

BRÓDY ANDRÁS–ÁBEL ISTVÁN

A Goodwin-modell szimmetriái

Gazdasági paradigmák ellentéte és békülése

A gazdasági mozgás dualitásának és szimmetriáinak felismerése új felfogást kínál a kutatóknak. Mint a múlt századi természettudományban, az „okok” és „célok” vitája elsimul. Ma már nem a látszólag ellentétes paradigmák és iskolák logikai vetélkedése, de a mozgás helyes és jól mérhető ábrázolása az alapkérdés. Jobban érthető és egyszerűbb magyarázatokat keresve az elméletek és modellek megalkotásának matematikai eszközeit vizsgáljuk. Ezért vesszük itt szemügyre Goodwin mindkét iskola által elfogadott ciklusmodelljét. A kauzális vagy teleologikus magyarázatot, a ráfordítás és kibocsátás szempontjait egyaránt kielégítő, mindkettőre építő modell számítási gyakorlatát elemezzük azért, hogy a gazdasági ciklusok reális ábrázolásához jussunk.

Journal of Economic Literature (JEL) kód: D46, E32.

A mechanika newtoni és D’Alembert-i iskolája két évszázadon keresztül vitázott egymással az „egyedül helyes” okfejtésről és modellalkotásról. A természetnek nincs szándéka – vélte a természet erőiből kiinduló érvelés. A természet nem vak: takarékosan és jól oldja meg céljait, válaszolt az optimalizáló modellt kereső nézet. A vita a múlt század elején szűnt meg, amikor Emmy Nöther bemutatta, hogyan békíti össze a matematika e két látszólag ellentétes feltevését. Nöther a variációs számítás optimális függvényeiből (célszerűségi feltevésekből) levezette az invariáns természeti konstansokat, az energia és mozgásmennyiség megmaradásának elvét (tehát az oksági elméletet). Az optimalizáló függvényt és a természet erőit egyazon matematikai forma szimmetriája adja meg, egyazon függvény fejezi ki. Az „első integrál” kifejezés is tőle származik (Nöther [1918]).¹

Ezzel a mozgást leíró kauzális és teleologikus mechanika egyesült egymással. Az érvelés látszólagos ellentétét egyetemes felfogás váltotta fel. E szemlélet lett az alapja annak az elméletnek, amely a kvantummechanikától a kozmológiáig biztos alapot adott az ismeretlen részecskék és galaxisok felfedezéséhez és leírásához. Hasonló nézet lehet általánosan elfogadható alapja a gazdasági mozgás elméletének – és ezért Goodwin modelljeinek is.

A gazdaságtan a 19. század végén oszlott meg. Akkor az objektív értékelmélet és a szubjektív marginális szemlélet vált el egymástól. Itt is az angol okság és a kontinentális célszerűség vitája zajlott. A csatát politikai és ideológiai ellentétek keserítették. Ezek még soká fenn fognak állni akkor is, amikor már belátjuk, hogy nem az ok és cél „ellen-

¹ Az első integrál a rendszer szimmetriájából vagy szimmetriáiból ered, és valamilyen megmaradási elvet, tehát a rendszer valamilyen konstansát vagy konstansait fejezi ki.

Bródy András a közgazdaságtudomány doktora, az MTA Közgazdaságtudományi Intézetének nyugalmazott munkatársa.

Ábel István a Nemzetközi Valutalap (IMF) munkatársa.

tétességét” kell vitatnunk. Neumann János a matematika, Lukács György a filozófia terén próbálta csitítani a kauzális és teleologikus okfejtés szószaporítását, van hát hazai előzménye a békülésnek.

Goodwin a lineárisnál bonyolultabb mozgásegyenletekbe foglalta Ricardo és Marx gondolatait a reálbér ciklikus ingadozásáról (*Goodwin* [1967]).² A megjelenés időpontja nem kedvezett a ciklus kutatásnak. A szakma Keynes bővületében megoldottnak vélte e kérdést. De a rákövetkező érdesebb hetvenes és nyolcvanas években ismét felmerült az érdeklődés a növekedés hullámai iránt. A Goodwinnak ajánlott ünnepi kötet (*Vellupillai* [1990]) már figyelmesen, de távolról és óvatosan tárgyalta a ciklusokat és a Volterra egyenleteire és Lotka példáira épült modellt.

A tárgyalás elméleti síkon maradt, a modellt nem alkalmazták a gyakorlatban, vagyis tették ki igazi próbának. Ma is csak botladozunk Goodwin kérdésfeltevése és gondolatai körül, bár gyarapodik a téma irodalma, és a modell adatokkal való kitöltésére is sor került. Az ezred fordulóján *Harvie* [2000] azonban már tíz fejlett ország második világháború utáni pályáját vizsgálta a segítségével. Előkerült a forma úgynevezett első integrálja, sőt ennek több lehetséges alakja is, egyszerűsítve a mozgás magyarázatát, áttekinthetővé téve törvényeit, javítva a mérés éppen a szimmetriák által lehetővé tett pontosságát.

A matematikai váz

Bemutatjuk a modellt és szimmetriáit. Ezek algebrai rendezése megadja a rendszer konstans első integrálját. Bár e modellnek nincs a szokásos értelemben vett általános „megoldása”, tehát nem ismerünk olyan analitikus függvényt, amely leírná a pontos pályát, szimmetriái mégis sok fontos minőségi és mennyiségi kérdést tisztáznak. Lehetővé teszik a modell integrálását, ellenőrzik az így tetszőlegesen szabatosá tehető szimulációt.

Akkor a legátláthatóbbak a szimmetriák, ha az összes paraméter egységnyi. Mivel nemcsak abszolút mennyiségekről, de arányokról is van szó, a dimenziós együtthatók szerepét a következő fejezetben vizsgáljuk. Az $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ kétváltozós alapvető forma, amely eredetileg a préda és a ragadozó együttélését vizsgálta, a következő két egyenletről áll:

$$\mathbf{p} - \mathbf{1} = \mathbf{r}'/\mathbf{r}, \quad \text{és} \quad (1)$$

$$\mathbf{1} - \mathbf{r} = \mathbf{p}'/\mathbf{p}. \quad (2)$$

A felső indexbe tett vessző idő szerinti differenciálhányados, $\mathbf{p}' = d\mathbf{p}/dt$, és $\mathbf{r}' = d\mathbf{r}/dt$. Az egyenletek jobb oldalán logaritmikus differenciálhányados áll.

A rendszer két triviális, ténylegesen nem járható, de elméletileg mégis fontos megoldása rögtön megadható. Ha $\mathbf{p} \equiv \mathbf{0}$, akkor $\mathbf{r} = \exp(-t)$, ez zérushoz tart. A ragadozó préda hiányában nem tud megélni és kihal. A $\mathbf{r} \equiv \mathbf{0}$ azonosság esetén $\mathbf{p} = \exp(t)$ a végtelen felé nő. A préda, ha nincs ragadozó, akkor egyre szaporodik. E két megoldás a grafikon ordinátáját és abszcisszáját adja. A differenciálegyenlet megoldásai nem metszhetik egymást, ezért pozitív kezdeti érték esetében a megoldás szigorúan pozitív marad. Nem hagyja el a pozitív térnegyed. Az egyenletrendszer itt a tápláléklánc egyetlen szeme. De a préda csak akkor szaporodik, ha van mit enni, és a ragadozónak is van mitől félni. Az egyszerűsített modell nem használ vektorokat és mátrixokat, de az irodalom ismeri általánosabb, több láncszemre vonatkozó formákat is.

² A ricardói reálbér a dolgozók bérének részesedése az új értékből. Azt kérdi, hogy a dolgozó munkája termékének mekkora hányadát vásárolhatja vissza fizetéséből. Ez a hozzáadott érték bérhányada. Nem index, hanem két folyó áron mért pénzösszeg aránya.

A konstans integrál meghatározásához a matematikai forma ferde szimmetriája vezet el. A két egyenlet összeadásával:

$$\mathbf{p} - \mathbf{r} = (\ln \mathbf{p})' + (\ln \mathbf{r})'. \quad (3)$$

A változók különbsége egyenlő logaritmikusan deriváltjaik összegével. A bal oldal két szabad állandója az összeadásakor kiesik.

Ha az (1) egyenletet \mathbf{r} -rel és a (2) egyenletet \mathbf{p} -vel szorozzuk, akkor

$$\mathbf{r}\mathbf{p} - \mathbf{r} = \mathbf{r}', \quad \text{és} \quad (1^*)$$

$$\mathbf{p} - \mathbf{r}\mathbf{p} = \mathbf{p}'. \quad (2^*)$$

A két egyenletet ismét összeadva, az $\mathbf{r}\mathbf{p}$ és $-\mathbf{r}\mathbf{p}$ szorzat esik ki. A változók különbsége idő szerinti deriváltjaik összegével is azonos

$$\mathbf{p} - \mathbf{r} = \mathbf{p}' + \mathbf{r}'. \quad (3^*)$$

Ha a (3) és (3^{*}) egyenlet bal oldala azonos, és egyaránt $\mathbf{p} - \mathbf{r}$, akkor a két jobb oldal is egyenlő:

$$\mathbf{p}' + \mathbf{r}' = (\ln \mathbf{r})' + (\ln \mathbf{p})'. \quad (4)$$

A változók idő szerinti deriváltjainak összege egyenlő logaritmikusan deriváltjaik összegével. Különbségük tehát zérus, s a különbség integrálja, $\mathbf{p} + \mathbf{r} - \ln \mathbf{p} - \ln \mathbf{r}$, konstans. Az így képzett összeg minden befutott pálya mentén változatlan. Értéke a pályára jellemző. Az ilyen formát nevezzük a mozgásegyenlet első integráljának, ez szabja meg a végbemenő mozgás sajátosságait.

A forma nem biztosan maximális. A derivált zérus helyén lehet minimum- vagy inflexiós pont is. Minden integrál egy konstans erejéig határozatlan. A forma minden többszöröse és hányada, sőt negatívja és függvénye is konstans. Tehát:

$$\mathbf{p} + \mathbf{r} - \ln \mathbf{r} - \ln \mathbf{p} = \text{konstans}. \quad (5)$$

Ha e forma konstans, akkor ennek minden függvénye is konstans. Tehát állandó értékű lesz például az $\exp(\mathbf{p})\exp(\mathbf{r})/\mathbf{p}\mathbf{r}$ exponenciális hányados is.

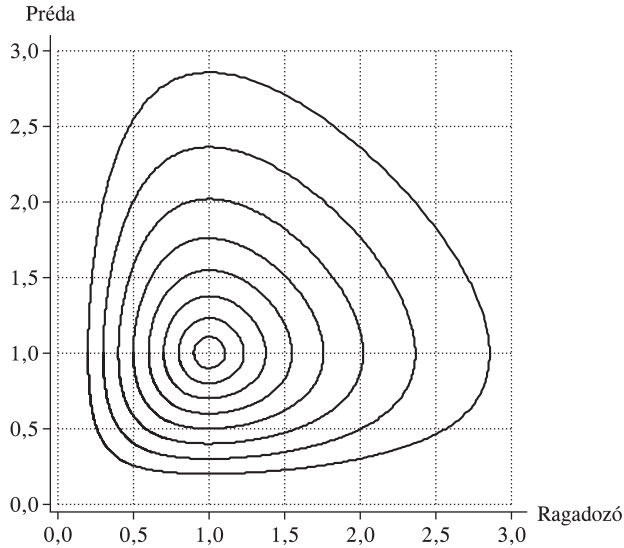
Ilyen állandó érték a mechanikában például az energia megmaradásának elve. A gazdaságban is valaminő hatás megmaradására, konstans voltára lehet belőle következtetni, de ne siessünk elnevezni! Egyik következménye az, hogy a mozgás önmagába visszatérő görbét ír le, azaz periodikus.

A görbe alakjának és menetének más jellemzői is jól kiszámíthatók az első integrál segítségével. A két változó időbeli alakulása, azaz mozgása szabatosan megállapítható. Az 1. ábra adja meg a modell néhány ilyen pontos pályáját, az egyensúlytól eltérő \mathbf{r}_0 -t az 1 és a \mathbf{p}_0 -t a 0,9, 0,8 ... 0,2. kezdeti értékekre. Az ilyen pályák mind járhatók, de látni fogjuk, hogy az egyszerű lineáris rezgésektől eltérő, bonyolult alakot vesznek fel, amelynek formája nem független a maximális kilengés (amplitúdó) nagyságától.

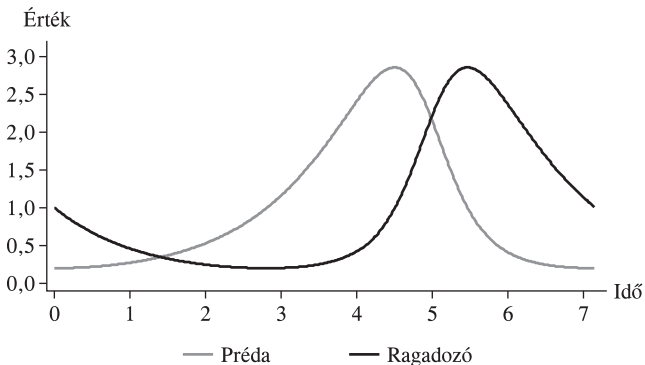
Az (1, 1) ponttól távolodva az eleinte körhöz hasonlító pálya egyre inkább háromszög felé torzul. Ugyanakkor egyre nő az első integrál értéke. Lassabban, de növekszik az egy-egy fordulat megtételéhez szükséges idő, tehát a periódus tartama. Ha a \mathbf{p} és \mathbf{r} változók időbeli futását vizsgáljuk, akkor a két egymástól is már eltérő görbe eltolódása jellegzetesen módosul. Ennek végletebb, a szögfüggvények mozgásától egyre jobban különböző példáját a 2. ábra mutatja be.

A ciklust az \mathbf{r}_0 -t az 1 és a \mathbf{p}_0 -t a 0,2 kezdeti értékkel indítva (az 1. ábra legkülső, már erősen háromszög felé torzult pályája) változó késleltetésű, sőt egymástól is egyre eltérőbb görbét ad. Ez nem szinuszos mozgás. Nem is mozog egyenletesen. A növekedés

1. ábra

A lengések az r , p fázissíkban

2. ábra

Az r és p mozgása az idősíkbán

lassúbb, mint az egyenlet lineáris közelítésével kapott körpályán, a hanyatlás gyorsabb. Az idő szimmetriája is megbomlik.

A periódus időtartama az egyensúly közeli 6,3 évről 7,1 évre nő. Ugyanakkor a fázissíkban látható mozgás üteme nem egyenletes. Az 1. ábrán bemutatott háromszög felé torzuló görbe átfogóját, tehát mintegy harmadát egy év alatt járja be. A maradék kétharmadban hat évet tölt. Az első integrál értéke a mozgás nyugvópontjában $1 + 1 - \log(1) - \log(1) = 2$. A külső pályán azonban ez az érték már $0,2 + 1 - \log(0,2) - \log(1) = 2,81$, és ez több mint negyven százalékkal múlja felül az előbbit. A két változó pályájának alakja is némileg különbözik. Ennek ellenére mindkét pálya időbeli átlaga egységnyi marad, bármekkora legyen periódusának tartama.

Bár ezt a tartamot nem ismerjük pontosan, jelölhetjük T -vel. A periodicitás következ-

tében az (1) és (2) egyenlet jobb oldala bármilyen $(t, t + T)$ időtartamra integrálva, eredményül zérust ad. Ezért bal oldaluk integrálja is zérus. Következésképpen mind a \mathbf{p} , mind az \mathbf{r} változó időbeli átlaga (a változó integrálja az adott periódushosszra, osztva T -vel) mindig az egyensúlyi érték, esetünkben 1.

Figyelemre méltó, hogy ahol a \mathbf{p} és a \mathbf{r} görbe metszi egymást, tehát különbségük eltűnik, ott mindkét differenciálhányadosuk összege külön-külön is zérus. Ez a 2. ábrán kétszer történik meg: egy alacsonyabb, az első év után bekövetkező értéken, és egy jóval magasabb értéken, az ötödik év elején. Ezek a helyek azonban a látszat ellenére nem egyensúlyi pontok, a rendszer nem marad meg bennük, csak az $(1, 1)$ pont ad valódi nyugvópontot. Az ehhez húzott sugárra négyszer is merőleges a fázisgörbe mozgása, mind az \mathbf{r} vektor, mind pedig a \mathbf{p} vektor 1 értékű helyein két ízben, ahol maximumai, illetve minimumai találhatóak.

Röviden összefoglalva: két olyan változónk van, amelyek önmagukban zérushoz, illetve a végtelenhez tartanak. Ellentétesen mozogva kölcsönhatásba kerülnek, és ezzel egymást állandó ingadozásra kényszerítik. Ebből a kölcsönhatásból keletkezhetne egyensúly is, ahol a rendszer nyugalomba kerülhetne. De ez a pont nem vonzó. Az ingadozás vagy nyugvás egyaránt a változók kölcsönös viszonyának eredménye, összeveti ezek hatását. Ennek következménye, hogy a mozgástér szintvonalai megmutatkoznak. Ez a síkot mértékkel, „közömbösségi” görbékkel látja el. A mozgás leírásán kívül nincs szükség más „külső” mérték megadására, a mozgás önmagát méri. Ez a rendező elv, amit dolgozatunk végén ki fogunk mondani, és amelyet az okok és célok egyaránt és együttesen magyaráznak meg.

Szorozzuk be most képzeletben az (1) és (2) egyenlet bal oldalát 2-vel! Akkor a mozgás középpontja azonos marad az 1. ábrával, de a folyamatok sebessége kétszeresre válik. Az egyensúlyhoz közeli megoldás ciklusa 2π helyett ennek fele. Meg kell hát vizsgálni az együttthatók szerepét, általánosítani kell a modell formáját. A szabad együttthatók nyilván a folyamatok sebességét, a változókhoz tartozó együttthatók a préda és ragadozó „tömegének” arányát mérik.

Általánosítás

Az alapmodell sokféle folyamat közelítő leírására szolgált. Volterra a halászat ingadozó eredményét magyarázta vele. A ragadozó halak populációja táplálék hiányában csökken. Ragadozó hiányában a préda elszaporodik. Találkozásuk csökkenti a préda és növeli a ragadozók számát. A növekedés és fogyás, valamint a tápláléklánc e pontjának feltételezett viszonyai adják meg a modell paramétereit. Lotka már általában a populációk születési és továbbélési, valamint kihalási viszonyait tárgyalta részletesebb vizsgálataiban.

Goodwin modellje viszont a gazdasági növekedés fő arányait veszi figyelembe. Változó az \mathbf{u} reálbér és a \mathbf{v} foglalkoztatás. Ezekre a változókra a préda vagy a ragadozó kifejezés, a születés vagy a halál csak erőltetve, vagy sehogyan sem értelmezhető. De az átlagosnál magasabb reálbér kétségtelenül lassítja a gazdasági növekedést, mégpedig minden gazdasági iskola szerint. Ugyanúgy, ahogy a növekedés gyorsulása és a munka ezzel járó átlagosnál magasabb kereslete emeli a reálbért. Csupán mozgásuk megfigyelhető és kimondható viszonyairól van szó. S ez a viszony és a keletkező mozgás nem más, mint amit már Adam Smith részletesen leírt, és Ricardo megismételt az áruk kialakuló mennyiségéről és értékéről, vagyis normális áráról.

Megjelennek azonban Goodwin értelmezésében más magyarázó arányok és növekedési ütemek is: a foglalkoztatottak és a munkatermelékenység évi növekedése, a tőkeigé-

nyesség hányadosa, valamint a Phillips-görbe.³ Ezeket a következő fejezetben tekintjük át, itt csak a nem egységnyi paramétereknek az első integrálra gyakorolt matematikai hatása az, amit algebrai rendezés segítségével kifejezünk. Ilyen független együtthatóból négyet lehet elhelyezni az eredeti két egyenletben. Jelöljük ezeket a , b , c és d betűvel, és tegyük fel, hogy mind pozitívak (természetesen a mozgást pozitívan és negatívan befolyásoló előjelek meghagyásával)!

Akkor a (6) rendszer adódik, amely az iménti módon rendezhető. Előbb a mellékátlót, azután pedig a főátlót fogjuk a rendezésnél kiejteni, mégpedig úgy, hogy a két egyenletet alkalmasan megválasztott szorzókkal adjuk össze. A két egyenlet most tehát:

$$a\mathbf{u} - b = \mathbf{v}'/\mathbf{v}, \quad \text{és} \quad (6)$$

$$c - d\mathbf{v} = \mathbf{u}'/\mathbf{u}. \quad (7)$$

Az első egyenletet itt nyilván c -vel, a másodikat b -vel szorozva kell összeadni, hogy a mellékátló kiessen:

$$ac\mathbf{u} - bd\mathbf{v} = c\mathbf{v}'/\mathbf{v} + b\mathbf{u}'/\mathbf{u}. \quad (8)$$

A főátló kiejtésére az első egyenletet $d\mathbf{v}$, a másodikat $a\mathbf{u}$ szorzóval összegezzük:

$$ac\mathbf{u} - bd\mathbf{v} = d\mathbf{v}' + a\mathbf{u}'. \quad (9)$$

Bal oldaluk azonos, ezért (8) és (9) jobb oldalai is azonosak:

$$d\mathbf{v}' + a\mathbf{u}' = c\mathbf{v}'/\mathbf{v} + b\mathbf{u}'/\mathbf{u}. \quad (10)$$

Ebből következik az első integrál formája és állandó volta:

$$a\mathbf{u} + d\mathbf{v} - b\ln(\mathbf{u}) - c\ln(\mathbf{v}) = \text{konstans}. \quad (11)$$

A főátló együtthatói, a és d , a változókhöz, a mellékátló b és c „szabad” együtthatói pedig a logaritmusaihoz tartoznak. A centrumhoz közeli lengés tartamát az utóbbiak határozzák meg, mert a mozgás (növekedés vagy csökkenés) sebességét egyértelműen ezek döntik el, nem pedig a centrum helye, amelyben a és d értéke is közrejátszik.

A négy együtthatót a megfelelő sorrendben alkalmazva, megkapjuk a szilárd és maradandó első integrál értékét. Ha ezt a pálya kezdetén vagy bármely pontján megadjuk, vagy megállapítjuk, akkor a kiszámított (integrálható, szimulálható) pályán a görbének ehhez már tartania kell magát. Ugyanakkor e konstansok több más a mozgásra jellemző mennyiségi és minőségi ismeretet is megadnak.

A (6) egyenlet bal oldala akkor zérus, ha $\mathbf{u} = b/a$, a (7) egyenlet bal oldala pedig, ha $\mathbf{v} = c/d$. Ezek a helyeken maximuma, illetve minimuma van a másik, tehát a \mathbf{v} , illetve \mathbf{u} függvénynek. Ez a két szám a mozgás centrumának két koordinátája. Meghatározzák a megfelelő függvény átlagos értékét is. Tehát a reálbér a b/a tört körül ingadozik, s ez egyben a reálbér átlaga. A foglalkoztatás pedig, ugyanezen megfontolásból, a c/d érték körül ingadozik, ez itt is a mozgás várható értéke, átlaga. A központ (az egyensúly) körüli forgásért azonban csak a b és c együtthatók felelősek. A forgás frekvenciája, $\omega = (bc)^{1/2}$, a két együttható mértani átlaga. Ez az érték csak az egyensúly szűk környezetében megbízható. Minél nagyobb az ingadozás, annál hosszabbá válik a ciklus.

³ A Phillips-görbe eredetileg a bérek emelkedése által kiváltott infláció és a foglalkoztatottság összefüggését írta le. Goodwin a foglalkoztatottságnak a reálbérré gyakorolt hatását írja le vele.

A modell kitöltése

Minden gazdasági modell, azaz magyarázat háromféle úton állítható fel. Ezeket a módokat nem mindig különböztetjük meg egymástól. Ez nem is volna baj önmagában, ha nem vezetne felesleges módszertani vitákhoz. Az első a tények nyelve, a megfigyelések (esetünkben: számítógépes kísérlet, tehát szimuláció) eredményének rendezése. A második a mozgás oksági láncának levezetése, a hatásláncolat terjedésének összeállítása kauzális megfontolások alapján. Végül harmadikként kiindulhatunk a mozgás céljának és a szereplők szándékainak áttekintéséből, a teleologikus felfogás szerint.

Az első út itt könnyen adódik. Ha a v reálbér és az u foglalkoztatási ráta átlagát megfigyeljük, akkor a b és c szabad konstansok adottak, és máris testet ölt a modell. A reálbér és a foglalkoztatottság átlagai, valamint szórásai önmagukban is alapvető gazdasági mutatók. A jólét és szervezethez tartozó szintjét és biztonságát tükrözik, összevontan jellemezve a gazdaság működését. Harvie [2000] adatait a múlt század második felére (százalékra kerekítve) az 1. táblázat tartalmazza.

1. táblázat
Tíz OECD-ország adatai (százalék)

Ország	Reálbér		Foglalkoztatottság	
	átlaga	szórása	átlaga	szórása
Egyesült Királyság	76	2	95	4
Egyesült Államok	74	2	94	2
Kanada	71	3	93	4
Finnország	70	6	95	4
Norvégia	70	6	98	2
Németország	69	5	96	3
Ausztrália	69	3	93	2
Franciaország	67	6	95	4
Olaszország	56	3	93	3
Görögország	43	7	95	2

Forrás: Harvie [2000] 375. o.

Az átlagos munkanélküliség 4-5 százalékos rátájából kiindulva v értéke 95-96, a reálbér, u , rátája pedig kerekén 70 százalék. Ezek adják hát a modell b és c változóit. Mivel $0,95 \times 0,7 = 0,665$, ennek négyzetgyöke körülbelül $\omega = 0,8$, ez hét évnél hosszabb ciklust kelt. Minél alacsonyabb az átlagos foglalkoztatás és az átlagos reálbér százaléka, annál hosszabb a ciklus tartama. Marx stilizált adatai a korabeli angol ciklus jó közelítését adták. Marx a reálbért átlagosan 50 százalékra becsülte. Az akkor nagyobb átlagos munkanélküliség rátájával ez mintegy tízéves ciklushoz vezetett. Görögország táblázatbeli adataiból adódó beruházási ciklusa kerekén ekkora, Németorszáé rövidebb. Magyarország múlt évszázadra jellemző 12 éves ciklusa viszont még Görögországnál is sokkal alacsonyabb reálbérre, tehát lakóinak a politikától és üzleti élettől való nagyobb függésére utalnak.

Goodwin nem ezekből az adatokból, hanem a növekedés Harrod-Domar-féle oksági elméletéből indult ki. A megtakarítási hányadot beruházva és a termelés tőkeszükségletével osztva ez megadja a növekedési rátát, ami egyben a foglalkoztatás növekedése is. Ezt az értéket finomítja azzal, hogy levonja belőle a munka termelékenységének, valamint a dolgozók létszámának éves növekedési ütemét. Így elméleti átlagot kap. A gondot csak

az okozza, hogyan kell ezeket a százalékos értékeket elosztani az általunk vizsgált együtt-hatók között. Ez az elosztás ugyanis a ciklus hossza szempontjából, tehát az egész működés mechanizmusa tekintetében döntő.⁴

A másik hányadosban a Phillips-görbe felhasználásával Goodwin a marginális érvelésre épít. A görbe eredetileg a munkakereslet növelésének inflációs hatását vizsgálta. Ez teleologikus építkezés. Rugalmassági vizsgálat, amit Goodwin nem az árak, hanem bér (tehát a reálbér) növekedésére vonatkoztat. Ezt persze kifejezhetjük úgy is, hogy a bérek költségnövelő hatását veszi figyelembe, avagy ugyanezen többletbér keresletnövelő hatásából indul ki. Így is, úgy is megint a mindkét értékelméleti iskola által elfogadott terepen mozgunk. Ezeket a kapcsolatokat, akár a szándék, akár a következmény formájában fogalmazódnak meg, mindkét iskola indokoltnak tartja. Goodwin a rugalmasság (ez lényegében nem lineáris, hanem logaritmikusan differenciálhányados) lineáris közelítését javasolja. Útmutatása ismét nem határozza meg a c és d együtthatók elosztását.

Solow utalt rá, hogy a változó a bér és a profit (vagy a felhalmozás) mozgását írják le. Goodwin indokolása a felhalmozásból, vagyis a bérhányad levonása után maradó $1 - u$ értékből indul ki. Változója mégis az u reálbér. De nincs akadálya annak, hogy a másik, az ellentett hányadot használjuk. Csakhogy ekkor ennek nagysága más, ezért az előbbitől eltérő mozgás jelenik meg.⁵ Ami azt jelenti, hogy ha nem a reálbér, hanem például az akkumuláció „hajtja” a modellt, akkor nem azonos, nem is ellentett, hanem csak újabb és más mozgás az eredmény. Ezért itt a helye, hogy az elvont matematikát félretéve, a gazdaságot hajtó erők és érdekek felé forduljunk. A gazdaság minden szereplője, csoportja, vállalata, ágazata sajátos célokkal, érdekekkel, törekvésekkel lép a piacra.

Ok és cél

Harvie [2000] ábrái minden országban egy hosszabb és benne több rövidebb ciklust mutatnak. A hosszú ciklus az óra járása szerinti irányban mozog, a foglalkoztatás és reálbér átlaga körül. Egyformán, mind a tíz országban. Indulása az ötvenes években körülbelül „11 órát” mutat, aztán jobbra lefelé kanyarodva, majd a nyolcvanas évek mélye után a kilencvenes években már ismét növekedésnek indulnak. E ciklus hosszabb 40 évnél, időzítése az egyes országokban azonos. Rövidebb ingadozások törnek meg menetét, és e rövid ciklusok időzítése már eltérő. A görbék valószínűleg a Kondratyev és Juglar felfedezte ciklusokat mutatják (3. ábra).⁶

A 3. ábra az $(1, 1)$ nyugvópontba eltolt hosszú és rövid ciklust ábrázolja Goodwin rendszerében. A szabályos alak Németország adatsorához hasonlít, a többi ország nyomvonalát torzabb, de ezek jellege is hasonló. Nem az illesztés jósága, ami természetesen nem lesz közös az egyes országokban, hanem a *több* ciklus együttes létének sajátos mozgása a fontos itt. Több ciklus több egymástól eltérő, egymással kölcsönhatásban álló ok és cél létezésére utal.

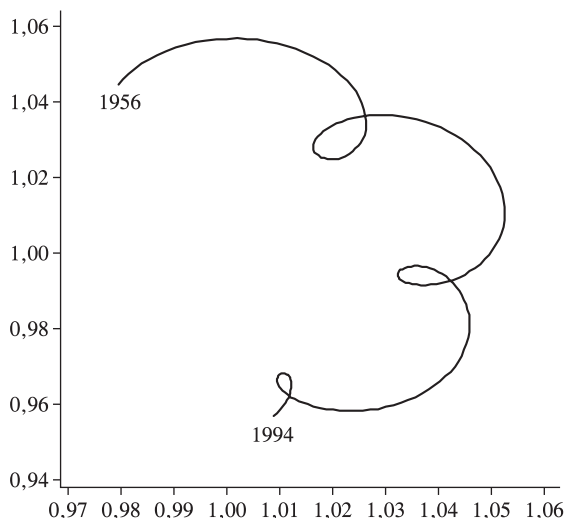
Goodwin tanárának, Schumpeternek észrevételét fogadtuk el: több ciklus van. Legalább kettő a rövid készletciklus mellett. Az utóbbinak számításától és ábrázolásától itt

⁴ Harvie [2000] a σ tőkeigényesség együtthatójával hol elosztja az $(1 - u)$ megtakarítást [353. o. (10) egyenlet], hol pedig beszorozza az α százalékos kivevő termelékenységnövekedést és β százalékos munkásszám-növekedést [lásd az A1.8 és további egyenleteket (373. o.)]. Ez egyéves ciklusokhoz vezet. Fokozza a zavart a másik komponens, a Phillips-görbe becslése is.

⁵ Solow megjegyzését lásd *Vellupillai* [1990] 36. o. A hosszabb ciklus lehetőségét lásd a 92. oldalon. Mindkét ciklushossz megfigyelhető a tényleges adatokban. Harvie [2000] tanulmányában (358–361. o.), és az Egyesült Államok adataival a Solow által készített ábrán (*Vellupillai* [1990] 40. o.).

⁶ Két eltérő ciklusú Goodwin-modell összegezése.

3. ábra
Németország ciklusainak stilizált képe



elteltek. Valószínűleg még ezeknél is több forma adódik. A Goodwin-modell bárhány változóra kiterjeszthető. Változói lehetnek vektorok is, együtthatói mátrixokként is felfoghatók.⁷

A 3. ábra egyébként eleget tesz Schumpeter másik javaslatának is: a trendet a hosszabb ciklus adja; a rövid ciklus a hosszú „körül” mozog.⁸ A kapott kép azonban nem az, amit Schumpeter elemzett. A növekedés menete nem kerül átmenetileg sem egyensúlyba, hanem attól látható távolságban forog. Az ábra újdonsága abban áll, hogy a ciklikus folyamatot nem az idősíkból mutatja be. A fázissík jobban szemlélteti az eltérő ciklusokból fonódó körforgást. A nyugvópont, az egyensúly tisztán eszmeivé válik. A gazdaság nem közeledik hozzá, csak éppen körülötte forog. Harvie [2000] adatai a mozgás meggyőzőbb formáját és szemléletét teszik lehetővé. Ábrái mind azt mutatják, ahogyan az ingadozás a tényleges átlagok körül megy végbe, nem közeledve, nem távolodva.

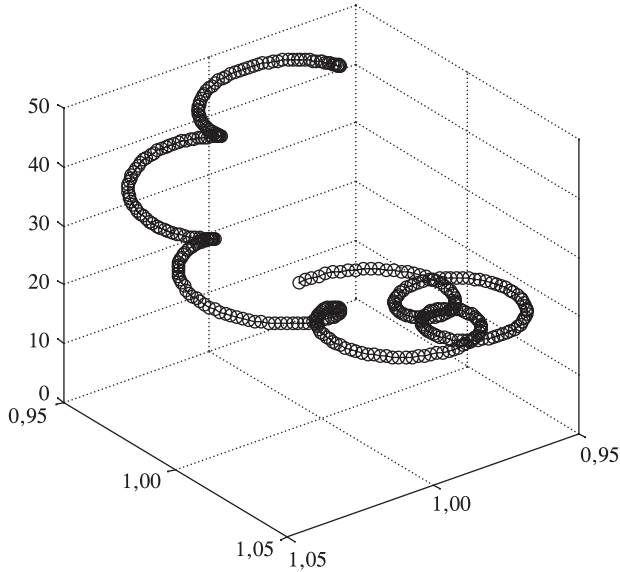
A többszektoros modellek növekedését ábrázolva, mindmáig foglyai vagyunk az oktatás éveiben kialakult képeknek és szemléletnek. A növekedést az idősíkból amolyan felfelé haladó hullámvasútként gondoljuk el, és így is ábrázoljuk. Ezért nem tűnik fel az ellentmondás Schumpeter gondolataiban, ahol a vonal időnként egybeesik a trenddel, vagyis az egyensúly része. De hogyan lehetne a rendszer valamikor is valódi egyensúlyban, ha soha sincs ott, és ha mégis ott volna, akkor onnan már nem volna sem oka, sem célja elmozdulásának? Elképzelésünk alapvetően suta. Már három dimenzió is a növekvő nyomvonal körül tekergő kürtös kalács felrakódását vagy a DNS molekulák helixének képéhez hasonló mozgást eredményez.

Ha ugyanis az ábra eddig ábrázolt két változója mellé magát az időtengelyt is bevonjuk, kiegészítve a mozgást a teljes periódus tartamára, akkor az előbbivel sík vetületében

⁷ A fenti algebrai levezetések ekkor is érvényesek maradnak, de vigyázni kell a mátrixkalkulus sajátosságainak betartására. Goodwin másutt ilyen többszektoros és ciklikus lineáris modelleket is vizsgált.

⁸ Ez a tanács csak az utólagos elemzésben valószínűsíthető meg, mert a hosszú ciklus éppen, mert hosszabb, csak később állapítható meg.

4. ábra
Az előbbi ciklusok időbeli lefolyása



egybevágó, de attól mégis igen jellegzetesen eltérő ábrát kapunk. Szemléletünket kiterjeszti a valódi mozgás időbeli alakulásának több dimenzió felhasználásával kapott változata (4. ábra).

Nem állítjuk, hogy a gazdaság mozgása mindig ilyen (vagy hogy ilyen egyszerű volna), csak azt, hogy e szemlélet, vagyis a nézőpont alapvető változtatása sokat segít a mozgás megértésében.

Az ilyen körforgásnak, éppen mert körben forog, nincs sem eleje, sem vége. Bármilyen pontban szakítjuk meg, ez a pont nemcsak kezdetté, hanem ugyanakkor végponttá válik. A cél okká és az ok céllá lesz. A gazdaság e tapasztalt körforgása kétféle módon magyarázható. Vagy az okból indul ki, ami a forgást előidézi, vagy abból a célból, amit a gazdasági átalakítások szolgálnak. A megfigyelő a mozgásra kauzális vagy teleologikus indokolást ad. S ha helyesen fűzi egybe, akkor a két látszólag ellentétes nézőpont nemcsak összebékül, hanem eleve együtt alakul ki, együtt keletkezik. Láttuk Goodwin érvelését: alig vehető észre a szempont váltása. Senki sem hibáztatja Adam Smith mondatát, ha az a hegedűművész magas honoráriumát ritka képessége hosszas gyakorlásával indokolja. Pedig keveredik a gyakorlás munkája a képesség hasznáival. Nem háborodunk fel híres megállapításán, amely szerint a reggeli kávénkat és zsemlénket nem a kereskedő jóindulatának, hanem érdekeinek köszönhetjük. Az érdek fogalma okot és célt egyaránt jelez. Csak a tudomány későbbi vitája osztotta meg a táborokat, látszólag ellentétes meghatározásaival.

Összefoglalás

Az adatok gondosabb feldolgozása számszerűen is érthetővé és ábrázolhatóvá teszi a Goodwin által leírt mozgást, amely Ricardo, Marx és Schumpeter fogalmain és megfigyelésein alapul. A tisztázás kulcsa az, hogy nem egy, de több és együtt mozgó ciklust keresünk. Ez azt is lehetővé teszi, hogy olyan mozgási formát találjunk, amely mindkét

iskola vívmányait tartalmazza. Így Schumpeter szemléletét folytatja, csakhogy annál elvileg több dimenzióban mozog.

Más kérdés az, hogy egyértelműen e modell mellett kell-e döntenünk? Tudjuk, hogy az egyensúly környezetében, a közömbös, tehát sem nem vonzó, sem nem taszító pályákon nehéz a lineáris és nemlineáris mozgást megkülönböztetni. A kétfajta pálya csak néhány tízezreléknyi vagy ezreléknyi eltérést mutat. Jóságát és hihetőségét megítélni jelenlegi mérési módszereinkkel még nem lehet. Első integráljaik maradandó vagy kevésbé maradandó volta sem fog meggyőző bizonyítékot felmutatni. Többet remélünk azonban olyan első integráloktól, amelyek valamilyen gazdaságilag elfogadható „maradandóságot”, viszonylag konstans hosszú távú növekedést és az e körüli ingadozásban a fundamentális változók valamilyen gazdasági (nem geometriai, vagy mechanikai) állandóságát hozzák magukkal.

Végül világossá vált, hogy a gazdasági változók számszerű értékét maga a mozgás, tehát a változóknak a piacon történő állandó kölcsönhatása, versenye és összevetése határozza meg. Feladatunknak tehát azt tekinthetjük, hogy magukat e számokat, arányokat és változásaikat figyeljük és mérjük meg jobban. Azt a folyamatot kell leírni, amelyben a pénzjelek mint segédváltozók teszik lehetővé az anyagi (primális) oldal termelésének lehető legjobb lebonyolítását. Mivel ez a folyamat időnként nagy ingadozások és „aszimmetrikus” információ (magyarán: csalás, becsapás, letagadás és más csalafintaságok) közepette megy végbe, ezért remény van arra is, hogy a nagyobb lengések változatosabb formáiból majd következtetni tudjunk a mozgás lineáris vagy nemlineáris voltára, pontosabban a lineáris megközelítés megengedhetőségére és korlátaira.

Hivatkozások

- GOODWIN, R. M. [1967]: A Growth Cycle. Megjelent: *Feinstein, C. H.* (szerk): *Socialism, Capitalism and Economic Growth*. Cambridge University Press, Cambridge, 54–58. o.
- HARVIE, D [2000]: Testing Goodwin: growth cycles in ten OECD Countries. *Cambridge Journal of Economics*. 24. 349–376. o.
- NÖTHER, E. [1918]: Invariante Variationsprobleme. *Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-physikalische Klasse*, 235–257. o. www.physics.ucla.edu/~cwp/articles/noether.trans/german/emmy235.html, (angol fordítás: *Tavel, M. A.*: *Invariant Variational Problems*. www.physics.ucla.edu/~cwp/pubs/noether.trans/english/mort186.html).
- SCHUMPETER, J. A. [1939]: *Konjunkturzyklen. Eine theoretische, historische und statistische. Analyse des kapitalistischen Prozesses*, Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen.
- VELLUPILLAI, K. [1990] (szerk): *Nonlinear and Multisectoral Macrodynamics. Essays in Honour of Richard Goodwin*. Macmillan, London.