

BENEDEK GÁBOR–LUBLÓY ÁGNES–SZENES MÁRK

A hálózatelmélet banki alkalmazása

A hálózatok elméletének alkalmazási területe széles körű, hálózatelméleti módszerekkel számos társadalmi, gazdasági és tudományos kérdés válaszolható meg. A pénzügyi szférában a hálózatelmélet alkalmazása az eddigiekben kizárólag a rendszerkockázat elemzésére irányult. Cikkünkben arra törekszünk, hogy – úttörő módon – a más területeken nagy népszerűségnek örvendő hálózatelmélet lehetséges banki alkalmazási területeit ismertessük. Röviden kitérünk az egyes alkalmazási területekre, köztük az ügyfélmegtartásra, az ügyfélszerzésre, bizonyos banki szolgáltatások terjesztésének modellezésére illetve a vállalati ügyfélportfólió sebezhetőségének kérdéskörére. Arra törekszünk, hogy felhívjuk a figyelmet a hálózatelmélet üzleti alkalmazásainak lehetőségére és értékteremtő szerepére, a versenyre gyakorolt hatására, valamint a hálózatelméleti alapokon nyugvó, üzleti célú kutatási programok indításának fontosságára.*

Journal of Economics Literature (JEL) kód: C69, G21.

A cikk megírására egy, az üzleti szféra oldaláról érkező megkeresés készítetett bennünket, amely arra vonatkozott, hogy mutassuk be, mely kérdések megválaszolásához alkalmazhatja egy kereskedelmi bank a hálózatelméletet. A kutatás során két olyan területet azonosítottunk, ahol a bankoknak érdemes a hálózatelmélet nyújtotta elemzési keret segítségével hívniuk. Az első alkalmazási terület a klasszikusnak tekinthető *banküzemi problémákhoz* köthető. A vállalati ügyfelek hálózati relációinak figyelembevételével többek között olyan *banküzemi kérdésekre* adható válasz, mint melyek a bank veszélyeztetett, illetve a potenciálisan elvándorló ügyfelei, maximum mennyit érdemes áldoznia a banknak egy új ügyfél megszerzésére, vagy hogy mily módon lehet bizonyos banki szolgáltatásokat hatékonyan elterjeszteni. Emellett kezelhető az ügyfélérték meghatározásának, illetve bizonyos árazási kérdéseknek a problémája is. A második alkalmazási terület a

* A szerzők köszönettel tartoznak C. Szabó Isvánnak a vele folytatott inspiráló beszélgetésekért, Szabó Gábornak a tanulmány egy korábbi változatához fűzött értékes észrevételeiért, valamint a Közgazdasági Szemle anonim bírálójának a kritikai megjegyzéseiért. A tanulmány a Kooperatív Centrum a Kommunikációs Hálózatok Adatanalízise Területén című NAP projekt keretében, a Nemzeti Kutatási és Technológia Hivatal támogatásával készült (hiv. szám: KCKHA005).

Benedek Gábor a Budapesti Corvinus Egyetem matematikai közgazdaságtan és gazdaságelemzés tanszékének adjunktusa és a Thesys Labs. Kft. ügyvezetője (e-mail: thesys@externet.hu).

Lublóy Ágnes a Budapesti Corvinus Egyetem befektetések és vállalati pénzügyek tanszékének adjunktusa és a Collegium Budapest kutatója (e-mail: agnes.lubloy@uni-corvinus.hu).

Szenes Márk az Eötvös Loránd Tudományegyetem fizikus szakának ötödéves hallgatója (e-mail: szenesm@ludens.elte.hu).

vállalati portfólió *stabilitásának méréséhez*, azaz egy vállalat csődjének, illetve egy iparág recessziójának a portfólió többi szereplőjére és a bankszektorra gyakorolt hatásának feltérképezéséhez kapcsolódik. Mindez hasznos lehet a banki stresszteszt lefuttatásánál, illetve kalibrálásánál.

A cikk első, bevezető részében bizonyos *hálózatelméleti alapfogalmakat* ismertetünk. Összefoglaljuk egy hálózat kutatásunk szempontjából lényeges topológiai ismérveit, illetve röviden bemutatjuk a véletlen, illetve a skálafüggetlen hálózatok alapvető jellemzőit. A hálózatok strukturális vonásainak áttekintését banküzemi kérdések elemzése, illetve a vállalatok hálójának stabilitási vizsgálata teszi szükségessé. A cikk második részében a *hálózatelmélet lehetséges banki alkalmazási területeit* ismertetjük. Ennek során némely problémakört részletesebben is tárgyalunk, az alkalmazási lehetőséget számos feltevésen alapuló szimuláció segítségével demonstráljuk.

Hálózatelméleti alapfogalmak

A hálózatelmélet *sokszínű alkalmazására* példaként említhető a biológusok által aktívan kutatott fehérje–fehérje kölcsönhatási hálózat. A kölcsönhatási hálózat felderítése a rákkutatásban kap kiemelt szerepet. A fehérjék interakciós hálózata a sejten belüli vagy akár a sejtek közötti kommunikációért felel, így a hálózat feltérképezése lehetővé teszi például, hogy a kutatók új kulcsszereplőkre bukkanjanak egy daganatos sejten belül működő fehérjék között.

Egy másik társadalmi szempontból jelentős alkalmazási terület a hálózatok ellenállóképességével kapcsolatos. Egy hálózat véletlen meghibásodással, illetve tudatos támadással szemben mutatott ellenállóképességét az internet-, út- és elektromos hálózatok tervezése és védelme kapcsán több kutatócsoport is vizsgálja. Emellett – a közelmúltban a terroristahálózatok elleni harc kapcsán is – előtérbe kerültek a hálózatelméleti módszerek.

Az utóbbi időben számos tanulmány, könyv született a hálózatok természetéről. Barabási Albert-László, az Egyesült Államokban élő, magyar származású fizikus *Behálózva* című, magyarul is megjelent könyvében hihetetlen könnyedséggel világítja meg a komplex hálózatok kutatásának területét és főbb kérdéseit (*Barabási* [2003]). Barabási kutatásai kapcsán világossá vált, hogy számos, látszatra nagyon különböző hálózat – mint például a világháló, a telekommunikációs hálózat, az elektromos hálózat vagy akár a gazdasági és ökológiai háló – azonos strukturális sajátosságokat mutat. Mára már a sejtbiológiai kutatásoktól a szociológia által vizsgált társadalmi hálókig számtalan, nem szabályozott módon fejlődő komplex rendszerről kiderült, hogy szerveződése egyáltalán nem véletlenszerű, vannak gócpontjai, amelyek lényegesen intenzívebb kapcsolatban vannak a hálózat elemeivel, mint azok többsége egymással. A véletlen hálózatelmélet modellje tehát nem állja meg a helyét, hiszen nem igaz, hogy például a világhálón minden oldalra nagyjából ugyanannyi másik oldal hivatkozna. Az interneten van néhány középpont, amelyekre linkek sokasága vezet. A hálózatok nagy részének a működése a csomópontoktól függ. Emellett a kapcsolatok eloszlása sem véletlenszerű. „A világ pénzügyi rendszerei is ilyen hálózatot alkotnak, ráadásul működésük hordozója, infrastruktúrája és az információáramlás telekommunikációs, internetes hálózaton alapul, vagyis több dimenzióban is igaz rájuk mindaz, amit a modern fizika a hálózatokról állít.” (*Jaksity* [2003].)

A cikk középpontjában a *bank közép-, kis- és mikrovállalatok alkotta vállalati ügyfélhálójá áll*. A hálózat csomópontjainak a bank vállalati ügyfélportfóliójában lévő vállalata

tok felelnek meg, míg a hálózat éleit a vállalatok bankon belüli, illetve bankon kívüli átutalásai jelentik. A hálózat irányított és súlyozott.¹

A bankok vállalati ügyfélhálójának statisztikai, hálózatelméleti módszerekkel történő vizsgálata számos, klasszikusnak tekinthető banküzemi kérdés megválaszolásában nyújthat segítséget. Hasonlóan, a hálózatelméleti elemzési keret támaszunk lehet abban, hogy a vállalati portfólió vagy akár a tranzakciók révén összekapcsolt gazdaság egészének stabilitását, sokkhelyzetekben való viselkedését jobban megértsük. Mindehhez azonban szükséges, hogy ismerjük a hálózat strukturális vonásait. A következőkben *Albert–Barabási* [2002], valamint *Newman* [2003] alapján egy hálózat legfontosabb, jelen tanulmány szempontjából is lényeges jellemzőit foglaljuk össze.

A hálózatok topológiai jellemzői

Fokszámeloszlás

Egy összefüggő hálózat legtöbbet vizsgált topológiai jellemzője a *fokszámeloszlás*, amely egy adott számú kapcsolattal, úgynevezett fokszámmal rendelkező csúcs valószínűség-eloszlását adja meg. Jelöljük az eloszlást $P(k)$ -val! Ekkor $P(k)$ azt a valószínűséget adja meg, amellyel egy k darab szomszédal rendelkező csúcs előfordul a vizsgált hálózatban. A fokszámeloszlás a véletlen és a skálafüggetlen hálózatokban eltérően alakul; a következőkben a két eltérő típusú hálózat fokszámeloszlása közötti különbséget vizsgáljuk meg.

Véletlen hálózatok esetében a hálózat szereplői között p valószínűséggel fut él, $1 - p$ valószínűséggel nem. Az így generált véletlen hálózatokban a fokszám binomiális eloszlást követ. Ha a csúcsok száma kellően nagy, az eloszlás jól közelíthető a Poisson-eloszlással:

$$P(k) \approx \frac{e^{-pN} (pN)^k}{k!}, \quad (1)$$

ahol N a hálózat mérete. Az *1.a ábrán* egy, a fenti eljárással generált, $N = 100$ csúcsból álló, $pN = 10$ paraméterű, kisméretű hálózatot láthatunk. Az *1.b ábrán* egy $N = 10\,000$ méretű, szintén $pN = 10$ paraméterű hálózat fokszámeloszlását láthatjuk. Ahogy az *1.b ábra* is szemlélteti, a fokszámeloszlás pontjaira jól illeszkedik az elméleti Poisson-görbe.

Az *1. ábra* két részén megfigyelhető, hogy a véletlen hálózatoknál a csúcsok a fokszámuk alapján közel ekvivalensek, a csúcsok szomszédainak száma az átlagértéktől (pN) csak kismértékben tér el. Mivel az eloszlás egy átlagérték körül exponenciális lecsengést mutat, ezért az ilyen hálózatokat *exponenciális hálózatoknak* is nevezzük.

A *skálafüggetlen hálózatokban*, szemben a véletlen hálózatokkal, a hálózat szereplői nem egyenrangúak, hanem vannak közöttük kiemelten sok kapcsolattal rendelkező csúcsok is. A valóságban megfigyelhető hálózatok többsége, köztük a világháló (*world wide web*) vagy a kutatók együttműködési hálózata, skálafüggetlenek. Ebben az esetben a hálózat fokszámeloszlása hatványfüggvény-szerű lecsengést mutat:

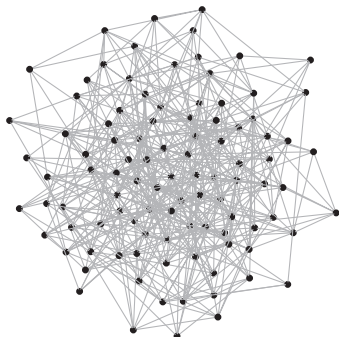
$$P(k) \sim k^{-\gamma}. \quad (2)$$

¹ Tanulmányunkban szinonimaként használjuk a gráf és a hálózat kifejezéseket. A szakirodalom szerint hálózatelemzésről akkor beszélünk, amikor a gráfelméleti relációkat megfigyelt adatokon értelmezzük.

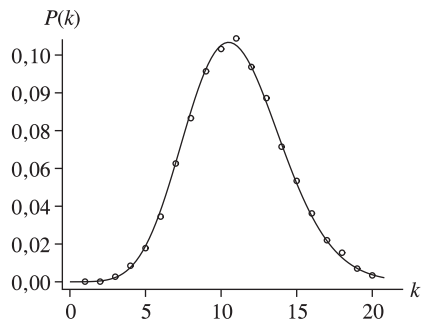
1. ábra

Véletlen hálózat

a) Véletlen hálózat
($N = 100$, $p = 0,1$)



b) A hálózat fokszámeloszlása
($N = 10\,000$, $pN = 10$)



Forrás: saját ábra.

A skálafüggetlen hálózatok elnevezése egyébként abból ered, hogy a fokszámeloszlás alakja független a véletlen változó átskálázásától:

$$P(\alpha k) \propto P(k). \tag{3}$$

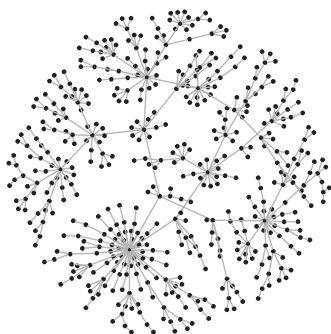
A skálafüggetlen hálózatok fokszámeloszlását a szakirodalom olykor vastag farkúnak is hívja. A 2.a) ábrán egy speciális fastruktúrával rendelkező skálafüggetlen hálózat, míg a 2.b) ábrán egy skálafüggetlen hálózat fokszámeloszlása látható.

Átlagos távolság. Két csúc közötti távolság a csúcsokat összekötő utak – azon kapcsolatok sorozata, amelyeken keresztül eljuthatunk az egyik csúcstól a másikig – közül a legrövidebb. Az \bar{l} átlagos távolság tehát azt adja meg, hogy átlagosan hány kapcsolaton

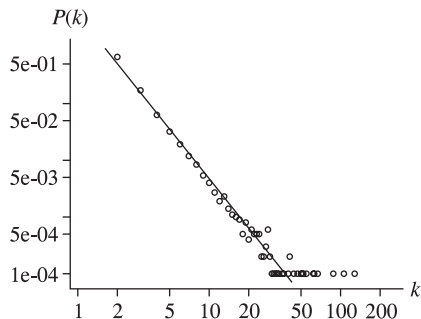
2. ábra

Skálafüggetlen hálózat

a) A hálózat
($N = 500$)



b) A hálózat fokszámeloszlása
(log-log skála)



Forrás: saját ábra.

keresztül tudunk az egyik csúcsból a másikba jutni. Valóságos hálózatok esetében sokszor az átlagos távolság nagyon kicsi. A szakirodalom az ilyen tulajdonságra úgy hivatkozik, hogy a vizsgált hálózat *kisvilág*-tulajdonságot mutat.²

Klaszterezettség. Egy csúcs *klaszterezettsége* azt mutatja meg, hogy a kiválasztott *i*-edik csúcs szomszédai milyen mértékben szomszédai egymásnak. Formálisan, az *i*-edik csúcs klaszterezettsége:

$$C_i = \frac{i \text{ szomszédai között lévő kapcsolatok száma}}{\frac{k_i(k_i-1)}{2}}, \quad (4)$$

ahol k_i az *i*-edik csúcs szomszédainak számát jelöli. A klaszterezettség 0 és 1 közötti szám. Az együtttható azt fejezi ki, hogy mi annak a valószínűsége, hogy két olyan csomópont, amelynek van egy közös szomszédja, egyben egymásnak is szomszédai. Például egy vállalatokból álló hálózat esetén a klaszterezettség magas értéke arra utal, hogyha két olyan vállalat, amely egy harmadik vállalattal kapcsolatban áll, akkor nagyobb valószínűséggel áll egymással is kapcsolatban, mint két, véletlenszerűen kiválasztott vállalat. A társadalmi ismeretségi hálónál tipikusan jellemző, hogy egy ember barátai egymásnak is barátai. Az ilyen típusú hálózatoknál magas a *klaszterezettségi együtttható*, amely az egyes csúcsok klaszterezettségeinek átlaga:

$$\bar{C} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i. \quad (5)$$

Fokszám-korreláció. A *fokszám-korreláció* a hálózatok szintén fontos topológiai jellemzője. Egy kiválasztott csúcs fokszáma korrelálhat vagy antikorrelálhat a szomszédos csúcsok fokszámával, aminek alapján megkülönböztetjük az *asszortatív*, illetve a *diszasszortatív* hálózatokat. Az asszortativitás a hálózat azon tulajdonságára utal, hogy abban a nagy fokszámú csúcsok inkább nagyobb vagy inkább kisebb fokszámú csúcsokhoz „szeretnek-e” kapcsolódni. Ezt a tulajdonságot méri a *közvetlen szomszéd átlagos fokszáma* (*average nearest neighbor degree*), amelyet k_m -nel jelölünk:

$$k_m(k) = \sum_{k'} k' P(k' | k), \quad (6)$$

ahol $P(k' | k)$ annak a feltételes valószínűsége, hogy egy él, amely egy k fokszámú élből indul ki, egy k' fokszámú élbe mutat. Asszortatív hálózat esetén monoton növekedő, diszasszortatívnál monoton csökkenő, nem-asszortatívnál konstans függvénye k_m a k -nak.

² A *kisvilág*-tulajdonság pontos definiálását lásd később.

Véletlen és skálafüggetlen hálózatok

A hálózatok tudománya gráfelméleti alapokon nyugszik. A szabályos gráfok biztosította elemzési keretet Erdős Pál és Rényi Alfréd forradalmasította 1959-ben (*Erdős–Rényi* [1959]). Felismerésük azon a megfigyelésen alapult, hogy a valódi gráfok nem szépek és szabályosak, hanem hihetetlenül bonyolultak. A valódi hálózatok bonyolult szerkezetének leírása érdekében Erdős és Rényi feltételezte, hogy *véletlen hálózatokról* van szó. A véletlen hálózati modell alap gondolata a teljes egyenlőség. Az élek teljesen véletlenszerűen kerülnek elhelyezésre, és így az összes pontnak azonos esélye van, hogy egy él kezdő- vagy végpontja legyen. Ha a hálózat nagy, akkor az élek teljesen véletlenszerű elhelyezése ellenére majdnem minden ponthoz nagyjából azonos számú él fog tartozni. Erdős és Rényi lényegében egyenlőséget tett a komplexitás és a véletlen közzé, ami jó néhány évtizeden keresztül széles körben elfogadottá vált.

Ahogy korábban már említettük, a hálózatok egyik legfőbb jellemezője, hogy a pontok hány másik ponthoz kapcsolódnak, azaz mekkora a pontok fokszáma. A *véletlen hálózatok* esetében, tekintve azt az eloszlást, hogy melyik csúcs hány csúccsal van összekötve, egyfajta normális – haranggörbe – eloszlású struktúrát kapunk (lásd *1. ábra*). Átlagos számú kapcsolattal sok csúcs rendelkezik, míg nagyon sok, illetve nagyon kevés kapcsolata kevés vagy nulla csúcsnak van. Az Erdős–Rényi- vagy exponenciális hálózatnak is nevezett véletlen hálózatokban a k darab kapcsolattal rendelkező pontok száma k növelésével exponenciálisan csökken.

Egy egyszerű megfontolás alapján jó becslést adhatunk a hálózatbeli csúcsok átlagos távolsága, \bar{l} és a hálózat mérete közötti összefüggésre. Egy véletlen hálózatban majdnem mindegyik csúcsnak \bar{k} számú szomszédja van. Tetszőleges csúcsból az első lépésben \bar{k} darab szomszéd csúcsba juthatunk el, amelyekből a második lépésben további $\bar{k} \times \bar{k}$ csúcsba juthatunk, és így tovább, mígnem az \bar{l} -edik lépésben már az összes, N csúcsot bejártuk. Innen adódik a becslés:

$$N \approx \bar{k}^{(\bar{l})} \rightarrow \bar{l} \approx \frac{\ln N}{\ln \bar{k}}. \quad (7)$$

A (7) képlet alapján látható, hogy a hálózat szereplői közötti távolság csak nagyon lassan nő a hálózat méretével. Véletlen hálózatokban azonban nemcsak az átlagos távolság kicsi, hanem a klaszterezettség is alacsony, egy csúcs szomszédai nagy valószínűséggel nem szomszédai egymásnak.

D. J. Watts és S. H. Strogatz a valóságos hálózatok vizsgálata kapcsán azonban arra a következtetésre jutott, hogy a legtöbb hálózatban jelen van a csoportképződés, ami pedig részben ellentmond a véletlen hálózatok elméletének. Watts és Strogatz a nagyfokú csoportképződésre hajlamos hálózatok modellezését körön elhelyezett pontokkal kezdte, ahol kezdetben minden egyes csomópont a közvetlen és a legközelebbi szomszédjával állt összeköttetésben. A szabályos rácsból kiindulva, az újabb kapcsolatok azonban már véletlenszerűen kiválasztott pontokat kötöttek össze. Watts és Strogatz hálózata úgynevezett *kisvilág-tulajdonságot* mutatott, amely a legtöbb valós hálózatban (kapcsolati háló, internet) megfigyelhető (*Watts–Strogatz* [1998]). A kisvilág-tulajdonsággal rendelkező hálózatban az átlagos távolság kicsi, és értéke a hasonló paraméterű véletlen gráfokéhoz közelít.³ A kisvilág-tulajdonságot mutató hálózatok klaszterezettsége ugyanakkor magas, és a hasonló paraméterekkel megadott rácsgráfok klaszterezettségéhez van közel. Az Erdős–Rényi-féle véletlen hálózatelmélet Watts és Strogatz által kidolgozott, csoportkép-

³ Ha egy hálózat *kisvilág-tulajdonsággal* rendelkezik, az átlagos távolság a hálózat méretével legfeljebb logaritmikusan nő.

ződést elősegítő kiterjesztése szerint – hasonlóan Erdős és Rényi modelljéhez – a k darab kapcsolattal rendelkező pontok számának k növelésével exponenciálisan csökken.

Barabási Albert-László és kutatócsoportja a világháló feltérképezése során arra a következtetésre jutott, hogy a világháló számos kiugróan nagyszámú kapcsolattal rendelkező pontot is magában foglal, amire egyik modell sem ad megfelelő magyarázatot (*Barabási és szerzőtársai* [1999]). Erdős és Rényi egyenlőségre törekvő modelljében az ilyen csomópontok rendkívül ritkák lennének, és Watts és Strogatz modellje sem engedné meg, hogy egy pontnak lényegesen több kapcsolata legyen, mint amennyi az átlagos pontnak van. A kutatócsoport nagy adatbázisokon alapuló kutatása kapcsán azt tapasztalta, hogy a kapcsolatok eloszlását egyfajta Pareto-eloszlás jellemzi, sok csúcs kevés kapcsolattal, míg kevés csúcs sok kapcsolattal rendelkezik. Ebben az alapvető, *skálafüggetlen hálózatnak* nevezett hálózattípusban a jellemző kapcsolateloszlás hatványfüggvényyszerű, a hálózatot inhomogenitás jellemezi.

Albert-Barabási-Jeong [2000] szerint a hálózat struktúrája egyben meghatározza a *hálózat szerkezeti stabilitását, dinamikus viselkedését, illetve a sérülékenységet*. Az exponenciális hálózat mindig sérülékenyebb, pontjainak (ezek lehetnek akár a vállalatok vagy bankok is) meghibásodása esetén a hálózat könnyen széttöredezhet különálló szigetekre, ami jelentősen csökkentheti a hálózat hatékonyságát. A skálafüggetlen hálózatok azonban rendkívül ellenállóak, az ilyen hálózatból jelentős számú pont véletlenszerűen eltávolítható, anélkül, hogy a hálózat szétesne. A skálafüggetlen hálózatok hibatűrő képessége a véletlen hálózatokétól eltérő tulajdonság. A másik oldalról ugyanakkor a skálafüggetlen hálózatok a célzott támadásokkal szemben sérülékenyebbek.

A hálózatok jelen kutatás szempontjából lényeges topológiai jellemzőinek áttekintését, illetve a főbb hálózattípusok ismertetését követően a *hálózatelmélet lehetséges banki alkalmazási területeit* ismertetjük. Bizonyos banküzemi kérdések megválaszolásakor félrevezető választ kaphatunk, ha a bank ügyfeleit külön-külön vesszük számba. Meglátásunk szerint a bankoknak két területen érdemes hálózatelméleti módszereket alkalmazniuk. Az első alkalmazási terület a klasszikus *banküzemi kérdések* megválaszolásánál lehet hasznos. A második alkalmazási terület a vállalati portfólió *stabilitásának méréséhez* köthető. Kutatásunk során kizárólag a vállalati ügyfélportfólióra összpontosítottunk, bár sok esetben a hálózatelméleti elemzési keret a lakossági ügyfeleket tartalmazó portfólió esetén is hasznos lehet. A vállalati ügyfélkörön belül a vizsgálatunk tárgyai a közép-, kis- és mikrovállalatok. A bankok a nagyvállalati ügyfélcsoportot mint kiemelt ügyfélszegmenst ugyanis leginkább kvalitatív eszközökkel elemzik.

A következőkben a hálózatelmélet egyes banki alkalmazási területeit ismertetjük.

Banküzemi problémák

Ügyfélevándorlás, ügyfél-veszélyeztetettség

A banküzemi tevékenység egyik alapvető eleme, hogy *az ügyfelet nemcsak megszerezni kell, hanem meg is kell tartani*. Az ügyfélkapcsolat-menedzsment⁴ fő feladata az ügyfelek hatékony kiszolgálása, amelynek eszközei közé tartozik az ügyfelek szükségleteinek megismerése és a lehető legmagasabb szinten történő kiszolgálása. *A. T. Kearney* [2004] szerint a szolgáltatások színvonalát *kiválónak* tartó ügyfelek 70 százaléka nem váltana bankot, 75 százaléka pedig ajánlaná a bankot másnak is. Emellett a szolgáltatások szín-

⁴ A terminológia angol megfelelője a *Customer Relationship Management*. A hazai bankszektorban az ügyfélkapcsolat-kezelésre az angol kifejezés rövidítése, a CRM honosodott meg.

vonalat kiválónak tartó ügyfelek 75 százaléka fontolóra venné a régi termékek újbóli megvásárlását, illetve új termékek, szolgáltatások megrendelését. A szolgáltatások színvonalával *elégedetlen* ügyfelek csak 26 százaléka nem hagyná ott régi bankját, illetve csak 20 százaléka ajánlaná a bankot másoknak. Az elégedetlen ügyfelek csak 40 százalékos valószínűséggel vennének igénybe valamely szolgáltatást legközelebb is, illetve próbálnak ki egy újat. Minél elégedettebb tehát egy ügyfél, annál kisebb a bankváltás esélye, és annál nagyobb a valószínűsége annak, hogy a bankot másnak is ajánlja, illetve hogy ismét megvesz egy régi terméket, vagy hogy kipróbál egy új terméket. A másik oldalról viszont az elégedetlen ügyfelek közel háromnegyede elvándorolna.

A régi, a szolgáltatások színvonalával elégedett ügyfelek megtartása mellett szóló legfőbb érv, hogy hatékony ügyfélkapcsolat-kezelés révén az ügyfél lojalitásával együtt az *ügyféltől származó bevétel nagysága is növelhető*. A régi ügyfelek ugyanis közel 50 százalékos eséllyel vesznek meg egy új terméket, míg az új ügyfelek esetében ez az arány csupán 15 százalékos (*Nemeslaki* [2005]). Fontos tényező az is, hogy az elpártolt ügyfelek negatív tapasztalataikat nyolc-tíz másik lehetséges ügyféllel osztják meg, rontva ezzel az adott bank hírnevét, és csökkentve új ügyfelek megszerzésének, illetve régié megtartásának az esélyét. Ugyanakkor, a szakirodalom szerint, ha egy elpártolt ügyfél problémájával gyorsan és hatékonyan foglalkozik az érintett intézmény, akkor a panaszosok akár 70 százaléka visszatérhet.

Az ügyfelek megtartása, az *ügyfélevándorlás* csökkentése,⁵ és az elvándorolt ügyfelek visszaszerzése „időkritikus” tevékenység, az ügyfél magatartásának esetleges megváltozására rendkívül gyorsan kell reagálni. Az ügyfelek megtartásának alapvető feltétele, hogy tisztában kell azzal, hogy mely ügyfelek hajlamosak az elvándorlásra. Emellett azzal is, hogy az elvándorlásra hajlamosak ügyfelek közül, kinek a megtartására érdemes pénzt és erőforrást áldozni, illetve ki azok, akire nem szabad többet költeni. Tehát az ügyfélevándorlás valószínűsége mellett figyelembe kell venni az ügyfélen realizált profit értékét is. A két paraméter függvényében (elvándorlási valószínűség *versus* ügyfélérték) pedig szegmentálni lehet az ügyfeleket, és a potenciálisan elvándorló, de magas ügyfélértékű ügyfeleket céltartan meg lehet keresni. Az elvándorlás megakadályozása érdekében a banknak jól kell ismernie a potenciálisan elvándorló ügyfelét, és költséghatékony stratégiát kell kidolgoznia az ügyfél megtartására.

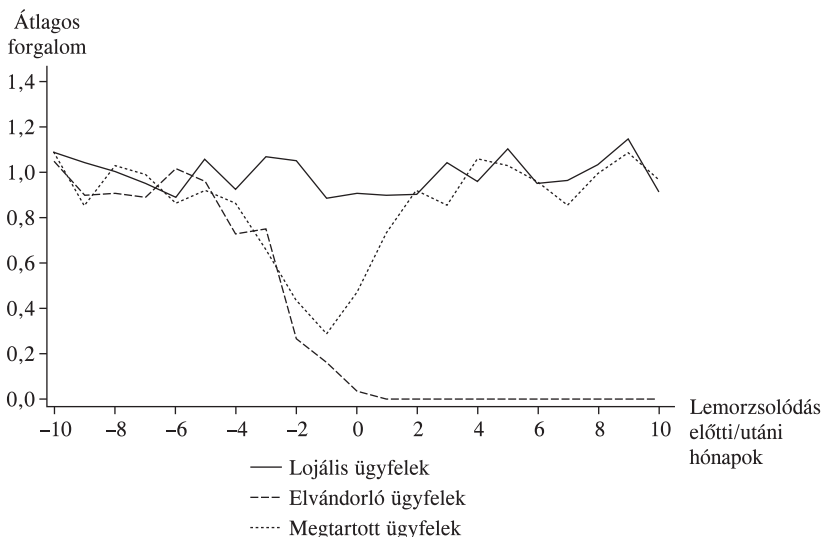
A bankok belső rendszerében rendelkezésre álló ügyfeladatok alapján az adatbányászat eszközeivel nagy biztonsággal azonosíthatók a jövőben várhatóan lemorzsolódó ügyfelek. A potenciálisan elvándoroló ügyfelek azonosítása azért nagyon fontos, mert köztudott, hogy egy régi ügyfél megtartása lényegesen könnyebb és olcsóbb, mint egy új ügyfél megszerzése. *Nemeslaki* [2005] szerint egy régi ügyfél megtartása hatodannyi ráfordítást igényel, mint egy új megszerzése. Különösen érdemes kitüntetett figyelmet szentelni a régi ügyfelek megtartásának intenzív, illetve egyre erősödő piaci verseny közepette. A piaci verseny ugyanis kikényszerítheti, hogy a bankok egyre kedvezőbb ajánlatokkal próbálják meg az ügyfeleket a versenytársaktól elhódítani. Az új ügyfelek megszerzésének magas költségei azonban lehet, hogy sosem térülnek meg. *Staelin* [2005] szerint a kapcsolat fordított az ügyfél megtartásának valószínűsége és az ügyfél megszerzésének határköltsége között, azaz minél magasabb az új ügyfél megszerzésének költsége, annál kisebb a valószínűsége, hogy az ügyfelet sikerül megtartani. Azok az ügyfelek ugyanis, amelyek egy adott bank ajánlatát elfogadva elvándoroltak a régi bankjuktól, idővel engedhetnek egy még újabb csábításnak, és egy következő bank még előnyösebb ajánlatát elfogadva bankot válthatnak.

⁵ A nemzetközi szakirodalomban a banki ügyfelek elvándorlásának angol megfelelője az *attrition*. A telekommunikációs cégek esetében azonban az ügyfelek lemorzsolódásának leírására a *churn* szó terjedt el.

A potenciálisan elvándoroló ügyfelek azonosítására szolgáló adatbányászati módszer lényege, hogy a bankot korábban elhagyó ügyfelek adatainak elemzésével olyan modell építhető, amely segítségével megállapítható az egyes ügyfelek jövőbeli lemorzsolódási valószínűsége. A 3. ábrán egy átlagos, egy megtartott és egy elvándorló ügyfél havi szimulált átlagos számlaforgalma látható. A nagy valószínűséggel lemorzsolódó ügyfelek lojalitása megfelelő marketingeszközökkel – például adott számú kedvező utalási lehetőség biztosításával – növelhető.

3. ábra

Egy átlagos, egy megtartott és egy elvándorló ügyfél havi számlaforgalma



Forrás: saját számítás.

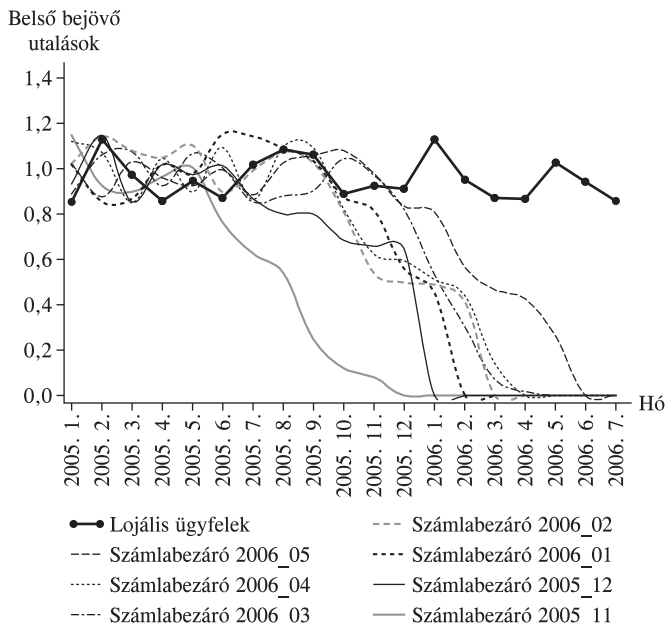
A lemorzsolódó ügyfelek között érdemes különbséget tenni a forgalmi elvándorlók és a 3. ábrán is látható, számlájukat bezáró ügyfelek között. A *forgalmi elvándorlók* fokozatosan csökkentik ugyan a forgalmukat, de nem nullára, és a számlájukat nem zárják be. A forgalmi elvándorlók belső bejövő utalásainak összértékét a 4. ábra mutatja. A forgalmi elvándorlók azonosításához szükség van az ügyfelek hálózati kapcsolatainak a vizsgálatára. Hálózatelméleti módszerekkel ugyanis azonosítható, hogy vajon egy ügyfél számlaforgalmának csökkenése köthető-e ahhoz, hogy az ügyfél fokozatosan veszíti el a belső partnereit. Ha az ügyfél számlaforgalma a belső partnerek elvándorlásához köthető, akkor az adott ügyfél veszélyeztetett, és előbb vagy utóbb ő is elvándorolhat.

A forgalmi elvándorlókkal szemben a *számlabezáró ügyfelek* fokozatosan vagy hirtelen nullára csökkentik a forgalmukat, és megszüntetik a számlájukat. A számlabezáró ügyfelek szimulált számlaforgalmát az 5. ábra szemlélteti. Az ábra alapján látható, hogy míg a lojális ügyfelek esetében a legnagyobb utalás aránya közel konstans, addig a számlabezáró ügyfelek esetében a legnagyobb utalás aránya hirtelen megugrik, majd nullára csökken. Bár a számlabezáró ügyfelek magatartása trivialisnak tekinthető, de mégis nagyon erős indikátor, és így reaktív ügyfélmegtartás építhető rá.

Az ügyfelek megtartásáért tett erőfeszítések alkalmazásának fontossága a legjobban az ügyfélérték (*customer value, CV*) változásával szemléltethető. A 6. ábra a megtartott és forgalmi elvándorló ügyfelek szimulált ügyfélértékét, illetve az ügyfélértékek közötti

4. ábra

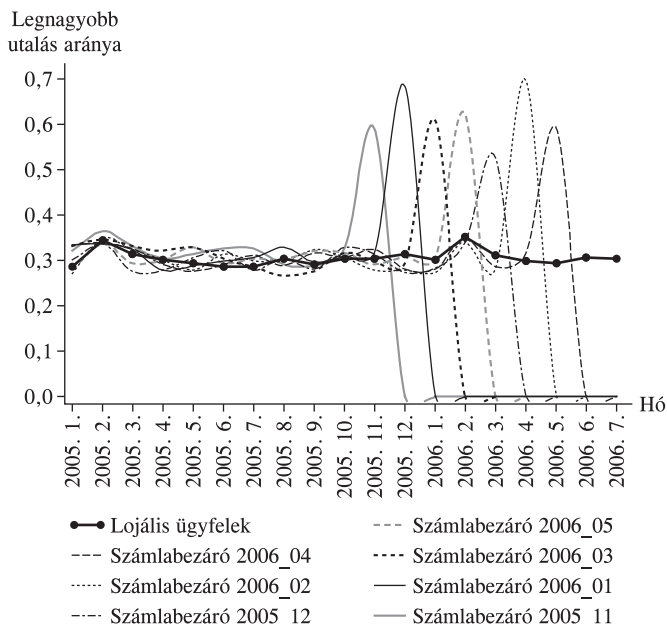
A forgalmi elvándorlók belső bejövő utalásainak alakulása



Forrás: Saját számítás.

5. ábra

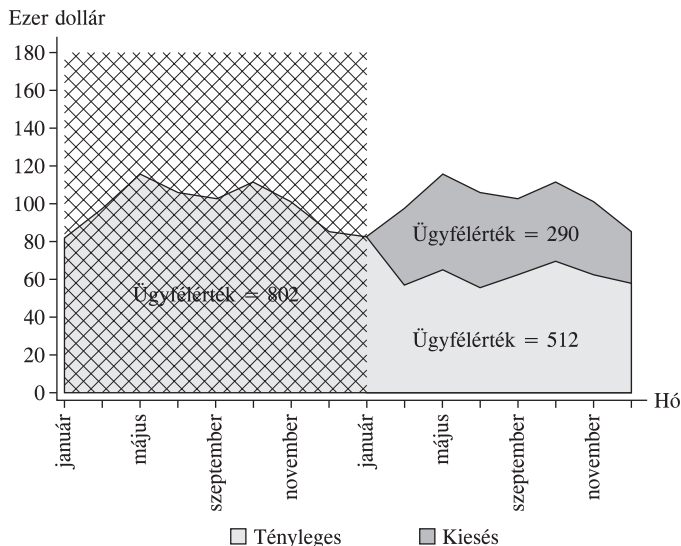
A számlájukat bezáró ügyfelek számlaforgalmának alakulása



Forrás: Saját számítás.

6. ábra

A megtartott és az elvándorolt ügyfelek ügyfélértéke (ezer dollár)



Forrás: saját számítás.

különbséget szemlélteti. Ha egy ügyfél ugyan nem zárja be a számláját, de forgalmát fokozatosan csökkentti, az ügyfélérték igen jelentősen csökkenhet.

A számlabezáró ügyfelek a kiugróan magas összegű utalások detektálásával, csak utólag ugyan, de könnyen azonosíthatók. A *forgalmi elvándorló ügyfelek azonosításához* szükség van annak definiálására, hogy egy ügyfél mikor minősül forgalmi elvándorló-nak. Az egyik legkézenfekvőbb megoldás az ügyfél havi számlaforgalmának vizsgálata. Ha például az ügyfél négyhavi számlaforgalmának átlaga az előző év hasonló időszaki átlagához képest a felére csökkent, az ügyfél nagy valószínűséggel forgalmi elvándorló. Szintén elvándorlásra utaló jel lehet, ha az ügyfél már nem az adott banktól utalja át az APEH részére havonta fizetendő forgalmi adót és a munkáltatói járulékat. A számlaforgalom elemzése helyett, illetve mellett részletes belső banki adatbázisok alapján vizsgálható lenne az is, hogy például az ügyfél egy adott negyedévben az előző negyedévhez képest milyen banki terméket hányszor vett igénybe. Bizonyos banki termékek, illetve szolgáltatások lemondása ugyanis felfogható elvándorlásra utaló jelként.

Belső banki adatbázisok alapján pontosan megszerkeszthető a bank vállalati ügyfeleinek pénzügyi tranzakciókon alapuló hálójája. A vevők és a szállítók hálójának hálózatelméleti és szimulációs módszerekkel történő vizsgálata révén pedig a hálózati kapcsolatok és az éleken menő forgalom alapján azonosíthatók a *veszélyeztetett és a potenciálisan elvándorló ügyfelek*. A szimulációk futtatásánál fontos alapfeltevés az, hogy ha egy ügyfél partnerei egy másik banknál koncentrálnak, akkor a versenytárs bank elhódíthatja az ügyfelet. Adott elvándorlási rátát feltételezve, és a korábban elvándorló vállalatokat véletlenszerűen vagy célzottan kiválasztva, elemezhető az is, hogy a következő néhány periódusban várhatóan hány vállalat hagyja még ott a bankot.

Ha egy vállalat egy elvándorló vállalat beszállítója, akkor nem fog elvándorolni, hiszen ebben az esetben partnere bankváltása nem jelent számára pótlólagos költséget. Ha azonban egy vállalat főbb termékeit egy elvándorló vállalttól szerzi be, azaz

erősen függő vevő, akkor partnere bankváltása pótlólagos költséget jelent számára. Az eddigi bankon belüli olcsóbb pénzügyi átutalások most bankon kívüliekké alakulnak át, és minden biztonnal lényegesen többé kerülnek, valamint hosszabb időt is vesznek igénybe. Emiatt feltételezhető például, hogy az első körben elvándorló vállalat szinte biztosan magával rántja az olyan partnerét, amely gyakorlatilag csak neki utalt pénzüsszegeket.

Egy vállalat nagy valószínűséggel (például 75 százalékos eséllyel) hagyja ott a bankot, ha a tranzakciónak döntő része az elvándorló vállalattal bonyolódott. A szimulációkban egy vállalat kis valószínűséggel (például 25 százalékos eséllyel) akkor hagyná ott a bankot, ha a kezdetben elvándorló vállalattal való összefonódása kevésbé volt szoros. Az adott vállalat biztosan nem vándorolna el, ha a kezdetben elpártoló vállalattal bonyolított tranzakciói az összes tranzakción belül kis arányt képviseltek. Ha a kezdeti elvándorlás következtében lesznek újabb elvándorló vállalatok, akkor a fenti iteráció kezdődik elől-ről, és egészen addig tart, amíg a következő körben már nincsenek újonnan elvándorló vállalatok.

A szimulációk következtében meghatározható tehát, hogy a kezdetben elvándorló ügyfelek hány másik ügyfelet ránthatnak magukkal. Az elvándorló vállalatok száma és a megszűnő élek súlyai alapján becslés adható arra is, hogy az adott feltevések mellett várhatóan mennyivel csökken a bank vállalati üzletágának jövedelemtermelő képessége. Természetesen figyelembe kell venni, hogy az elvándorlás miatt először csak forgalomcsökkenés figyelhető meg a partnervállalatok számláján. Amikor ugyanis a partnervállalatban tudatosan fő partnerének bankváltása, akkor idővel ő is bankot vált, de számláját nem zárja be azonnal. A végleges számlabezárás akár több mint egy évet is igénybe vehet.

Az elvándorlás számtalan feltevéssel operáló szimulációja mellett – a főbb versenytársak tranzakciós jutalékainak ismeretében – sor kerülhet akár annak vizsgálatára is, hogy vajon a vállalatok valóban a számukra legmegfelelőbb bankot, azaz a lehető legolcsóbb üzleti megoldást választották-e. Vajon ha a veszélyeztetett, illetve a potenciálisan elvándorló vállalatok bankot váltanának, mennyivel csökkennének a bankköltségeik? Még akkor is érdemes lenne-e az adott vállalatnak elvándorolnia, ha a bankváltásnak (nem elhanyagolható mértékű) költségei vannak? Szintén érdekes és szimulációk segítségével jól vizsgálható kérdés, hogy vajon különféle *megtartási ajánlatokkal* minimálisra szorítható-e az elvándorlás (például adott számú kedvező utalási lehetőség biztosításával).

Shevlin-Doyle-Sage [2004] felmérése alapján az *ügyfelek megtartásának legfontosabb tényezője* a bankfiókok kedvező fekvése és a pénzküldő automaták ügyfelek számára optimális elhelyezkedése. A fiókhálózat bővítése, illetve a pénzküldő automaták kiterjedt hálózatának fenntartása azonban rendkívül költséges. Az ügyfélmegtartás második legfontosabb tényezője az, hogy a bankváltás önmagában számos nehézséggel jár együtt, azaz magas a bankváltás költsége. A kanadai háztartások körében végzett felmérés során az ügyfelek megtartásának harmadik legfontosabb tényezője a bankok honlapjához kapcsolódik. Fontos ügyfélmegtartó tényező, ha a banknak a többi bank honlapjánál jobb a honlapja. Ehhez szorosan kapcsolódik az a tény, hogy már önmagában az online bankolás kedvezményes biztosítása az ügyfelek megtartásának fontos eszköze lehet (*Shevlin-Doyle-Sage* [2004]). Az online banki rendszereket használó ügyfelek ugyanis rendkívül lojálisak, és az elvándorlási valószínűségük nagyon alacsony. A kanadai háztartások körében végzett felmérés szerint az online rendszereket aktívan használó ügyfelek csupán 4 százaléka vándorolna el nagy valószínűséggel, míg a kizárólag offline rendszerekre támaszkodó ügyfelek 8 százaléka hagyja ott nagy valószínűséggel a közeljövőben a bankját.

Ügyfélérték meghatározása

Adott ügyfél megítélése, értékének meghatározása – az ügyfélérték cikluselmélete alapján – nem pillanatfelvételhez, hanem az ügyféllel kapcsolatos költségek és bevételek összesítéséhez köthető. Az ügyféllel kapcsolatos bevételek és költségek összesítése során azonban nem elégséges, ha kizárólag az adott ügyfél által igénybe vett szolgáltatások hozamát és ráfordítását vesszük számba. Előfordulhat ugyanis, hogy a bank nagyvállalati ügyfelének közvetlen hozama és ráfordítása alapján meghatározott ügyfélértéke relatíve alacsony. Különösen igaz lehet ez akkor, amikor erős versenypiaci környezetben a bankok jelentős kedvezmények nyújtására kényszerülnek a nagyvállalati szegmensben. Az alacsonyabb ügyfélértéket azonban növeli az, hogy a nagyvállalat „vonzáskörzetében” számtalan másik olyan vállalat lehet, amely igazodik a nagyvállalat bankválasztásához, és szintén a nagyvállalat fő számlavezető bankját választja saját bankjának. A nagyvállalat ügyfélértékének meghatározásakor fontos ezen, a nagyvállalat vonzáskörzetébe kapcsolódó vállalatok figyelembevétele is. Meg kell jegyeznünk, hogy tulajdonképpen az ügyfélérték klasszikus fogalmának kiterjesztéséről van szó.⁶

A vállalatok hálózati kapcsolatait is figyelembe véve, az ügyfélérték meghatározásának főbb paramétereit a számlavezetési szolgáltatás profitja, a kamatmarzs, a küldött és fogadott tranzakciók darabszáma és értéke jelentik. A küldött és fogadott tranzakciók kapcsán fontos hangsúlyozni, hogy míg a küldött tranzakciók után a banknak díjbevétele lesz, addig a fogadott tranzakciók esetében, amennyiben a pénz az ügyfél számláján marad hosszabb-rövidebb ideig, úgy az olcsó finanszírozási forrást jelent a banknak.

Banki szolgáltatások terjesztése

A hálózatelmélet módszertana lehetővé teszi, hogy elemezzük egy adott magatartás, köztük a banki szolgáltatások elterjedésének gyorsaságát. Egy adott szolgáltatás, például az internet- vagy a mobilbankolás elterjedésének gyorsaságát párhuzamba lehet állítani a járványterjedés gyorsaságával. Hasonlóan a járványok terjedéséhez a szolgáltatás időbeli elterjesztése, valamint a szolgáltatást nagy valószínűséggel használó ügyfelek köre is modellezhető.

A járványterjedés legegyszerűbb modelljében a hálózat szereplői kétfajta állapotban lehetnek (*Barthelemy és szerzőtársai* [2004]). Az egyiket potenciálisan fertőzhető (*S – susceptible*) állapotnak, a másikat fertőzött (*I – infected*) állapotnak hívjuk. Az adott modellkeretben természetesen a járvány terjedésének folyamata megfelel az *információ*

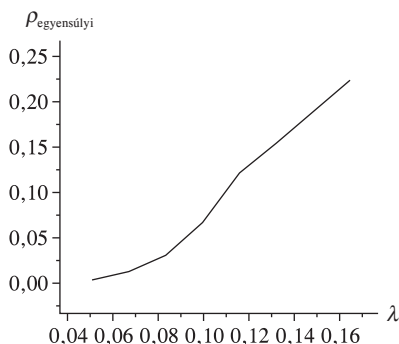
⁶ Egy példa alapján egyszerűen megérthető, hogy miért fontos a nagyvállalat kapcsolatainak számbavétele az ügyfélérték meghatározásakor. Tegyük fel, hogy a nagyvállalat egy másik fő számlavezető bankot választ. A nagyvállalat elvándorlása nemcsak a közvetlen ügyfélértékének kiesését jelenti, hanem azt is, hogy a hozzá kötődő vállalatok is elvándorolhatnak, és ezzel további bevételecsökkenést okozhatnak a banknak. Hasonlóan, ha egy kisebb, csillagszerkezetű kapcsolatrendszer – ezzel jellemezhető például a több tagvállalattól álló vállalatcsoportok, illetve azok a vállalatcsoportosulások, ahol a középpontban lévő vállalatnak a külföldi anyavállalat megadja, hogy mely banknál vezesse fő számláját, amelyet aztán a vállalat a beszállítótól is elvár – esetén a középpontban lévő vállalat bankot vált, vele együtt több másik vállalat is ugyanezt teszi. Az elvándorló középpont, figyelembe véve a további bankváltásokat is, tehát jóval nagyobb bevételkiesést jelent a banknak, mint amit elsőre gondolnánk. Természetesen, a másik oldalról közelítve, a hálózati relációk figyelembevétele nemcsak az elvándorlásnál, hanem az ügyfélszerzésnél is alapvető fontosságú. Egy-egy kiterjedt kapcsolatrendszerrel rendelkező nagyvállalat megszerzésére fordítandó maximális ráfordítás meghatározásakor a vállalat kapcsolatrendszerét ugyanúgy figyelembe kell venni. Az adott nagyvállalat más banktól való elcsábításakor a nagyvállalat bevőinek és szállítói-nak egy része is bankot válthat.

terjedése folyamatának, illetve egy magatartás, például egy banki szolgáltatás igénybevétele terjedési folyamatának. Barthelemy és szerzőtársai [2004] úgynevezett *SI* modelljében a járvány terjedését a tényleges terjedési ráta, a λ határozza meg. A λ terjedési ráta azt az időegységre jutó valószínűséget adja meg, amellyel a fertőzött *I* állapotban lévő csúcs a szomszédos *S* állapotban lévő csúcstól megfertőzi. Az *SI* modellnek számos kiterjesztése létezik. Ezek közül a legtöbbet az *SIS* és az *SIR* modelleket vizsgálták. Az *SIS* modell olyan terjedést ír le, amelyben a fertőzött csúcs meghatározott rátával, azaz időegységre jutó valószínűséggel ismét *S* állapotba kerül, míg az *SIR* modellben a fertőzött csúcs adott terjedési rátával immunissá, többé nem fertőzhetővé (*R* – removed) válik.

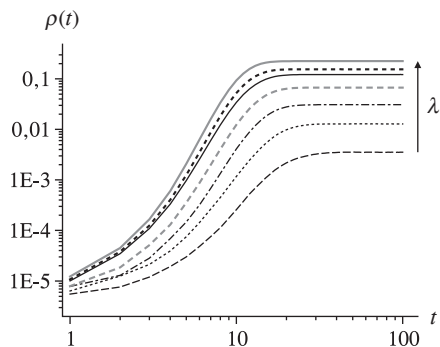
Az *SIS* modell vizsgálata rámutatott arra, hogy a skálafüggetlen hálózatokban egy kezdeti fertőzött magból a fertőzés tetszőlegesen kis terjedési ráta esetén is kiterjed a hálózat véges hányadára, és ez a fertőzés meg is marad a hálózatban. Kutatásunk során $\lambda = 0,05$ és $0,155$ értékei között mi is végeztünk futtatásokat. A 7. ábra a) részén a terjedési ráta függvényében ábrázoltuk a fertőzött csúcsok egyensúlyi sűrűségét, az ábra b) részén pedig az idő függvényében.

7. ábra

A fertőzött csúcsok egyensúlyi sűrűsége (skálafüggetlen hálózat)

a) λ függvényében

b) Az idő függvényében



Forrás: saját számítás.

Exponenciális hálózatokban a terjedés folyamata azonban más képet mutat. A λ egy kritikus értékénél a hálózatban megjelenő fertőzés idővel exponenciális lecsengést mutat. A kritikus érték felett pedig, ugyanúgy, mint a skálafüggetlen esetben, a fertőzés kiterjed a hálózat véges hányadára, ami az időben fenn is marad. A 8. ábra két részén jól megfigyelhető ez a jelenség. Egy kritikus λ érték alatt a hálózatból exponenciális sebességgel eltűnik a fertőzés, míg felette kiterjed. A helyzet akkor sem változik, ha irányított hálózat esetében⁷ a kimenő fokszám eloszlása exponenciális, a bemenő fokszám eloszlása pedig skálafüggetlen, hatványszerű lecsengésű. Kutatásunk során mi is ilyen hálózatokon vizsgáltuk a terjedés folyamatát.

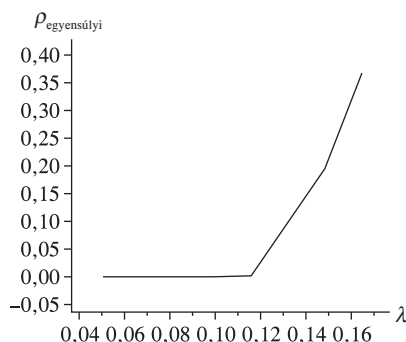
Az *SIS* modell vizsgálata kapcsán összefoglalóan elmondhatjuk, hogy a terjedési jelenségek szempontjából a skálafüggetlen hálózatok a fertőzés „melegágyai”.

A különböző járványterjedési modellekkel nemcsak maga a terjedés folyamata vizsgálható, hanem a terjedés sebességének és a hálózat topológiai jellemzőinek kapcsolata is.

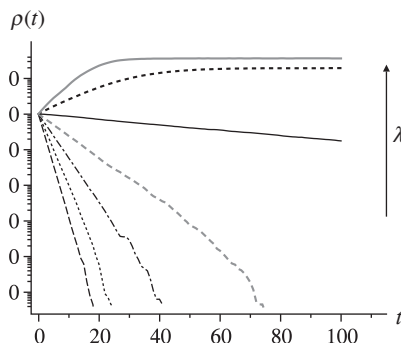
⁷ Irányított hálózatban a fertőzés csak meghatározott irányban terjedhet.

8. ábra

A fertőzött csúcsok egyensúlyi sűrűsége (exponenciális hálózat)

a) λ függvényében

b) Az idő függvényében



Forrás: Saját számítás.

Egy adott szolgáltatás elterjesztésének időbeli lefutása esetén a lényeges hálózati jellemzőket a hálózat fokszámeloszlása (*Pastor-Satorras-Vespignani* [2001]), asszortativitása (*Zhou-Fu-Wang* [2006]), illetve a klaszterezettsége (*Petermann-De Los Rios* [2004]) jelenti. A terjedés időbeli lefutása és a hálózat topológiája közötti összefüggéseket feltárva, meghatározhatók azok a tulajdonságok, amelyek hatékonyabbá, gyorsabbá tehetik a járvány vagy éppen egy szolgáltatás terjedését, vagy amelyek éppen gátolhatják ezeket.

Ha a járványterjedési modellek banki adaptációjakor feltesszük, hogy egy ügyfél a legfontosabb üzleti partnereivel megosztja a banki szolgáltatások kapcsán szerzett tapasztalatait, akkor egy szolgáltatás elterjesztéséhez elegendő lehet néhány fontos ügyfél megnyerése. Hálózatelméleti relációk alapján a fontos ügyfelek könnyen azonosíthatók, és a közvetlen értékesítés (direkt marketing) eszközével a szolgáltatás igénybevételére ösztönözhetőek.

Ügyfélszerzés és árazási stratégia

Új ügyfelek eléréséhez és megnyeréséhez három kulcstevékenység szükséges. Ezt a három kulcstevékenységet a lehetséges ügyfelek szegmentálása, kiválasztása és a megszerzésükhöz szükséges források biztosítása jelenti (*Lengyel* [2007]). A bankok esetében a szegmentálást profitalapon érdemes végezni; a banknak azt kell megvizsgálnia, hogy a lehetséges új ügyfél mennyire értékes a bank számára, és milyen összeget szabad költeni a megszerzésére.

A hálózatelméleti elemzési keret alkalmazásával lehetőség nyílik arra, hogy a bank azonosítsa azokat az ügyfeleket, amelyek megszerzésére a banknak érdemes pénzt áldoznia. Nevezetesen, ha egy, nem az *Y* bankhoz tartozó ügyfélnek sok *Y* bankhoz tartozó partnere van, akkor érdemes lenne neki nyitni egy számlát az *Y* bankban is. A hálózati relációk vizsgálatán alapuló ügyfélszerzés lehetséges módját az jelentheti, hogy a bank az adott ügyfelet egyik lojális, az *Y* banknál számlát vezető partnerén keresztül megkeresi, és kedvező konstrukciót ajánl neki.

Az ügyfélszerzés kapcsán kiemelt szerep jut a kapcsolati hálóban központi szerepet betöltő, számos másik céggel bizalmi viszonyban álló vállalatoknak. Ilyen vállalatnak tekinthetők például a könyvelőcégek, az ügyvédi irodák vagy a tanácsadó cégek, amelye-

ket számos formális és informális kapcsolat fűz a vállalati ügyfélkör sok tagjához. *Butler–Durkin* [1998] cikkében – a felmerülő problémák mellett – rendkívül jól rávilágít arra, hogy a könyvelők valójában milyen fontos közvetítői szerepet töltenek be a bank és a kisvállalatok között. A lényeges információkat közvetítő könyvelőcégek, ügyvédi irodák és tanácsadó cégek, helyzetükből adódóan, fontos szerepet játszhatnak abban, hogy a velük bizalmi viszonyban álló vállalatok mely bankot választják.

A hálózatelméleti relációk figyelembevétele alapján számos, a banküzem szempontjából szintén alapvető, főként ügyfélszerzéshez köthető *árazási kérdés* is vizsgálható. A legfontosabb kérdések közül ki kell emelni, hogy vajon egy bank a tranzakciós díjak milyen struktúrája mellett képes a többi banktól ügyfeleket elhódítani. Létezik-e egy olyan, többé-kevésbé egységes, könnyen átlátható optimális díjstruktúra, amikor is az újabb ügyfelek megszerzésének köszönhető jövedelemnövekedés magasabb, mint a pótlólagos emberi és anyagi erőforrások lekötése miatti jövedelemcsökkenés? Hasonlóan lényegbevágó kérdés, hogy újabb ügyfelek megnyerése érdekében vajon melyik vállalati szegmensben érdemes célzott marketingkampányt indítani. Jól körülhatárolható-e egy adott iparág vagy méret szerinti vállalatcsoport?

A vállalati ügyfélportfólió stabilitása

A klasszikusnak tekinthető banküzemi problémák mellett a hálózatelmélet másik fő lehetséges alkalmazási területe a *vállalati ügyfélportfólió stabilitásának méréséhez*, azaz egy vállalat bezárásának, illetve egy iparág recessziójának a portfólió többi szereplőjére és a bankszektorra gyakorolt hatásának feltérképezéséhez kapcsolódik. A portfólió ilyenfajta kockázatának mérése hasznos lehet banki *stresszteszt* lefuttatásánál, illetve kalibrálásánál is. Általánosságban, a stresszteszt futtatásának célja az, hogy a pénzügyi intézmény a kivételes, de bizonyos valószínűséggel bekövetkező eseményekkel szembeni sebezhetőségét mérje, és a lehetséges veszteségének nagyságát számszerűsítse. A Bázeli Bankfelügyeleti Bizottság hitelkockázat kezeléséről szóló ajánlása⁸ három területet javasol kiemelt vizsgálatra, amely közül az egyik a gazdasági vagy ágazati válságok területe. Az a terület, ahol a hálózatelemzési keret is hasznos lehet. Fontosnak tartjuk megjegyezni, hogy a portfóliókockázat hálózatelméleti vizsgálata a korrelációnak mint a portfóliókockázat egyik mértékének egy lehetséges alternatívája.

A hálózatelméleti alapfogalmak bemutatása kapcsán láthattuk, hogy a *hálózat struktúrája egyben meghatározza a hálózat szerkezeti stabilitását*, dinamikus viselkedését, illetve a sérülékenységet. Az exponenciális hálózat sérülékenyebb, pontjainak (amelyek lehetnek akár a vállalatok is) meghibásodása esetén a hálózat könnyen széttöredezhet különálló szigetekre, ami jelentősen csökkentheti a hálózat hatékonyságát. A skálafüggetlen hálózatok azonban rendkívül ellenállóak, az ilyen hálózatból jelentős számú pont véletlenszerűen eltávolítható anélkül, hogy a hálózat szétesne (*Albert–Barabási–Jeong* [2000]).

A szakirodalomban egy bank vállalati ügyfélportfóliójának topológiáját leíró, valós adatokon nyugvó tanulmányt nem találtunk. A bank vállalati ügyfélportfóliójának topológiájára bizonyos iparágak vevő–szállító hálózataink topológiájából tudunk következtetni. Ennek alapján feltételezhető, hogy a vállalatok hálózatának fokszáma skálafüggetlen eloszlást mutat; nem elhanyagolható számban vannak olyan vállalatok, melyek kimagaslóan nagyszámú vállalati partnerrel rendelkeznek. A vevő–szállító kapcsolatok kapcsán skálafüggetlen hálózatra példaként az indiai autóalkatrész-gyártó szektor vevő–szállító

⁸ Principles for the Management of Credit Risk, BIS, September 2000.

hálózata említhető, amelyről *Parhi* [2005] állapította meg, hogy fokszámoszlása skálafüggetlen. A bankok közötti nagy összegű átutalásokról, illetve a bankközi betét- és hitelügyletek által alkotott hálózatokról szintén számos kutató állapította meg a skálafüggetlenséget. Skálafüggetlen fokszámoszlást mutat az osztrák bankok (*Boss és szerzőtársai* [2004]), az Egyesült Államok kereskedelmi bankjai (*Soramäki és szerzőtársai* [2006]) és a japán bankok által alkotott hálózat is (*Inaoka és szerzőtársai* [2004]). Hasonlóan az autókalkatrész-gyártáshoz, a bankközi hálózatok is egyfajta vevő–szállító hálózatnak tekinthetők, és a vállalathálózat egy szűkebb szegmensét jelentik.

A hálózatelmélet vívmányainak köszönhetően a vállalati ügyfélháló főbb hálózati jellemzőinek vizsgálata révén elemezhető a hálózat egészének sebezhetősége és stabilitása. Ehhez a vállalati ügyfélháló csóddal, illetve csódsorozattal szemben mutatott ellenálló képességét kell mérni. Fontos kiindulópontként szolgálhat, hogy egy hálózat tudatos támadással, illetve véletlen meghibásodással szembeni ellenálló képessége megítélhető például a fokszámoszlás (*Albert–Barabási–Jeong* [2000]) és a klaszterezettség függvényében (*Crucitti és szerzőtársai* [2002]).

Egy nagyvállalat bezárásának hálózati hatásai

Egy nagyvállalatot legalább *két okból zárhatnak be*: vagy azért mert a *csőd* szélén áll, vagy azért, mert a vállalat tulajdonosai úgy döntenek, hogy a vállalat tevékenységét megszüntetik vagy éppenséggel más, a magyarországinál alacsonyabb munkaerő-költségű országban folytatják tovább. A teljesség igénye nélkül az előbbire példaként szolgálhat a DAM Steel diósgyőri kohászat 2003-as *csődje*, a kétmilliárd forintos tartozást felhalmozó Zalahús Rt. 2005. évi felszámolása, a Budapesti Értéktőzsdén 14 évig jelenlévő szombathelyi Styl Ruhagyár Rt. *csődje* vagy éppen a hazai vegyipar egyik zászlóshajójának tartott Nitrokémia 2000 Kft., amely nem is olyan régen a londoni tőzsrére készült. Szintén a közelmúltban, 2006 végén jelentett csődöt a legnagyobb hazai malátagyár, az Albadomu. A közel hétmilliárdos tartozást felhalmozó cég mindaddig nem fizetett az árpáért a beszállítóinak (*FOE* [2007]).

A *magyarországi tevékenység megszüntetésére* és ennek következtében egy 3700 főt foglalkoztató gyár bezárására példaként a székesfehérvári IBM esetét érdemes megemlíteni. A vállalat a merevlemezpiacon tapasztalható recesszióra hivatkozva vonult ki 2003-ban Magyarországról (*Dóra–Hajnal* [2002]). A világ második számú élelmiszer-ipari birodalma a Kraft Foods – a budapesti üzem alacsony kapacitáskihasználtságára és alacsony piaci hatékonyságra hivatkozva – 2004-ben zárta be magyarországi kávé- és édesipari üzemét. A vállalat a kávétermelést a bécsi gyárába, míg az édesipari üzem termelését a pozsonyi gyárba helyezte át (*Ezentúl külföldről...* [2004]). Az Opten Kft. adatai szerint 2006-ban összességében 21 500 cég szűnt meg, melyből 9200 céget felszámoltak, ami nemcsak abszolút értelemben rekord, de a működő vállalkozások arányában is az eddigi legmagasabb (*FigyelőNet* [2007]).

Egy nagyvállalat csődje számos *negatív gazdasági folyamatot* indíthat be. A nagyvállalat *vevőinek* új, az adott terméket és szolgáltatást nyújtó vállalat után kell néznie, hiszen a korábbi kapcsolatuk megszűnt. Ez mindenképpen többletköltséggel jár a vevő számára. Ezzel párhuzamosan a nagyvállalatnak való kiszolgáltatottság függvényében a *beszállító vállalatok* piaca vagy piacának egy része megszűnhet. Ennek következtében előfordulhat, hogy a beszállító is pénzügyi nehézségekkel fog küzdeni, és nem lesz képes a saját beszállítóival szembeni kötelezettségét teljesíteni. Hasonló helyzet állt elő például Székesfehérvárott 2005 tavaszán, amikor is összesen mintegy 40–50 építőipari vállalkozás került csőd és felszámolás közeli helyzetbe. A csódsorozat kiváltó oka az volt, hogy egy

időben két társasház építésénél is pénzügyi elszámolási problémák adódtak a beruházó, a generálkivitelező és alvállalkozók között. A vállalkozók szerint az egyik társasház generálkivitelezőjének tartozása, 750 millió–1 milliárd forint közötti lehetett (B. Tóth [2005]).

A beszállítók mellett a csőd a nagyvállalat *hitelezőire* is kihathat, és szélsőséges esetben a nagyvállalat csődjé továbbterjedhet a vállalatot finanszírozó intézményekre is. Mivel a bankok egy ügyféllel szembeni kitettsége korlátozott, egy nagyvállalat csődjé nem vezetne a bank csődjéhez, viszont számottevő veszteséget generálhat a bank számára. Ez különösen igaz abban az esetben, amikor a nagyvállalat csődjé maga után vonja beszállítói és hitelezői fizetéseképtelenségét is.

Annak vizsgálata, hogy vajon milyen közvetlen és közvetett folyamatokat indít el egy hálózatos gazdaságban, ha egy nagyobb vállalat megszűnési tevékenységét, a vevők és a szállítók alkotta vállalati ügyfélportfólió megszerkesztését és hálózatelméleti módszerekkel történő elemzését teszi szükségessé. Egy nagyvállalat csődjé ugyanis nemcsak a bank és a vállalat kapcsolatára van hatással, hanem érinti a nagyvállalat közvetlen és közvetett üzleti partnereit és azok egymás közötti kapcsolatait is.

Iparági recesszió hálózati hatásai

Egy gazdaságban nemcsak egy vállalatot érhet sokk, hanem akár egy egész iparágat. Ez az iparág lehet például az építőipar vagy a textilipar. A Coface Hungary elemzése alapján a 2005-ben feljegyzett 6305 fizetéseképtelenségi eljárás több mint negyede az építőipari kivitelezési ágazatot érintette. Ezt követte az üzleti szolgáltatások ágazata, majd 20 százalékos körüli értékkel a nagykereskedelem, illetve a kiskereskedelem következett. A turizmus, vendéglátás adta a fizetéseképtelenségi eljárások 9 százalékát. Az adott szektorban működő vállalkozások számának figyelembevételével a fizetéseképtelenségi eljárások aránya a húsfeldolgozásban (6 százalék), a textiliparban (5,7 százalék), illetve az építőiparban (4 százalék) volt a legmagasabb (Napi Online [2006]).⁹

Az iparági dekonjunktúra *csökkenti a vállalatok árbevételét és nyereségességét*. A vállalatok egy része akár fizetéseképtelenné is válhat, ami további vállalatok – a vállalat beszállítóinak – fizetéseképtelenségét is generálhatja. A dominóhatás valószínűsége és súlyossága a *kezdeti sokk nagyságának és a hálózat topológiájának függvénye*. A hálózati topológia szerepét jól mutatja például a speciális hálózati motívummal leírható *körbetartozások* esete.¹⁰ A körbetartozások miatt, főként az építő- és szerelőiparban, már a múltban is számtalan esetben következett be tömeges csőd. Szakértői becslések alapján az építő- és szerelőiparban a körbetartozások jelenleg mintegy 100 milliárd forintot tesznek ki (Vigh [2005]).

Az adott iparágbeli recesszió amellest, hogy a vállalatok árbevételének és nyereségességének csökkenéséhez vezet, a *bankok nyereségességét is rontja*. Különösen igaz ez azokra a bankokra, amelyek esetében a bank jelentős szerepet vállal az adott szektorhoz tartozó cégek finanszírozásában. Izgalmas kutatási kérdés, hogy miként rendeződne át a hálózati kapcsolódások egy bank vállalati ügyfélportfóliójában, illetve a gazdaság egészében, ha egy iparágat recesszió sújtana. Ennek elemzése, hogy mindez hogyan befolyásolja a bankok jövedelemtermelő képességét, szintén alapvető fontosságú.

⁹ A gyakran a nehéz helyzetben lévő szektorok között emlegetett kereskedelem és vendéglátás, illetve mezőgazdaság fizetési nehézségek szempontjából átlagosnak tekinthető. A ritkán idézett gép- és faipar azonban – különösen a kisebb, kevésbé ismert cégek gondjai miatt – az országos átlagnál jóval nehezebb helyzetben van.

¹⁰ A hálózati motívumok kapcsán lásd például Milo és szerzőtársai [2004].

Hálózati almintá

Létezik még egy gyakorlati jelentőségű, módszertani érdekességnek tekinthető alkalmazási terület is. A hálózatelmélet egyik érdekes, számos kihívást magában rejtő *módszertani problémája*, hogy vizsgálható-e egyáltalán a hálózat mintavételes eljárással. Mennyire ellentétes a mintavételezés a hálózati megközelítés alapötletével? Megbecsülhető-e egyáltalán, hogy minimum mekkora hálózati almintának kell a rendelkezésünkre állnia, hogy az egész vállalati ügyfélhálóra érvényes következtetéseket tudjunk levonni?

A *szociológiában* a hálózati mintavételezés kérdésével foglalkozik *Granovetter* [1976] heves vitát kiváltó cikke. A szerző az emberek közötti átlagos kapcsolatszámot próbálja meg mintavételezés révén megbecsülni, illetve a kapcsolati háló sűrűségére ad egy közelítő eljárást. A *fizikusok* az internet topológiájának feltérképezésekor hívják segítségül a hálózati mintavételezést. Az úgynevezett *traceroute* jellegű mintavételezés lényege, hogy az interneten nyomon kell követni az egy adott pontból egy másik pontba küldött csomag útját. Ha egy adott pontból kellően sok célpontba küldünk csomagokat, akkor kaphatunk egy mintát a hálózatból.¹¹ Egyáltalán nem biztos azonban, hogy ez a minta tükrözni fogja az eredeti hálózat tulajdonságait.

Módszertani szempontból előrelépést jelentene, ha vizsgálni tudnánk, hogy egy banki ügyfélkör kizárólag bankon belüli utalásaiból felépülő hálójának topológiai tulajdonságai milyen mértékben térnek el attól a hálózattól, amit úgy szerkesztünk meg, hogy a bankon kívüli utalásokat is figyelembe vesszük. Vajon a topológiában ugyanilyen irányú és léptékű változások következnenek be akkor, ha több bank ügyfeleinek vagy akár a gazdaság valamennyi szereplőjének egymás közötti utalásait vizsgálnánk? Párhuzamba állítható-e egymással a hálózat kétfajta bővítése (a banki ügyfélkör bankon belüli utalásai alapján megszerkesztett háló bővítése az ügyfelek bankon kívüli utalásaival *versus* egy adott banki ügyfélkör utalásainak bővítése más bank ügyfélkörének utalásaival)? A hálózati mintavételezés problémája természetesen nemcsak módszertanilag érdekes, hanem fontos az üzleti élet szempontból is, hiszen egy-egy bank a vállalatok hálójának egészéből csak egy mintát lát.

*

A rövid hálózatelméleti bevezetőt követően írásunkban arra törekedtünk, hogy a szociológiában, a fizikában, illetve a biológiában széles körben *elterjedt hálózatelméleti módszertan lehetséges banki alkalmazási területeit* ismertessük. A cikkben számos ötletet vetettünk fel. Célunk mindezzel az volt, hogy felhívjuk a figyelmet a hálózatelmélet üzleti alkalmazásainak lehetőségére és értékteremtő szerepére.

Írásunkban két olyan területet azonosítottunk, ahol a bankoknak érdemes a hálózatelméleti elemzési keretet segítségül hívniuk. Az *első* alkalmazási terület klasszikusnak tekinthető banküzemi problémákhoz kapcsolódott, amelynek keretében olyan banküzemi kérdésekre kerestük a választ, mint melyek a bank veszélyeztetett, illetve potenciálisan elvándorló ügyfelei, maximum mennyit érdemes áldoznia a banknak egy új ügyfél megszerzésére, vagy hogy milyen módon lehet bizonyos banki szolgáltatásokat hatékonyan elterjeszteni. Emellett foglalkoztunk az ügyfélérték meghatározásának, illetve bizonyos árazási kérdéseknek a problémájával is. A *második* alkalmazási terület a vállalati portfólió stabilitásának méréséhez, azaz egy vállalat csődjének, illetve egy iparág recessziójának a portfólió többi szereplőjére és a bankszektorra gyakorolt hatása feltérképezéséhez kapcsolódott.

¹¹ A témához kapcsolódóan lásd például az ETOMIC (European Traffic Observatory Measurement Infrastructure) honlapját: <http://www.etomic.org/>.

Hivatkozások

- ALBERT, R.–BARABÁSI, A.-L.–JEONG, H. [2000]: Attack and Error Tolerance of Complex Networks. *Nature*, Vol. 406. 378–382. o.
- ALBERT, R.–BARABÁSI, A.-L. [2002]: Statistical Mechanics of Complex Networks. *Reviews of Modern Physics*, Vol. 74, 47–97. o.
- A. T. KEARNEY, INC. [2004]: Banks Shift Gears in Drive for Top-Line Growth: Focus Turns to Customers in the Financial Services Industry. ATKEARNEY publications and online articles. Letöltve: http://www.atkearney.com/shared_res/pdf/Banks_Shift_topLine_Growth_S.pdf. 2006. november 11.
- BARABÁSI ALBERT-LÁSZLÓ [2003]: Behálózza. Magyar Könyvklub, Budapest.
- BARABÁSI, A.-L.–ALBERT, R.–JEONG, H. [1999]: Mean-field Theory of Scale-Free Random Networks. *Physica A*, Vol. 272, 173–187. o.
- BARTHELEMY, M.–BARRAT, A.–PASTOR-SATORRAS, R.–& VESPIGNANI, A. [2004]: Velocity and Hierarchical Spread of Epidemic Outbreaks in Scale-Free Networks. *Physical Review Letters*, Vol. 92. No. 117. 178701.1-178701. 4. o
- BOSS, M.–ELSINGER, H.–SUMMER, M.–THURNER, S. [2004]: The Network Topology of the Interbank Market. *Quantitative Finance*, Vol. 4. No. 6. 677–684. o.
- BUTLER, P.–DURKIN, M. [1998]: Relationship Intermediaries: Business Advisers in the Small Firm-Bank Relationship. *International Journal of Bank Marketing*, Vol. 16. No. 1. 32–38. o.
- B. TÓTH MÁTÉ [2005]: Csőddömping Székesfehérváron. *Napi Gazdaság*, április 4.
- CRUCITTI, P.–LATOR, V.–MARCHIORI, M.–RAPISARDA, A. [2002]: Efficiency of Scale Free Networks: Error and Attack Tolerance. e-print cond-mat/0205601.
- DÓRA MELINDA TÜNDE-HAJNAL LÁSZLÓ [2002]: A General Electric jön, az IBM megy. *Magyar Hírlap Online*. 2002. október 25. Letöltve: <http://www.magyarhirlap.hu/cikk.php?cikk=57827>. 2007. január 23. 13 óra 58 perc.
- ERDŐS PÁL–RÉNYI ALFRÉD [1959]: On Random Graphs. *Publicationes Mathematicae Debrecen*, 6. 290–297. o.
- EZENTÚL KÜLFÖLDRŐL... [2004]: Ezentúl külföldről jön a Piros Mogyorós. *Napi Gazdaság*, 2004. január 29. Letöltve: <http://index.hu/gazdasag/magyar/kraft040129/>. 2007. január 23. 14 óra 7 perc.
- FIGYELŐNET [2007]: 2006: a felszámolások éve. *FigyelőNet*, 2007. január 2. Letöltve: http://www.voks2006.hu/kkv/0701/2006_felszamolasok_eve_152543.php. 2007. január 23. 18 óra 57 perc.
- FOE [2007]: Felszámolók és Vagyonfelügyelők Országos Egyesülete, Sajtófigyelő 2005, 2006 és 2007. Letöltve: <http://foe.hu/taxonomy/term/8+40+38+34+10+9>. 2007. január 23. 12 óra 41 perc.
- GRANOVETTER, M. [1976]: Network Sampling: Some First Steps. *American Journal of Sociology*, Vol. 81. No. 6. 1287–1303. o.
- INAOKA, H.–NINOMIYA, T.–TANIGUCHI, K.–SHIMIZU, T.–TAKAYASU, H [2004]: Fractal Network Derived from Banking Transaction – An Analysis of Network Structures Formed by Financial Institutions. *Bank of Japan Working Papers No. 04-E-04*. April 2004.
- JAKSITY GYÖRGY [2003]: A pénz nyughatatlan természete. Előadás 2003. szeptember 29-én a Mindentudás Egyetemén. Letöltve: http://www.mindentudas.hu/jaksity/20030929_jaksity21.html. 2005. március 22. 14 óra 24 perc.
- LENGYEL SÁNDOR [2007]: Ügyfélkapcsolatok kezelése. Letöltve: <http://www.erg.bme.hu/szakkepzes/4felev/ugyfkezelese.pdf>. 2007. január 22. 13 óra 12 perc.
- MILO, R.–ITZKOVITZ, S.–KASHTAN, N.–LEVITT R.–SHEN-ORR, S.–AYZENSHTAT I.–SHEFFER, M. & ALON, U. [2004]: Superfamilies of Evolved and Designed Networks. *Science*, Vol. 303. No. 5663. 1538–1542. o.
- NAPI ONLINE [2006]: Több a fizetéképtelen cég. Csőd Magyarországon. Ki van a legrosszabb helyzetben? *Napi Online*, 2006. január 12. 09:47. Letöltve: <http://www.napi.hu/default.asp?cCenter=article.asp&nID=276965>. 2007. január 23. 19 óra 41 perc.
- NEMESLAKI ANDRÁS [2005]: E-business modellek a vevőcsatorna menedzselésére. Megjelent: E-business üzleti modellek. Adecom Kommunikációs Szolgáltató Kft. Budapest.

- NEWMAN, M. E. J. [2003]: The Structure and Function of Complex Networks. *SIAM Review*, Vol. 45.167–256. o.
- PARHI, M. [2005]: Dynamics of Inter-Firm Linkages in Indian Auto Component Industry: A Social Network Analysis. DRUID Winter Conference, január.
- PASTOR-SATORRAS, R.–VESPIGNANI, A. [2001]: Epidemic Dynamics and Endemic States in Complex Networks. *Physical Review E*, Vol. 63. No. 6. 066117.
- PETERMANN, T.–DE LOS RIOS, P. [2004]: Role of Clustering and Gridlike Ordering in Epidemic Spreading. *Physical Review E*, Vol. 69. 066116.
- SHEVLIN, R.–DOYLE, B.–SAGE, A. [2004]: Online Bankers: Canadian Banks' Best Customers. Forrester Research. 2004. október 5.
- SORAMÄKI, K.–BECH, M. L.–ARNOLD, J.–GLASS, R. J.–BEYELER, W. E. [2006]: The Topology of Interbank Payment Flows. Federal Reserve Bank of New York, Staff Report No. 243. március.
- STAEELIN, R. [2005]: Acquiring, Developing and Retaining Profitable Customers with Analytical CRM. E-Finance Lab Frankfurt am Main előadás, Frühjahrstagung 2005, Kundenmanagement in der Finanzdienstleistungsindustrie, 2005. február 17. Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt. Az előadás letölthető: http://www.efinance-lab.de/events/conf/archive2005/tagung_02_2005/ppt_staelin.pdf.
- VIGH GYÖRGY ZSOLT [2005]: Felszámolási hullám várható az év hátralévő részében. *Napi Gazdaság*, április 7.
- WATTS, D. J.–STROGATZ, S. H. [1998]: Collective Dynamics of 'Small-World' Networks. *Nature*, 393. 440–442. o.
- ZHOU, T.–FU, Z.–WANG, B. [2006]: Epidemic Dynamics on Complex Networks. *Progress in Natural Science*, Vol. 16. No. 5. 452–457. o.