790–812. o. [http://www.ksh.hu/statszemle\\_archive/2011/2011\\_07-08/2011\\_07-08\\_790.pdf](http://www.ksh.hu/statszemle_archive/2011/2011_07-08/2011_07-08_790.pdf).
- ORBÁN GÁBOR–PALOTAI DÁNIEL [2006]: Gazdaságpolitikai és demográfiai kihívások a magyar nyugdíjrendszerben. *Közgazdasági Szemle*, 53. évf. 7–8. sz. 583–603. o.
- RENSHAW, A. E.–HABERMAN, S. [2005]: A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors. *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 38. No. 3. 556–570. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.insmatheco.2005.12.001>.
- SIMONOVITS ANDRÁS [2009]: Népeségöregedés, tb-nyugdíj és megtakarítás – parametrikus nyugdíjreformok. *Közgazdasági Szemle*, 46. évf. 4. sz. 297–321. o.
- VARGA GERGELY [2014]: Demográfiai átmenet, gazdasági növekedés és a nyugdíjrendszer fenntarthatósága. *Közgazdasági Szemle*, 61. évf. 11. sz. 1279–1318. o.
- WANG, J. Z. [2007]: Fitting and Forecasting Mortality for Sweden: Applying the Lee–Carter Model. Working Paper, Stockholm University, Stockholm. <http://www2.math.su.se/matstat/reports/serieb/2007/rep1/report.pdf>.
- WILLKE, J. C. [1998]: Global Depopulation – A Reality. *Lifeissues.net*, [http://lifeissues.net/writers/willke/willke\\_07depopulation.html](http://lifeissues.net/writers/willke/willke_07depopulation.html).
- WILMOTH, J.R [1993]: Computational Methods for Fitting and Extrapolating the Lee–Carter Model of Mortality Change. Technical report. Department of Demography, University of California, Berkeley, California, <http://demog.berkeley.edu/~jrw/Papers/LCtech.pdf>.

## Függelék

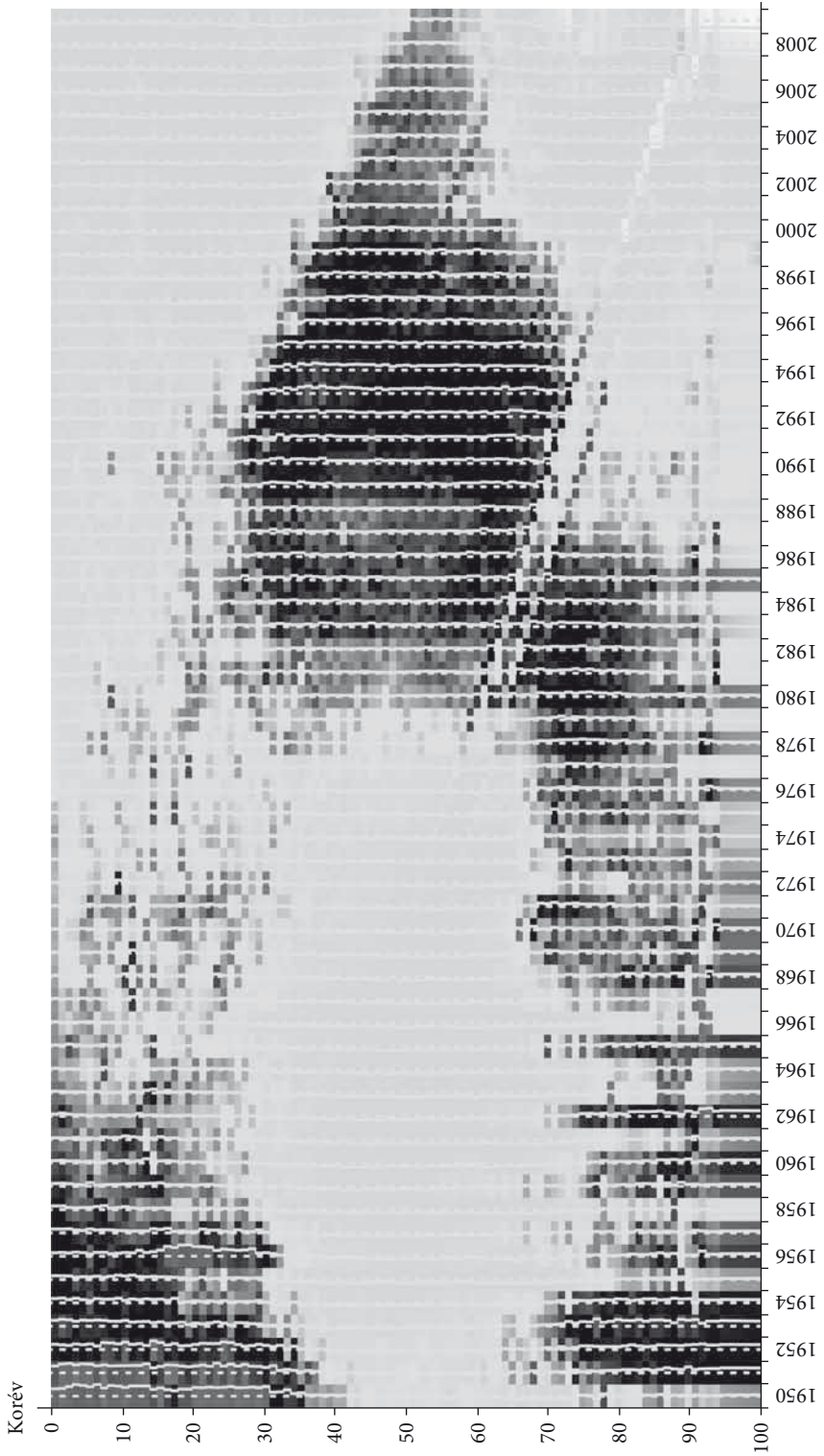
Az *F1.* és *F2. ábra* (mortalitásra vonatkozó hőtésképek) az egyes korév–naptári év kombinációkhoz tartozó standardizált halálozási valószínűségeket szürke árnyaltos színekkel segítségével ábrázolja.

*Fl. ábra*  
Női halandóság



*Forrás: saját szerkesztés a HMD-adatbázis alapján.*

F2. ábra  
Férfi halandóság



Forrás: saját szerkesztés a HMD-adatbázis alapján.