

NYITRAI TAMÁS

## Növelhető-e a csőd-előrejelző modellek előre jelző képessége az új klasszifikációs módszerek nélkül?

A Bázeli-2. tőkeegyezmény bevezetését követően a bankok és hitelintézetek Magyarországon is megkezdték saját belső minősítő rendszereik felépítését, melyek karbantartása és fejlesztése folyamatos feladat. A szerző arra a kérdésre keres választ, hogy lehetséges-e a csőd-előrejelző modellek előre jelző képességét növelni a hagyományos matematikai-statisztikai módszerek alkalmazásával oly módon, hogy a modellekbe a pénzügyi mutatószámok időbeli változásának mértékét is beépítjük. Az empirikus kutatási eredmények arra engednek következtetni, hogy a hazai vállalkozások pénzügyi mutatószámainak időbeli alakulása fontos információt hordoz a vállalkozás jövőbeli fizetőképességéről, mivel azok felhasználása jelentősen növeli a csődmodellek előre jelző képességét. A szerző azt is megvizsgálja, hogy javítja-e a megfigyelések szélsőségesen magas vagy alacsony értékeinek modellezés előtti korrekciója a modellek klasszifikációs teljesítményét.

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C52, C53, G33.

### Szakirodalmi áttekintés

A vállalkozások jövőbeli fizetőképességének előrejelzése az 1960-as évek óta folyamatosan a tudományos érdeklődés középpontjában áll. Ennek egyik fő oka, hogy a matematikai-statisztika és az azt támogató informatikai háttér fejlődésével újabb és újabb nagy számításgényű módszerek váltak elérhetővé az olyan klasszifikációs feladatok megoldására, mint a csődelőrejelzés. A kutatási kérdés a tudományos vizsgálódás kezdetét tekintve nem mondható újnak, ennek ellenére a nemzetközi szakirodalomban egyre nagyobb számban jelennek meg publikációk e témakörben, amelyek elsődleges célkitűzése a lehető legjobb előre jelző képességgel rendelkező csődmodell felállítása.

*Kristóf* [2008] műhelytanulmánya a csődelőrejelzés módszertani kérdéseit vizsgálva a hagyományos matematikai-statisztikai módszerekkel (logisztikus regresszió, lineáris diszkriminanciaanalízis, döntési fák) felállított csődmodellek előre jelző képességét hasonlította össze a napjainkban már széles körben elterjedt neurális hálók teljesítményével. A tanulmány megállapítása összhangban áll a nemzetközi szakirodalom-

ban olvasható tendenciával, amely szerint a mesterséges intelligenciára épülő eljárások előre jelző képessége – kellő körütekintéssel felállított modell esetén – meghaladja a hagyományos matematikai-statisztikai módszerekkel elérhető pontosságot.

Napjainkra e megállapítás tekintetében konszenzus alakult ki a szakirodalomban, ugyanis a csődmodellek inputját képező pénzügyi mutatószámok jellemzően nem követnek normális eloszlást, matematikailag nem tekinthetők egymástól függetlennek és a szélsőségesen kiugró értékek jelenléte inkább általános jelenség (*McLeay–Omar* [2000]), mintsem ritka kivétel – csak néhányat említve a statisztikai modellek általános feltevései közül. Ezt figyelembe véve nem meglepő, hogy a vizsgált adathalmazzal szemben előfeltevést nem támasztó adatbányászati módszerek jobb modellillesztést és ebből adódóan megbízhatóbb előrejelzéseket tesznek lehetővé.

A 21. század második évtizedében tehát már nem az a kérdés, hogy a hagyományos statisztikai vagy a mesterséges intelligenciára épülő módszereket célszerű-e alkalmazni a csődmodellek felállítása során, ha célunk az előre jelző teljesítmény maximalizálása, hanem az, hogy a folyamatosan fejlődő adatbányászati módszerek között tapasztalható-e érdemi előre jelző képességbeli különbség, illetve hogy lehet-e azokat úgy kombinálni, hogy a modellek teljesítménye növekedjen.

A csődelőrejelzés kutatásának fő irányát jelenleg is a módszertani összehasonlító elemzések jellemzik, amire a hazai szakirodalomban is találunk példát: *Virág–Nyitrai* [2013] egy viszonylag új adatbányászati módszer, a tartóvektor-gépezet (*Support Vector Machine, SVM*) és a korábban *Virág–Kristóf* [2005] által neurális hálók segítségével felállított modellek besorolási pontosságát hasonlította össze az első hazai csődmodell adatbázisán. Az eredmények szoros összhangot mutatnak a nemzetközi szakirodalom hasonló kutatási eredményeivel, amelyek szerint az SVM módszerrel jellemzően jobb előre jelző modell állítható fel, mint a neurális hálók alkalmazásával.

Az adatbányászati technikák fejlődésének köszönhetően tehát a csőd-előrejelző modellek pontosságának folyamatos javulása figyelhető meg, ami kétségkívül kedvező folyamat. Fontos azonban szót ejteni arról a kritikáról, amely az utóbbi években éri a tudományterület döntően módszertani megközelítésű fejlődését. E kritika lényege, hogy a gépi tanulásra épülő klasszifikációs eljárások általános problémája, hogy a függő és a független változók közötti jellemzően nem lineáris összefüggés nem áll explicit módon a felhasználó rendelkezésére. A szakirodalom ezt a problémát feketedoboz-problémaként ismeri, amely jól kifejezi, hogy a modellező csak az elemzés inputjait és a számítások eredményeként adódó outputot ismeri, arra azonban nem kap választ, hogy az egyes változók milyen súllyal befolyásolják az előre jelzett érték alakulását. További problémát jelent, hogy nincs lehetőség az eredmények statisztikai szignifikanciájának tesztelésére sem.

A bemutatott problémák következményeinek súlyát *Martens és szerzőtársai* [2010] megállapítása tükrözi leginkább: a Bazel–2 szabályozás keretei között a jobb előre jelző teljesítmény ellenére sem várható, hogy a feketedoboz-jellegű adatbányászati módszerek általánosan elterjednek a bankok belső minősítési rendszereiben, mivel a modellezők és a hitelezési döntéseket meghozó szakemberek igényt tartanak arra, hogy „kézzelfogható” és értelmezhető modellek segítsék a döntéshozatalt.

Napjainkban tehát a vállalatok jövőbeli fizetőképességét előre jelezni kívánó modellező választani kényszerül a csődelőrejelzésben használt módszerek között: a hagyományos matematikai-statisztikai módszerekkel készített csődfüggvények könnyen értelmezhetők, de besorolásaik általában kevésbé pontosak, míg a jobb előre jelző lehetőségeket magukban rejtő adatbányászati módszerekkel felállított modellek feketedoboz-jellegűek. Röviden összefoglalva: a jobb előrejelzés érdekében le kell mondanunk a modellek értelmezhetőségéről, ami a gyakorlati alkalmazás szempontjából problémát jelenthet.

E problémára *Martens és szerzőtársai* [2010] a döntési fákhhoz hasonló „ha-akkor” típusú szabályokon alapuló klasszifikációs módszerek alkalmazását javasolja. E módszerek jellemzően nem paraméteres eljárások – outputjaik olyan besorolási szabályok, amelyek könnyen értelmezhetők a kutatók és a gyakorlati szakemberek számára, azonban alkalmazásukhoz nem szükséges semmilyen statisztikai előfeltevés.

A csőd-előrejelző modellek teljesítménye azonban nem csak módszertani oldalról javítható, azaz az előrejelzések pontosságát nem csak újabb adatbányászati módszerek alkalmazásával javíthatjuk. Erre nyújtott példát korábban *Platt–Platt* [1990] gyakran hivatkozott munkája, amelyben a szerzők arra a kérdésre keresték a választ, hogy mi lehet az oka a csőd-előrejelző modellek előre jelző teljesítményében tapasztalt időbeli instabilitásnak. A problémára megoldásként az úgynevezett iparági relatív mutatók alkalmazását javasolták a pénzügyi mutatószámok „nyers” értékei helyett. A javasolt iparági átlaggal történő korrekció viszonyítási alapot ad a pénzügyi mutatók értékeinek, ami *Platt–Platt* [1990] empirikus kutatási eredményei alapján időben stabilabb teljesítményű csőd-előrejelző modell felállítását teszi lehetővé. Ez alapvetően új megközelítést jelent a csőd-előrejelző modellek fejlődéstörténetében, ugyanis nem módszertani oldalról törekszik az eredmények javítására.

Ha elfogadjuk a korábban idézett *Martens és szerzőtársai* [2010] véleményét, akkor az értelmezhető modellek felállítását lehetővé tevő hagyományos matematikai-statisztikai módszerek alkalmazásával kell maximalizálni az elérhető besorolási pontosságot, aminek kézenfekvő lehetőséget, ha a lehető legnagyobb mértékben kihasználjuk az inputként felhasznált pénzügyi mutatószámokban rejlő információtartalmat. Erre megoldás lehet a korábban bemutatott iparági átlaggal történő korrekció, azonban ennek megvalósítása a gyakorlatban gyakran jelentős akadályba ütközik, ugyanis az elemzőnek nem feltétlenül állnak rendelkezésére a mintájában szereplő vállalatok ágazati átlagos mutatószámai.

Az iparági középértékek hiányában is van azonban lehetőség objektív referenciát felhasználni a pénzügyi mutatószámokra épülő csőd-előrejelző modellek felállítására, ami azon alapul, hogy a vállalati gazdálkodás egy folyamat, amelyben a fizetőképesség tekinthető egy végső stádiumnak. A vállalati gazdálkodás pénzügyi vetületét tükrözik azok a pénzügyi mutatószámok, amelyeket a számviteli törvény által meghatározott formában közzétett mérlegből és eredménykimutatásból határoznak meg. E változók jelennek meg a csődmodellek inputjaiként, azonban ha csak egyetlen év adatát használjuk fel, akkor mindössze egy „pillanatfelvétel” áll rendelkezésünkre a vizsgált vállalkozás aktuális pénzügyi helyzetéről, azaz figyelmen kívül hagyjuk a vállalati gazdálkodás folyamat jellegét.

A csődelőrejelzés úttörőjének tekintett *Beaver* [1966] volt az első, aki tudományos oldalról kezdte vizsgálni a vállalkozások pénzügyi mutatószámait mint a jövőbeli fizetéseképtelenség lehetséges előre jelző változóit. Részletesen elemzi, hogy a leggyakrabban alkalmazott pénzügyi mutatószámok közül melyek képesek a leginkább megkülönböztetni a csődbe jutott és a működő vállalkozásokat a csődeseményt megelőző 1–5 évben. A szerző felhívja a figyelmet arra, hogy a pénzügyi mutatószámok abszolút értékei mellett érdemes figyelembe venni azok időbeli trendjének alakulását is a vizsgált ötéves időintervallumban, ugyanis a változók nagy része jelentős romlást mutat a csőd előtti egy-két évben.

A szakirodalmat döntően a statikus csődmodellek alkalmazása jellemzi. Ezekben kizárólag egyetlen üzleti év pénzügyi mutatóit használják fel magyarázó változóként. E ráták dinamikájának figyelembevétele csak az elmúlt években jelent meg kutatási kérdésként. *Berg* [2007] norvég vállalatok adatait vizsgálta 1996–1998 között. A mutatószámok időbeli dinamikájának vizsgálatához egyszerre mindhárom év pénzügyi mutatóit felhasználta inputváltozóként. Az így felállított modell találati aránya szignifikánsan meghaladta azon modell pontosságát, amely kizárólag a legutolsó megfigyelt év adatainak felhasználásával becsült modellt jellemezte.

A *Sueyoshi–Goto* [2009] szintén hangsúlyozta a csődbe jutási folyamat jellegét, amelyet a szerzőpáros a világszerte ismert Altman-féle Z-érték időbeli változásával épített be modelljébe. *Du Jardin–Séverin* [2012] a pénzügyi mutatószámok időbeli instabilitásából kiindulva azok trendjét vizsgálta Kohonen-térképek segítségével. A tipikus csődbe jutási folyamat modellezésével a diszkriminanciaanalízisnél, a logisztikus regressziónál, valamint a neurális hálónál időben stabilabb és jobb teljesítményű csődmodelleket sikerült felállítaniuk a szerzőknek.

A nemzetközi szakirodalom eredményei rávilágítanak a vállalati gazdálkodás folyamatjellegének fontosságára a csőd-előrejelző modellekben. Feltételezésünk szerint azonban e folyamatjelleg figyelembe vehető a hagyományos matematikai-statisztikai módszerek keretei között is. Ebből adódóan a fő kérdésünk, hogy a  $\chi^2$ -alapú döntési fák (*Chi-squared Automatic Interaction Detection, CHAID*) segítségével felállított csődmodellek találati pontossága növekszik-e, ha a pénzügyi mutatószámok abszolút értékei mellett figyelembe vesszük azt is, hogy a pénzügyi mutatók egy adott értéke hogyan viszonyul azon értékekhez, amelyeket a korábbi évek során az adott vállalat pénzügyi mutatói felvettek. E fő kutatási kérdés mellett a tanulmányban a következő kérdésekre is választ keresünk.

1. Mely pénzügyi mutatószámok bizonyulnak szignifikánsnak a 2008 végén kezdődött válság idején a magyar vállalkozások körében a fizetőképes és a fizetéseképtelen vállalatok megkülönböztetése szempontjából?

2. A korábbi évek értékeihez viszonyított pénzügyi mutatószámok közt vannak-e olyanok, amelyek szignifikáns változónak bizonyulnak a csődbe jutott és a működő vállalkozások megkülönböztetésében?

3. E két változócsoporthoz közt helyettesítő vagy kiegészítő kapcsolat mutatkozik a csőd-előrejelző modellekben?

4. Annak érdekében, hogy a modellek előre jelző képessége javuljon, szükséges-e a szélsőségesen magas, illetve alacsony értékű megfigyeléseket korrigálni?

## Az empirikus vizsgálathoz használt adatok

A felsorolt kutatási kérdések vizsgálatához saját adatgyűjtésből származó mintát használtunk fel. A mintába ezer hazai vállalkozás került, melyek közül ötszáz fizetéseképtelen. Az 50:50 százalékos mintafelosztás indoka, hogy a csőd-előrejelző modellek fő célja a fizetéseképtelenség minél pontosabb előrejelzése. Ehhez azonban szükség van arra, hogy kellő számú megfigyelés álljon rendelkezésre ebből a csoportból annak érdekében, hogy az alkalmazott módszerek minél pontosabban feltárhassák a pénzügyi mutatószámok azon értékeit, amelyek a fizetéseképtelen vállalatokat a leginkább jellemzik.

A mintavétel során a 2012. évből véletlenszerűen kerültek kiválasztásra a Cégközlöny egyes számai mindaddig, amíg a minta mérete el nem érte az ezret. A modellek függő változóját a kétértékű (*dummy*) változóval kódolt fizetéseképtelenség ténye képezi. Azokat a vállalatokat tekintettük fizetéseképtelennek, amelyek az adatgyűjtés során felszámolási vagy csőd eljárás alatt álltak. Ennek tényét a Közigazgatási és Igazságügyi Minisztérium által a [www.e-cegjegyzek.hu](http://www.e-cegjegyzek.hu) oldalon nyilvánosan hozzáférhető cégjegyzék adataiból határoztuk meg. A mintába került vállalkozások pénzügyi mutatóit az általuk a számviteli törvény előírásai szerint közzétett beszámoló adataiból nyertük, amelyek a <http://e-beszamolokim.gov.hu/Default.aspx> oldal nyilvánosan elérhetők.

A mintavétel során érvényesített szempontok:

1. a mintavétel során alapvető szempont volt, hogy legalább három évre visszamenőleg rendelkezésre álljanak a vizsgált vállalkozások beszámolóit (mérleg, eredménykimutatás). Ennek oka, hogy a kutatás fő célkitűzése annak vizsgálata, hogy van-e diszkrimináló erejük azoknak a változóknak, amelyek egy adott pénzügyi mutató értékét saját korábbi értékeinek tükrében mutatják. Ehhez azonban szükséges, hogy legalább hároméves időszakra rendelkezésre álljanak a vállalkozások pénzügyi mutatói;

2. kihagytuk azokat a vállalkozásokat, amelyeknek volt olyan pénzügyi mutatószám, amely nem mutatott időbeli szóródást, mivel ez lehetetlenné tenné olyan mutatószámok konstruálását, ami az egyes mutatók nagyságát saját korábbi értékei függvényében ítéli meg;

3. szintén kimaradtak a mintából az olyan megfigyelések, amelyek esetében legalább két egymást követő évben nem realizáltak árbevételt. Ennek oka, hogy az ilyen vállalkozások vélhetően nem folytatnak érdemi gazdálkodást, így mintába kerülésüknek torzító hatása lenne a modellek eredményeire.

A csődmodellek magyarázó változóit a vállalatok mérleg- és eredménykimutatásaiban közzétett adatokból képzett hányados típusú mutatószámok jelentik. Az alkalmazott mutatószámok részben a hazai empirikus kutatásokban gyakran alkalmazott mutatószámok (*Kristóf* [2008]), részben saját szempontok alapján meghatározottak. A vizsgálatban alkalmazott pénzügyi mutatószámok nevét és számítmódját az *1. táblázat* tartalmazza. A mutatók kalkulációjához szükséges adatokat a mintába került vállalatok mérlegeiben, illetve eredménykimutatásaiban közölt év végi záróértékek alapján vettük figyelembe.

## 1. táblázat

Az empirikus vizsgálatban felhasznált mutatószámok neve és számításmódja

Mutatószám	Számítási mód
Likviditási ráta	forgóeszközök/rövid lejáratú kötelezettségek
Likviditási gyorsráta	(forgóeszközök – készletek)/rövid lejáratú kötelezettségek
Pénzeszközök aránya	pénzeszközök/forgóeszközök
Cash flow/kötelezettségek	(adózás utáni eredmény + értékcsökkenési leírás)/kötelezettségek
Cash flow/rövid lejáratú kötelezettségek	(adózás utáni eredmény + értékcsökkenési leírás)/rövid lejáratú kötelezettségek
Tőkeellátottság	(befektetett eszközök + készletek)/saját tőke
Eszközök forgási sebessége	értékesítés nettó árbevétele/mérlegfőösszeg
Készletek forgási sebessége	értékesítés nettó árbevétele/készletek
Követelések forgási ideje	követelések/értékesítés nettó árbevétele
Eladósodottság	kötelezettségek/mérlegfőösszeg
Saját tőke aránya	saját tőke/mérlegfőösszeg
Bonitás	kötelezettségek/saját tőke
Árbevétel-arányos nyereség	adózás utáni eredmény/értékesítés nettó árbevétele
Eszközarányos nyereség	adózás utáni eredmény/mérlegfőösszeg
Követelések/rövid lejáratú kötelezettségek	követelések/rövid lejáratú kötelezettségek
Nettó forgótőke aránya	(forgóeszközök – rövid lejáratú kötelezettségek)/mérlegfőösszeg
Vállalat mérete	az eszközállomány természetes alapú logaritmus
Évek	a megfigyelt évek száma

A csődmodellekben gyakran használt mutatószámok közé tartozik a sajáttőke-arányos nyereség, amely gyakran veti a fel a *Kristóf* [2008] munkájában is felmerülő kettős negatív osztás – negatív számláló és negatív nevező együttes jelenléte – problémáját. A probléma kezelésére nincs egyértelműen jó megoldás a szakirodalomban, ezért e mutatót nem vontuk be elemzésünkbe.

A hányados típusú mutatószámok másik jellemző problémája akkor merül fel, amikor a nevezőben nulla érték adódik. E problémát a gyakorlatban gyakran kezelik úgy, hogy az ilyen adatokat hiányzó értékeknek tekintik, amelyeket a többi megfigyelés valamilyen középértékével vagy azok valamelyik szélső percentilisével helyettesítik. E megközelítés azonban nem feltétlenül visz konzisztens értéket a csőd-előrejelző modellekbe. Az általunk javasolt megoldás a következő példával illusztrálható. Tekintsünk egy olyan vállalkozást, amely rövid lejáratú kötelezettségeit mindig azonnal vagy jellemzően minden évben a mérleg fordulónapját közvetlenül megelőzően teljesíti, ebből adódóan a mérleg fordulónapján nincs rövid lejáratú kötelezettsége, ami lehetetlenné teszi a likviditási ráta kalkulációját. Tétélezzük fel,



hogy a példában szereplő vállalkozásnak jelentős a forgóeszköz-állománya, ami lehetővé teszi számára, hogy egy később felmerülő esetleges „likviditási sokkot” finanszírozzon. Ha egy ilyen vállalkozás likviditási rátáját a mintában szereplő többi megfigyelés átlagával helyettesítenénk, akkor a modell átlagos likviditású vállalkozásként tekintené a megfigyelést, s ez adatai alapján nem helytálló. A másik lehetőség: valamely szélső percentilissel történő helyettesítés, amely már konzisztensebb információt visz a modellbe, ekkor azonban mintától függ, hogy egy konkrét mutatószámot mivel helyettesítünk.

Ezen okfejtésből kiindulva, az adatok előkészítése során azt a megoldást alkalmaztuk, hogy azokban az esetekben, ahol a nevező értéke nulla lenne, a nulla értéket 1-gyel helyettesítettük. Így a példában szereplő vállalat likviditási rátája egy meglehetősen nagy értéket vesz fel, jelezve, hogy a vállalat likviditása rendkívül magas. Az ilyen megfigyeléseket a csődelőrejelzés gyakorlata általában mellőzni igyekszik, mivel a szélsőségesen magas, illetve alacsony értékek – mint kiugró (*outlier*) megfigyelések – jellemzően torzítják a statisztikai modellek eredményeit. Egyetértve azonban *McLeay–Omar* [2000] azon megállapításával, hogy a kiugró értékek és a normális eloszlástól való eltérés inkább alapvető sajátosságai a csődmodellek adatbázisának, mintsem ritka kivételek, olyan eljárásokat kell alkalmazni, amelyek segítségével lehetőség van a kiugró értékek modellben tartására. Azok elhagyásával ugyanis a megfigyelések száma drasztikusan csökkenne, ami a modell számára felhasználható információ mennyiségét hasonló mértékben csökkentené. Ez pedig azzal a következménnyel járhat, hogy a modell későbbi alkalmazása során kevésbé lenne alkalmas a szélsőséges értéket tartalmazó megfigyelések minősítésére.

## A javasolt változók számításmódja

Az előbb ismertetett mintavételi módnak megfelelően csak olyan hazai vállalkozások kerülhettek be a mintába, amelyek beszámolóit legalább három évre visszamenőleg hozzáférhetőek voltak. A mintavételi szempontoknak megfelelő vállalkozások pénzügyi mutatóit az összes hozzáférhető évre meghatároztuk. Az adatgyűjtés eredményeképp minden megfigyelés esetén rendelkezésre áll egy legalább 3 és legfeljebb 12 elemű idősor valamennyi pénzügyi mutatószám esetén. A teljes adatbázis a vizsgált 500 működő vállalkozás tekintetében összesen 4194 üzleti évre, az 500 fizetésképtelen megfigyelés esetén pedig 3398 üzleti évre vonatkozóan tartalmaz adatokat.

Az egyes megfigyelések pénzügyi mutatószámait tartalmazó idősor elemeiből többféle formában is konstruálhatók olyan változók, amelyek azt fejezik ki, hogyan viszonyul egy vállalat legkésőbb megfigyelt pénzügyi mutatója azokhoz a korábbi értékekhez, amelyeket ugyanezen vállalat azonos mutatója a korábbi üzleti évek során felvett. Az itt bemutatott empirikus vizsgálatban az (1) formulát alkalmazzuk:

$$\frac{X_{i,t-1} - X_{i,\min_{[t-2;t-n]}}}{X_{i,\max_{[t-2;t-n]}} - X_{i,\min_{[t-2;t-n]}}} \quad (1)$$

Az (1) formula egy adott vállalkozás  $i$ -edik pénzügyi mutatószáma esetén azt számszerűsíti, hogyan viszonyul a legutolsó megfigyelt pénzügyi mutató nagysága azokhoz az értékekhez, amelyeket a vizsgált vállalat pénzügyi mutatója az utolsó előtti megfigyelt évig felvett.

A számításmód lényegét egy rövid példa illusztrálja: tegyük fel, hogy egy vállalat likviditási rátája három egymást követő évben rendre: 0,1, 1, 1,5. Ekkor az (1) formula a következő eredményt adja:

$$\frac{0,1-1}{1,5-1} = -1,8.$$

Az eredmény azt mutatja, hogy az utolsó megfigyelt likviditási ráta 180 százalékkal volt alacsonyabb, mint azon terjedelem minimuma, amelyen belül a vállalat likviditási rátája az utolsó megfigyelt évet megelőzően szóródott. Ez az érték tehát nemcsak azt fejezi ki, hogy a vállalat likviditási rátája alacsony, hanem azt is, hogy mennyivel alacsonyabb az azt megelőző időszak minimumához képest.

A javasolt változó számításához tehát a pénzügyi mutatószámoknak a legutolsó megfigyelt évet megelőző legalább 2 és legfeljebb 11 elemű idősorát használtuk fel a rendelkezésre álló adatsor hosszúságának függvényében. A gyakorlati elemzés azt mutatta, hogy egy adott vállalat egy konkrét pénzügyi mutatószámának idősorán belül mutatkoznak olyan évek, amikor azok értéke a többi évhez képest kiugróan magas, illetve alacsony értéket vett fel. Ez azért jelent problémát, mert a javasolt mutatószám nevezőjében a mutatók szóródásának terjedelme szerepel, amit a legnagyobb és legkisebb megfigyelt érték különbségként határozhatunk meg. Annak érdekében, hogy ezen intervallum hosszára ne legyenek hatással a szélsőségesen magas, illetve alacsony értékkel jellemezhető évek mutatói, a kiugró értékeket pótoltuk azon év minimális vagy maximális értékével, amely még nem minősül kiugrónak. E korrekcióhoz azonban egyértelműen definiálni kell, hogy mely érték tekinthető szélsőségesen alacsony vagy magas értéknek, amire vonatkozóan nincs olyan egységes definíció, amely a gyakorlati elemzés számára rendelkezésre állna. Emiatt statisztikai hüvelykujjszabályokat alkalmaztunk a kiugró értékek azonosítására. Minden megfigyelés esetén standardizáltuk az egyes mutatószám-idősorokat az idősor átlagával és szórásával. Ezen standardizált értékek alapján az minősült kiugrónak, amely *a)* 3 szórásnyi, illetve *b)* 2 szórásnyi terjedelmen kívüli értéket vett fel. Ezt követően a kiugró értékeket az adott megfigyelésnek olyan, a korrigálandó értékhez legközelebbi értékével helyettesítettük, amely még nem minősült kiugrónak.

Összefoglalva az eddigieket: a számítások elvégzését követően a kutatási kérdések megválaszolásához egy olyan ezerelemű mintát használtunk fel, amely fele-fele arányban tartalmaz fizetőképes és fizetéseképtelen megfigyeléseket összesen 7592 üzleti évre vonatkozóan. A modellek függő változója a fizetőképesség ténye, míg független változóként az *1. táblázatban* szereplő 18 változót használtuk fel, amelyek közül 17-re vonatkozóan kiszámítottuk az (1) formulával definiált mutatószámokat is.<sup>1</sup> Ily módon az az

<sup>1</sup> A javasolt mutatószámot csak a megfigyelt évek számára vonatkozóan nem határoztuk meg, mivel e változó esetében az (1) formula értelmetlen.



információ is megjelenhetett a csődmodellekben, hogy az egyes mutatók „nyers” értéke hogyan viszonyul az azt megelőző időszak megfelelő értékeihez, így tehát összességében a csődmodellekbe beléptethető mutatószámok teljes száma 35. Három adatbázison futtattuk le modellünket: egy olyan adatkörön, ahol a kiugró értékeket *a)* nem korrigáltuk, *b)* az egyes megfigyelésekhez tartozó minden mutatószám-idősor esetén az úgynevezett 3 szórásnyi szabálynak, illetve *c)* ahol a 2 szórásnyi szabálynak megfelelően helyettesítettük a hozzájuk legközelebbi, de már nem kiugró értékkel.

## Az empirikus vizsgálatok eredményei

A „nyers” pénzügyi mutatók, valamint a javasolt változók alapstatisztikai mutatószámait az *Függelék F1. táblázata* tartalmazza. Az eredmények szerint a vizsgált mutatószámok közül 13 bizonyult szignifikánsnak a csődbe jutott és a működő vállalatok megkülönböztetésében. Ha a megfigyelt évek számát figyelmen kívül hagyjuk, akkor azt láthatjuk, hogy a nyers pénzügyi mutatók közül hét, míg a javasolt mutatószámok köréből öt volt szignifikáns, azaz jelentős mértékben növekedett azon változók száma, amelyek ezen egyszerű statisztikai próba alapján jó előre jelző változónak minősülnek a fizetőképes és a fizetésektelen vállalkozások megkülönböztetésében.

A szignifikáns változók körén belül három csoportot lehet megkülönböztetni aszerint, hogy minden pénzügyi mutatóhoz tartozik egy olyan változó, amely az adott mutató legutolsó megfigyelt értékét viszonyítja az azt megelőző időszak értékeihez. Így vannak olyan pénzügyi mutatók, amelyek esetében

- csak a „nyers” érték szignifikáns (a pénzeszközök aránya, nettó forgótőke aránya);
- a „nyers” érték és a javasolt transzformáció is szignifikáns (a követelések forgási ideje, eladósodottság, a saját tőke aránya, eszközarányos jövedelmezőség), illetve
- csak a korábbi időszak értékeihez viszonyított változó volt szignifikáns a két csoport megkülönböztetése szempontjából (*cash flow*/adósság, a készletek forgási sebessége).

Az *F1. táblázatbeli* eredmények tehát egyrészt arra utalnak, hogy a javasolt transzformációval bővült azon változók köre, amelyek felhasználhatók a hazai fizetőképes és fizetésektelen vállalkozások megkülönböztetésére. Másrészt arra is rámutatnak, hogy a javasolt változócsoporthoz nem helyettesítő, sokkal inkább kiegészítő szerepet tölthet be a vállalkozások minősítésében, hiszen voltak olyan mutatók, amelyek esetén csak azok „nyers” értékei voltak szignifikánsak, viszont adódtak olyan változók is, amelyek esetén csak azok a változók voltak szignifikánsak, amelyek azt számszerűsítik, hogy az adott mutató értéke hogyan viszonyul az adott vállalat pénzügyi mutatószám-idősorának korábbi értékeihez.

Érdekes eredmény, hogy a csődmodellekben gyakran erős szignifikanciát mutató likviditási ráták, illetve a vállalat mérete nem minősült szignifikánsnak, illetve az is látható, hogy a rendelkezésre álló változók között relatíve alacsony a szignifikánsan

különböző mutatók aránya. Ezek vélhetően azzal magyarázhatók, hogy a mintavétel során kiemelt hangsúlyt helyeztünk a véletlenségre, így a megfigyelések közt szerepelnek meglehetősen alacsony eszközállományú (kisvállalkozások), illetve relatíve nagy eszközállományú is (közép- és nagyvállalatok) megfigyelések.

Ha a szignifikáns mutatószámok átlagait alaposabban szemügyre vesszük a *Függelék F1. táblázatában*, akkor következtethetünk a mintába került hazai vállalkozások pénzügyi helyzetére. Általános megállapítás, hogy a szignifikáns mutatószámoknál az intuíciónak megfelelően alakul a változók átlagainak nagyságrendje, azaz például a pénzeszközök aránya átlagosan magasabb a működő vállalkozásoknál, mint a fizetésektelen megfigyeléseknél, de hasonló tendenciát tapasztalunk a többi mutató esetén is.

A csődelőrejelzés „atyjának” tekintett *Beaver* [1966] a leggyakrabban alkalmazott pénzügyi mutatószámokat hasonlította össze azok előre jelző képessége szempontjából. Eredményei azt mutatták, hogy a *cash flow*/adósság mutatószám a „legjobb” ebben a tekintetben. Ugyan e változó „nyers” értékének nincs, de a korábbi évek értékeihez viszonyított nagyságának van szignifikáns megkülönböztető ereje a fizetőképes és a fizetésektelen hazai vállalkozások között. A táblázatban látható, hogy amíg a működő vállalkozások esetén e mutató értéke jellemzően a korábbi időszak minimuma és maximuma között található, addig a csődbe jutott vállalatoknál a legutolsó megfigyelt érték jóval az azt megelőző időszak minimuma alatt mozgott, azaz a csődbe jutott vállalatok azonosításában nagy segítséget nyújt, ha megfigyeljük, hogy milyen mértékű a változás e mutató értékében az azt megelőző időszakhoz viszonyítva.

A forgási mutatók közül a követelések és a készletek forgási mutatóiról is hasonló megállapításokat tehetünk. A mintába került fizetésektelen vállalkozásokat az eredmények alapján rendkívül magas érték jellemzi a követelések forgási mutatóit tekintve. Kimondottan magasnak mondható a növekedés mértéke a csőd előtti utolsó évben az azt megelőző időszakhoz képest e változó esetén is. Ugyanílyen tendenciák olvashatók ki az eladósodottsági mutatókból is.

Érdekes szemügyre venni az eszközarányos-jövedelmezőség, valamint a nettó forgótóke mutatóit is, ugyanis e változók átlaga negatív lett nemcsak a fizetésektelen, hanem a fizetőképes vállalatok körében is. Ez vélhetően a mintavételi periódussal magyarázható, ugyanis a mintába került vállalkozások esetében a pénzügyi mutatók idősorának utolsó tagjai a 2009–2012 közötti, a világgazdasági recesszió időszakából származnak. Ezt figyelembe véve már kevésbé mond ellent az előzetes várakozásoknak az, hogy a működő vállalkozásokat is átlagosan negatív jövedelmezőség jellemzi. A változó diszkrimináló ereje abban nyilvánul meg, hogy a fizetésektelen megfigyelések esetén e mutató még inkább negatív, illetve az alapstatisztikai mutatók alapján az is megállapítható, hogy a csődöt megelőző időszakhoz képest drasztikus csökkenés jellemzi e mutatókat a fizetésektelen vállalatok esetén.

Végül említést érdemel a megfigyelt évek száma, amely ugyan nem pénzügyi mutató, mégis szignifikánsan különbözik a két csoportban. Az eredmények alapján megállapítható, hogy a mintába került fizetésektelen vállalatoknak jellemzően rövidebb a cégtörténetük, azaz a fiatalabb vállalkozások nagyobb eséllyel mennek csődbe, mint

az idősebbek. E megállapítás összhangban van a tudományterület nemzetközi szakirodalmából kirajzolódó tendenciával.

Az elemzési szempontok bemutatása során említettük, hogy az egyes vállalkozásokhoz tartozó pénzügyi mutatószámok idősorai sok esetben tartalmaztak szélsőségesen magas, illetve alacsony értékeket, s ez nehézséget okoz annak megítélésében, hogy egy mutatószám legutolsó évben megfigyelt értéke hogyan viszonyul az azt megelőző időszak értékeihez. A kiugró értékek torzító hatásának mérséklése érdekében megfigyelésként és azokon belül mutatószám-idősoronként meghatároztuk a standardizált értékeket, amelyek közül először a 3, majd a 2 szórásnyi terjedelmén kívüli értékeket minősítettük kiugrónak. Ezeket a hozzájuk legközelebbi, 3, illetve 2 szórásnyi terjedelmén belüli értékkel helyettesítettük.

A *Függelék F2. és F3. táblázatai* tartalmazzák a 3, illetve 2 szórásnak megfelelően korrigált mutatószámok alapstatisztikai mutatóit. Ebben az esetben is csillag jelöli azokat, amelyek szignifikáns különbséget mutattak a fizetőképes és a fizetéseképtelen vállalatok között. (Mivel a kiugró korrekciója csak a legutolsó megfigyelt évet megelőző időszak értékeit érinti, ezért az *F2. és F3. táblázatban* a „nyers” pénzügyi mutatók értékei, valamint a megfigyelt évek száma nem jelenik meg.)

Az eredmények alapján megállapítható, hogy a 3 szórásnyi szabály szerint korrigált mutatók nagyságrendjében ugyan kismértékű változások történtek, de a szignifikáns változók száma és köre nem változott. Ez vélhetően annak tudható be, hogy a 3 szórásnyi terjedelem egy kevésbé szigorú szabály a kiugró értékek minősítése szempontjából.

A mutatószámok idősorának rövidsége miatt indokolt lehet a jóval szigorúbbnak tekinthető 2 szórásnyi terjedelem alkalmazása. Ezzel több érték minősül kiugrónak, mint a 3 szórásnyi terjedelem esetén. Az ennek megfelelően korrigált mutatók tekintetében azonban már jelentősebb változások tapasztalhatók egyrészt a mutatószámok átlagaiban, másrészt a szignifikáns változók körében. Az *F3. táblázat* alapján látható, hogy az eddigi hatról hétre növekedett a szignifikáns mutatók száma. Ebben az adatkörben már nem minősült szignifikánsnak a követelések forgási ideje, azonban a szignifikáns megkülönböztető erővel jellemezhető változók közé beléptek azon változók, amelyek azt tükrözik, hogyan viszonyul a *cash flow*/rövid lejáratú kötelezettségek és a nettó forgótőke arányának legutolsó megfigyelt értéke az azt megelőző időszak mutatószám-idősorához.

Az alapstatisztikai mutatók elemzéséből azon előzetes várakozás fogalmazható meg, hogy a pénzügyi mutatók „nyers” értékei mellett a javasolt pénzügyi mutatószámok 2 szórásnyi szabály szerint korrigált értékei azáltal képesek szignifikánsan javítani a csőd-előrejelző modellek besorolási pontosságát, hogy az utóbbiak alkalmazásával bővül az érdemi megkülönböztető erővel jellemezhető magyarázó változók száma.

A többváltozós statisztikai modellek felállításával még arra a kérdésre is választ keres a tanulmány, hogy a „nyers” mutatók mellett a transzformált mutatók közt tapasztalt szignifikáns különbözőség vajon többletinformációnak minősül-e a fizetőképes és a fizetéseképtelen vállalkozások klasszifikációja során. Ha ez így van, akkor a „nyers” mutatók mellett a transzformált változók is megjelennek majd az

előző csoport mutatói mellett a modellekben, s a két mutatócsoport szinergiájának köszönhetően nagyobb lesz a besorolási pontosság, mint a két változókörön külön-külön felállított modellek esetén. Ellentétes esetben nem várható, hogy érdemi eltérés adódik majd attól függően, hogy együtt vagy külön alkalmazzuk a két mutatócsoportot a csődfüggvények felállítása során.

### *Többszörös csődmodellek*

Az eddigiek során bemutatott mutatószámok felhasználásával csődmodelleket állítunk fel a korábban ismertetett kutatási kérdések megválaszolásához. A modelleket lefuttatjuk mind a korrigálatlan változóhalmazon, mind pedig a 2 és 3 szórási szabályoknak megfelelően korrigált mutatószámokat tartalmazó adatkörökön is. Kiindulva *Martens és szerzőtársai* [2010] korábban idézett észrevételéből (amely szerint a csődelőrejelzés gyakorlati alkalmazásában elsősorban az értelmezhető modelleket nyújtó eljárásokat kell választani a feketedoboz-jellegű modellekkel szemben), valamint alapul véve *Kristóf* [2008] empirikus kutatási eredményeit (amely szerint a döntési fák előre jelző teljesítménye versenyképes alternatíva a hazai csődelőrejelzésben a neurális hálókkal szemben), a  $\chi^2$ -alapú döntési fák döntési fák (CHAID) módszerét alkalmazzuk.

Mivel a választott eljárás az egyes ágakat a függő és a független változók statisztikai függetlenségét feltételező próba eredménye alapján képezi, a módszert a hagyományos matematikai-statisztikai eljárások közé sorolhatjuk. E klasszifikációs módszer nagy előnye, hogy nem paraméteres jellegéből adódóan nem támaszt szigorú előfeltevéseket a vizsgált adathalmazzal szemben. Bár a tanulmány a CHAID eljárást önállóan alkalmazza, a módszer jelentősen hozzájárul a modell teljesítményének, illetve stabilitásának javulásához más módszerekkel (például logisztikus regresszióval) történő együttes alkalmazása esetén (*Kristóf-Virág* [2012]).

Meg kell jegyeznünk, hogy tanulmányunk elsősorban módszertani orientációjú, azaz nem célja egy konkrét, akár gyakorlati alkalmazásra is alkalmas csődmodell bemutatása. Emiatt nem közlünk konkrét döntési fákat, s nem térünk ki a csődmodellek alkalmazásának olyan gyakorlati szempontjaira, mint például az egyes megfigyelések fennmaradási valószínűségének kalkulációja a döntési fák eredményei alapján. E tekintetben felhívjuk a figyelmet *Kristóf* [2008] műhelytanulmányára, amely részletesen tárgyalja az e körbe tartozó kérdéseket.

Mivel a cikk fő célja annak a kutatási kérdésnek a megválaszolása, hogy növelhető-e az elérhető besorolási pontosság a javasolt mutatószámok felhasználásával, ezért a modellek teljesítményét a szakirodalomban általánosan elterjedt keresztvalidációs eljárással értékeltük. A cikk tízszeresen keresztvalidált eredményeket mutat be, ami azt jelenti, hogy a rendelkezésre álló 1000 elemű mintát véletlenszerűen felosztjuk tíz egyenlő részre. A modelleket a teljes minta 90 százalékának megfelelő adatkörön állítjuk fel, majd azok előre jelző képességét a maradék 10 százalék felhasználásával ítéljük meg oly módon, hogy a minta mindegyik tizedén felmérjük az adott modell előre jelző képességét. A módszer előnye, hogy alkalmazásával elkerülhető,

hogy a modell eredménye mintaszpecifikus legyen, azaz képet kaphatunk arról, hogy milyen besorolási pontosság érhető el a különböző tesztelési mintákon – esetünkben a 10 tanuló és tesztelő minta átlagában.<sup>2</sup>

A 2. táblázat mutatja a döntési fákkal felállított modellek besorolási pontosságát, azaz a modellek találati arányát (helyesen klasszifikált megfigyelések/összes megfigyelés).

## 2. táblázat

A döntési fákkal felállított csődmodellek átlagos besorolási pontossága tízszeres keresztvalidáció alkalmazásával (százalék)

Minta	Csoport	Inputváltozók		
		pénzügyi mutatók	javasolt mutatószámok	a két változókör együtt
Korrigálatlan adathalmaz				
Tanuló	fizetéképtelen	85,7	83,2	84,6
	fizetőképes	80,1	77,8	83,8
	összes	82,9	80,5	84,2
Tesztelő	fizetéképtelen	76,6	75,0	76,8
	fizetőképes	71,0	71,6	74,6
	összes	73,8	73,3	75,7
3 szórásnyi szabály szerint korrigált adathalmaz				
Tanuló	fizetéképtelen	85,7	80,5	86,5
	fizetőképes	80,1	79,9	82,5
	összes	82,9	80,2	84,5
Tesztelő	fizetéképtelen	76,6	73,2	78,0
	fizetőképes	71,0	74,4	74,2
	összes	73,8	73,8	76,1
2 szórásnyi szabály szerint korrigált adathalmaz				
Tanuló	fizetéképtelen	85,7	80,0	86,9
	fizetőképes	80,1	81,8	83,1
	összes	82,9	80,9	85,0
Tesztelő	fizetéképtelen	76,6	71,6	80,2
	fizetőképes	71,0	72,4	75,8
	összes	73,8	72,0	78,0

A szélsőségesen magas vagy alacsony értékekkel történő korrekció csak a legutolsó megfigyelt évet megelőző időszak adataira vonatkozott, így a 2. táblázatban a pénzügyi mutatókkal elért eredmények mindegyik változókörön azonosak. Az eredmé-

<sup>2</sup> A modelleket az SPSS Statistics 20 szoftverrel, a standard beállítások alkalmazásával állítottuk fel. A döntési fák felállításánál a szülő ágak létesítéséhez legalább tíz megfigyelésre volt szükség.

nyek értékelésekor a hangsúlyt a modellek előre jelző képességére helyeztük, ugyanis a kutatás fő célja annak demonstrálása, hogy a modellek előre jelző képességét fokozza, ha a legutolsó megfigyelt év mutatószámait az azt megelőző időszak értékeinek tükrében (is) megítéljük.

A tízszeresen keresztvalidált eredmények tükrében megállapíthatjuk, hogy nem mutatkozik érdemi különbség a modellek előre jelző képessége között, ha a „nyers” pénzügyi mutatókat, illetve a javasolt változókört külön-külön használjuk fel a modellek inputváltozóiként. Ezzel szemben az esetek túlnyomó többségében jelentős javulás figyelhető meg akkor, amikor a két változókört együtt alkalmazzuk a modellekben független változóként. A 2. táblázatban dőlt számmal emeltük ki besorolási pontosság azon értékeit, amelyek magasabbak a két változókör együttes alkalmazása esetén a külön történő felhasználáshoz képest. A javulás mértékét vizsgálva azt láthatjuk, hogy a pénzügyi mutatószámoknak a kiugró értékek miatt nem korrigált idősorai alapján átlagosan 1,9 százalékponttal, a 3 szórásnyi szabály szerint korrigált esetben 2,3 százalékponttal, míg a 2 szórásnyi szabály alkalmazásával 4,2 százalékponttal javult a tesztelő mintán elért összesített besorolási pontosság.

A bemutatott eredmények azt jelzik, hogy akár korrigáljuk a pénzügyi mutatószámok idősoraiban lévő kiugró értékeket, akár nem, a javasolt mutatószámokat együtt alkalmazva a „nyers” pénzügyi mutatókkal, a felállított modellek előre jelző képessége nagy valószínűséggel javul. A javulás mértéke pedig növekszik, ha az egyes megfigyelések idősoraiban a kiugró értékeket helyettesítjük az adott vállalat nem kiugróan magas vagy alacsony mutatóival. A kiugró értékek azonosítására használt statisztikai hüvelykujjszabályok közül a 2 szórásnyi szabály alkalmazása nagyobb mértékű javulást hozott, mint a kevésbé szigorúbb 3 szórásnyi szabály.

Érdekes eredmény, hogy bármely adatkört tekintjük, szinte mindegyik esetben magasabb volt a fizetéképtelen vállalkozások helyes besorolási aránya, mint a fizetőképes vállalkozásoké. Ez az eredmény arra utal, hogy a válság idején Magyarországon „könnyebb” a fizetéképtelen vállalatokat azonosítani, mint a fizetőképeseket, amire magyarázatot nyújt a *Függelékben* szereplő független változók átlagos értékeit tartalmazó F1–F3. táblázat, ahol például az is látható, hogy a válság idején a magyarországi vállalkozások szolvenciájuktól függetlenül átlagosan negatív jövedelmezőséggel, illetve a nettó forgótőke arányának negatív értékével jellemezhetők. Továbbá az is látható, hogy a fizetőképes vállalatok is jellemzően gyengébb teljesítményt mutattak a legutoljára megfigyelt évben az azt megelőző időszakhoz viszonyítva. Ezek ismeretében kevésbé meglepő eredmény, hogy a modellek nagyobb megbízhatósággal ismerik fel a fizetéképtelen, mint a fizetőképes vállalatokat, mivel a recesszió idején a működő vállalkozásoknak is nagyobb eséllyel vannak hosszabb-rövidebb ideig pénzügyi problémái.

## Összegzés

A tanulmányban arra a kérdésre kerestük a választ, hogy van-e lehetőség a pénzügyi mutatószámokra épített csődmodellek besorolási pontosságának növelésére a „hagyományos” matematikai-statisztikai módszerek alkalmazása mellett. Feltételez-



sünk szerint erre lehetőséget nyújthat a mutatószámokban rejlő információtartalom fokozottabb kihasználása. A nemzetközi szakirodalomban a statikus csődmodellek vannak túlsúlyban, ami azt jelenti, hogy a csődmodellek inputváltozóiként csak a legutolsó megfigyelt év pénzügyi mutatóit használják fel.

Azt a kutatási kérdést vizsgáltuk, hogy van-e releváns információtartalma annak, ahogy a legutolsó megfigyelt év pénzügyi mutatói viszonyulnak az azt megelőző időszak megfelelő mutatóihoz. A viszonyítás számszerűsítése érdekében bemutattunk egy lehetséges formulát, amelyet felhasználhatunk csődmodelljeinkben.

A tanulmányban megfogalmazott négy kutatási kérdés empirikus vizsgálatához ezerlemű véletlen mintát alkottunk a hazai vállalkozások köréből átlagosan hét-nyolc évre visszamenően. A körülbelül 7500 üzleti év pénzügyi mutatóit tartalmazó adatbázison a döntési fák (CHAID) módszerének felhasználásával állítottunk fel csődmodelleket, mivel a hazai kutatási eredmények szerint a hagyományos matematikai-statisztikai módszerek közül ez biztosítja a legjobb előre jelző teljesítményt. A mintaszámú következtetések elkerülése érdekében a következtetéseinket a tízszeresen keresztvalidált eredmények alapján vontuk le.

A cikk elején megfogalmazott négy kutatási kérdésre a rendelkezésre álló minta alapján a következő válaszok adhatók.

1. A pénzügyi mutatószámok „klasszikus” kategorizálását (*Virág és szerzőtársai* [2013]) alapul véve megállapíthatjuk, hogy minden csoportból szükség van néhány pénzügyi mutatóra annak érdekében, hogy megbízható modellt állítsunk fel a hazai vállalkozások csődjének előrejelzésére. A likviditási, jövedelmezőségi, adósság és forgási mutatók köréből a *Függelékben* csillaggal jelölt változók mutatták a legnagyobb megkülönböztető erőt a két csoport tekintetében.

2. Bizonyos mutatók (adósság és forgási mutatók) esetén azok abszolút nagysága is szignifikáns különbséget mutat a két csoportban, de emellett érdemi megkülönböztető erejű az a változó is, amely a legutoljára megfigyelt értéket viszonyítja az azt megelőző időszak értékeihez. Viszont vannak olyan pénzügyi mutatók, amelyek esetén vagy csak azok abszolút nagysága (pénzeszközök aránya), vagy csak a korábbi időszakhoz viszonyított érték (*cash flow/adósság*) tért el statisztikailag számottevő mértékben a két csoportban.

3. A döntési fákkal felállított csődmodellek eredményei arra utalnak, hogy a pénzügyi mutatók „nyers” értékei mellett szignifikáns többletinformációt nyújt az is, ahogyan a mutatók legutolsó megfigyelt értékei viszonyulnak az azt megelőző időszak mutatószám-idősorának tagjaihoz, ugyanis a két változókör együttes alkalmazásával felállított csődmodellek előre jelző képessége számottevően javult a kizárólag „nyers” pénzügyi mutatókat tartalmazó modellekhez képest.

4. Megnéztük, hogy szükséges-e az egyes mutatószám-idősorokban előforduló kiugró értékek kezelése az előrejelzések megbízhatóságának növelése érdekében. A cikk két általános statisztikai hüvelykujjszabály alkalmazását hasonlította össze: 1. csak a 3 szórásnyi terjedelmen kívüli értékek minősülnek kiugró értéknek; 2. már a 2 szórás terjedelmen kívüliek is kiugró értéknek minősülnek. Az empirikus eredmények azt mutatták, hogy a kiugró értékek helyettesítése a hozzájuk legközelebbi még nem kiugró értékkel javítja a modellek előre jelző képességét.

A két szabályt összehasonlítva indokoltnak tűnik a szigorúbb 2 szórásnyi szabály alkalmazása, mivel ezzel növekedett a legnagyobb mértékben a modellek előre jelző teljesítménye.

Összegezve: az eredmények alapján az a következtetés vonható le, hogy a csőd-előrejelző modellek teljesítménye fokozható a pénzügyi mutatószámok értékeiben rejlő információtartalom minél nagyobb mértékű kihasználásával. Erre egy lehetséges példát kívánt szolgáltatni a tanulmány annak demonstrálásával, hogy a legutoljára megfigyelt mutatószám értékének abszolút nagysága mellett érdemes figyelembe venni azt is, hogy ez az érték hogyan viszonyul az azt megelőző időszak megfelelő adataihoz, mivel a két mutatószámhalmaz együttesen nagyobb előre jelző teljesítményt mutató csődmodellek felállítását teszi lehetővé, mint ami a kizárólag „nyers” mutatókra épülő statikus modellekkel adódna.

### *Hivatkozások*

- BEAVER, W. [1966]: Financial ratios as predictors of failure. *Journal of Accounting Research*, Vol. 4. Empirical Research in Accounting: Selected Studies, 71–111. o.
- BERG, D. [2007]: Bankruptcy prediction with generalized additive models. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Vol. 23. No. 129–143. o.
- DU JARDIN, P.–SÉVERIN, E. [2012]: Forecasting financial failure using a Kohonen map: A comparative study to improve model stability over time. *European Journal of Operational Research*, Vol. 221. No. 2. 378–396. o.
- KRISTÓF TAMÁS [2008]: A csőd-előrejelzés és a nemfizetési valószínűség számításának módszertani kérdéseiről. *Közgazdasági Szemle*, 55. évf. 5. sz. 441–461 o.
- KRISTÓF TAMÁS–VIRÁG MIKLÓS [2012]: Data reduction and univariate splitting – Do they together provide better corporate bankruptcy prediction? *Acta Oeconomica*, Vol. 62. No. 2. 205–227. o.
- MARTENS, D.–VAN GESTEL, T.–DE BACKER, M.–HAESSEN, R.–VANTHIENEN, J.–BAESENS, B. [2010]: Credit rating prediction using ant colony optimization. *The Journal of Operational Research Society*, Vol. 61. No. 4. 561–573 o.
- MCLEAY, S.–OMAR, A. [2000]: The sensitivity of prediction models to the non-normality of bounded and unbounded financial ratios. *British Accounting Review*, Vol. 32. No. 2. 213–230 o.
- PLATT, H. D.–PLATT, M. B. [1990]: Development of a class of stable predictive variables: The case of bankruptcy prediction. *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 17. No. 1. 31–44. o.
- SUEYOSHI, G.–GOTO, M. [2009]: Methodological comparison between DEA (data envelopment analysis) and DEA-DA (discriminant analysis) from the perspective of bankruptcy assessment. *European Journal of Operational Research*, Vol. 199. No. 2. 561–575. o.
- VIRÁG MIKLÓS–KRISTÓF TAMÁS [2005]: Az első hazai csődmodell újraszámítása neurális hálóknak segítségével. *Közgazdasági Szemle*, 52. évf. 2. sz. 144–162. o.
- VIRÁG MIKLÓS–KRISTÓF TAMÁS–FIÁTH ATTILA–VARSÁNYI JUDIT [2013]: Pénzügyi elemzés, csőd-előrejelzés, vállalati válságkezelés. Kossuth Kiadó, Budapest.
- VIRÁG MIKLÓS–NYITRAI TAMÁS [2013]: Application of support vector machines on the basis of the first Hungarian bankruptcy model. *Society and Economy*, Vol. 35. No. 2. 227–248 o.

## Függelék

### F1. táblázat

Az empirikus vizsgálatban használt mutatószámok alapstatisztikai mutatói

Mutatószám neve	Csoport	Átlag	Szórás
Likviditási ráta	fizetőképes	39,82	381,86
	fizetéképtelen	16,38	224,52
T_likviditási ráta	fizetőképes	1,38	9,11
	fizetéképtelen	22,70	348,44
Likviditási gyorsráta	fizetőképes	38,96	381,77
	fizetéképtelen	16,09	224,47
T_likviditási gyorsráta	fizetőképes	1,40	9,17
	fizetéképtelen	19,21	312,11
Pénzeszközök aránya*	fizetőképes	0,32	0,33
	fizetéképtelen	0,15	0,27
T_pénzeszközök aránya	fizetőképes	1,00	8,13
	fizetéképtelen	2,63	25,54
cash flow/adósság	fizetőképes	4,31	139,08
	fizetéképtelen	-0,92	11,74
T_cash flow/adósság*	fizetőképes	0,83	14,19
	fizetéképtelen	-2,28	25,69
cash flow/rövid lejáratú kötelezettségek	fizetőképes	4,46	139,14
	fizetéképtelen	-1,28	12,70
T_cash flow/rövid lejáratú kötelezettségek	fizetőképes	0,73	14,25
	fizetéképtelen	-0,69	8,54
Tőkeellátottság	fizetőképes	2,65	24,46
	fizetéképtelen	105,98	2359,90
T_tőkeellátottság	fizetőképes	58,55	1259,06
	fizetéképtelen	-2,92	76,36
Eszközök forgási sebessége	fizetőképes	4,76	28,33
	fizetéképtelen	14,49	171,90
T_eszközök forgási sebessége	fizetőképes	0,90	4,99
	fizetéképtelen	9,13	109,87
Készletek forgási sebessége	fizetőképes	65334,50	688444,08
	fizetéképtelen	18316,01	72091,13
T_készletek forgási sebessége*	fizetőképes	54,23	685,75
	fizetéképtelen	693,64	5675,54
Követelések forgási ideje*	fizetőképes	112,44	1184,25
	fizetéképtelen	2023,27	17177,09

## Az F1. táblázat folytatása

Mutatószám neve	Csoport	Átlag	Szórás
T_követelések forgási ideje*	fizetőképes	94,90	1361,02
	fizetéseképtelen	2827,33	20538,81
Eladósodottság*	fizetőképes	17,64	244,48
	fizetéseképtelen	153,17	1206,91
T_eladósodottság*	fizetőképes	1,36	11,79
	fizetéseképtelen	263,86	2800,30
Saját tőke aránya*	fizetőképes	-16,83	244,53
	fizetéseképtelen	-164,61	1230,10
T_saját tőke aránya*	fizetőképes	-0,35	11,77
	fizetéseképtelen	-298,95	3120,05
Bonitás	fizetőképes	7,51	84,73
	fizetéseképtelen	212,76	4758,64
T_bonitás	fizetőképes	13,59	267,85
	fizetéseképtelen	0,02	14,98
Árbevétel-arányos nyereség	fizetőképes	-323,96	7036,36
	fizetéseképtelen	-1549,67	12425,06
T_árbevétel-arányos nyereség	fizetőképes	-48,92	660,10
	fizetéseképtelen	-20988,26	358038,57
Eszközarányos nyereség*	fizetőképes	-3,17	63,44
	fizetéseképtelen	-92,61	923,00
T_eszközarányos nyereség*	fizetőképes	-0,31	8,16
	fizetéseképtelen	-159,18	1353,89
Követelések/rövid lejáratú kötelezettségek	fizetőképes	21,35	249,91
	fizetéseképtelen	7,47	134,47
T_követelések/rövid lejáratú kötelezettségek	fizetőképes	1,45	9,79
	fizetéseképtelen	1,54	28,50
Nettó forgótőke aránya*	fizetőképes	-14,76	241,86
	fizetéseképtelen	-134,64	1130,71
T_netto forgótőke aránya	fizetőképes	-0,10	10,92
	fizetéseképtelen	-208,37	2596,76
Méret	fizetőképes	9,65	2,59
	fizetéseképtelen	9,61	2,86
T_méret	fizetőképes	0,47	1,03
	fizetéseképtelen	-5,23	91,05
Évek*	fizetőképes	8,39	2,89
	fizetéseképtelen	6,80	2,82

\* A két csoport közötti különbség 5 százalékos szinten szignifikáns.

Megjegyzés: a T\_ előtag jelöli a javasolt változók alapstatisztikai mutatószámait.

## F2. táblázat

A cikk által javasolt pénzügyi mutatószámok 3-szórás szabály alapján korrigált értékeinek alapstatisztikai mutatói

Mutató neve	Csoport	Átlag	Szórás
T_likviditási ráta	fizetőképes	1,73	11,68
	fizetésképtelen	22,70	348,44
T_likviditási gyorsráta	fizetőképes	1,75	11,73
	fizetésképtelen	19,20	312,11
T_pénzeszközök aránya	fizetőképes	1,00	8,13
	fizetésképtelen	2,63	25,54
T_cash flow/adósság*	fizetőképes	0,84	14,19
	fizetésképtelen	-2,28	25,69
T_cash flow/rövid lejáratú kötelezettségek	fizetőképes	0,73	14,25
	fizetésképtelen	-0,69	8,54
T_tőkeellátottság	fizetőképes	58,55	1259,06
	fizetésképtelen	-2,92	76,36
T_eszközök forgási sebessége	fizetőképes	0,90	4,99
	fizetésképtelen	9,13	109,87
T_készletek forgási sebessége*	fizetőképes	97,69	1426,37
	fizetésképtelen	697,08	5675,57
T_követelések forgási ideje*	fizetőképes	96,30	1361,26
	fizetésképtelen	2827,47	20538,80
T_eladósodottság*	fizetőképes	1,37	11,79
	fizetésképtelen	263,86	2800,30
T_saját tőke aránya*	fizetőképes	-0,36	11,77
	fizetésképtelen	-298,94	3120,05
T_bonitás	fizetőképes	13,60	267,85
	fizetésképtelen	0,01	14,98
T_árbevétel-arányos nyereség	fizetőképes	-49,19	660,10
	fizetésképtelen	-21121,16	358043,51
T_eszközarányos nyereség*	fizetőképes	-0,78	14,14
	fizetésképtelen	-159,42	1353,87
T_követelések/rövid lejáratú kötelezettségek	fizetőképes	1,51	9,88
	fizetésképtelen	1,77	29,13
T_netto forgótőke aránya	fizetőképes	-0,10	10,92
	fizetésképtelen	-208,37	2596,76
T_méret	fizetőképes	0,47	1,03
	fizetésképtelen	-5,23	91,05

\* A két csoport közötti különbség 5 százalékos szinten szignifikáns.

Megjegyzés: a T\_ előtag jelöli a javasolt változók alapstatisztikai mutatószámait. Mivel a kiugró értékek korrekciója csak a legutolsó megfigyelt évet megelőző időszak értékeit érinti, ezért a táblázatban nem jelennek meg a „nyers” pénzügyi mutatók értékei, valamint a megfigyelt évek száma.

## F3. táblázat

A cikk által javasolt pénzügyi mutatószámok 2-szórás szabály alapján korrigált értékeinek alapstatisztikai mutatói

Mutató neve	Csoport	Átlag	Szórás
T_likviditási ráta	fizetőképes	1,97	11,91
	fizetéseképtelen	22,91	348,47
T_likviditási gyorsráta	fizetőképes	1,97	11,87
	fizetéseképtelen	19,37	312,13
T_pénzeszközök aránya	fizetőképes	0,27	18,03
	fizetéseképtelen	2,72	25,55
T_cash flow/adósság*	fizetőképes	0,41	20,51
	fizetéseképtelen	-3,20	29,30
T_cash flow/rövid lejáratú kötelezettségek*	fizetőképes	0,58	16,31
	fizetéseképtelen	-1,39	10,16
T_tőkeellátottság	fizetőképes	59,75	1259,61
	fizetéseképtelen	-3,28	78,23
T_eszközök forgási sebessége	fizetőképes	1,23	7,18
	fizetéseképtelen	9,37	109,90
T_készletek forgási sebessége*	fizetőképes	110,52	1466,34
	fizetéseképtelen	982,81	7252,21
T_követelések forgási ideje	fizetőképes	4766,69	104266,96
	fizetéseképtelen	4076,90	24927,52
T_eladósodottság*	fizetőképes	2,01	17,84
	fizetéseképtelen	310,80	2925,35
T_saját tőke aránya*	fizetőképes	-0,91	17,68
	fizetéseképtelen	-351,99	3244,23
T_bonitás	fizetőképes	18,53	290,67
	fizetéseképtelen	0,28	15,92
T_árbevétel-arányos nyereség	fizetőképes	-65,56	772,52
	fizetéseképtelen	-22401,27	358613,66
T_eszközarányos nyereség*	fizetőképes	-1,10	15,75
	fizetéseképtelen	-213,14	1572,32
T_követelések/rövid lejáratú kötelezettségek	fizetőképes	2,61	18,03
	fizetéseképtelen	1,86	29,17
T_netto forgótőke aránya*	fizetőképes	-0,66	17,71
	fizetéseképtelen	-261,50	2728,64
T_méret	fizetőképes	0,42	1,40
	fizetéseképtelen	-5,40	91,05

\* A két csoport közötti különbség 5 százalékos szinten szignifikáns.

Megjegyzés: a T\_ előtag jelöli a javasolt változók alapstatisztikai mutatószámait. Mivel a kiugró értékek korrekciója csak a legutolsó megfigyelt évet megelőző időszak értékeit érinti, ezért a táblázatban nem jelennek meg a „nyers” pénzügyi mutatók értékei, valamint a megfigyelt évek száma.