

MÓCZÁR JÓZSEF

Arrow–Debreu-modell és a Kornai-kritika harminc év után

Több mint harminc év telt el Kornai János *Anti-equilibrium* című könyvének megjelenése óta. Ez volt az első mű a nemzetközi irodalomban, amely átfogóan bírálta az általános egyensúlyelméletet, mégpedig Debreu értékelméletén és az Arrow–Debreu-modellen keresztül. A kritikára legélesebben Frank H. Hahn reagált, amire Kornai – fenntartva korábbi bírálatainak többségét – a közelmúltban megjelent önéletrajzában tért vissza. E cikkben elmélettörténeti előzményekkel együtt rekonstruáljuk a Kornai–Hahn-vita főbb pontjait, és megvizsgáljuk a kritikák és ríposztok érvényességét. Látni fogjuk, hogy a legújabb közgazdasági elméletek nem mindenben igazolták Hahn ellenvetéseit.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: B2, C62, D51, D52.

A modern egyensúlyelmélet axiomatikus analízise, Gerard Debreu *Theory of Value* című műve ugyan nem tárgyalta kifejezetten Walras modelljét, de ez nem jelenti azt, hogy a szerző ne foglalkozott volna a Walras nyomán kialakult általános egyensúlyelmélettel is, mégpedig, egy bourbakistához illően, megfelelő matematikai szigorral. Kenneth Arrow-val írt cikke (*Arrow–Debreu* [1954/1979]) *Wald* majd *Neumann modelljére* is „redukálható” versenyzői egyensúly egzisztenciájára adott bizonyítást egy általános és absztrakt modellben, és ami egy közel 200 éves vita „lezárását” is jelentette. A modell óriási pályát futott be. A 20. század második felében adott kiterjesztései vizsgálják az externáliákat a fogyasztásban és a termelésben, a növekvő hozadékot, a sztochasztikus preferenciákat, a bizonytalanságot, a tranzakciós struktúrákat, az információs költségeket, a pénzt stb. A világ szinte valamennyi közgazdásza ismeri, használja és tanítja valamilyen szinten, így aztán megdöbbenéssel olvassuk *Weintraub* [2002] legújabb könyvében, hogy milyen viharos előzmények után jelent meg, illetve megjelenését követően is milyen viharos támadások érték. A cikk megjelentetésével szembeni tartalmi bírálatok ugyan nem teljesen világosak *Weintraub*-nál, de újabb megalapozott kritika is napvilágot látott *Baumgärtner* [2005] tanulmányában, *Petri–Hahn* [2002] pedig a legújabban feltárt problémákat szerkesztette egy kötetbe, s a hazai irodalom is megkérdőjelezi feltevéseit (*Zalai* [2000]).

A cikk lektorait az *Econometrica* akkori társszerkesztője, Nicholas Georgescu-Roegen jelölte ki, mégpedig William Baumol (Princeton Egyetem közgazdasági tanszék) és Cecil Glenn Phipps (Florida Egyetem matematika tanszék) személyében. Baumoltól a modell közgazdasági bírálatát,

* A szerző ezúttal is megköszöni *Kornai Jánosnak*, *Zalai Ernőnek* és *Kondor Györgynek* a tanulmány korábbi változataihoz fűzött értékes észrevételeiket és javaslataikat. Köszönet illeti *Martinás Katalint* és *Csekő Imrét* a technikai, *Csizmadia Sándort* a tudományfilozófiai kérdések tisztázásáért, valamint e cikk lektorát is javaslataiért. A cikkben foglaltakért a teljes felelősség természetesen egyedül a szerzőé.

Phippstől pedig az érvelés alapos matematikai ellenőrzését várták, de Baumol a Nash-tétel bővebb kifejtését és matematikai jelölések helyesbítését kérte a szerzőktől, míg Phipps, rendkívül kritikusan, a közgazdasági feltevések elvontságát kifogásolta. Ennél is fontosabb azonban, hogy míg Baumol a javítások után javasolta a cikk megjelentetését, addig Phipps csak alapos revízió után. A cikket szinte változatlan formában 1954 nyarán közölte az *Econometrica*. 1954. szeptember 18-án Phipps levelet küldött Robert Strotzknak, az akkori főszerkesztőnek, amelyben erőteljes nemtetszésének adott hangot a cikk megjelentetése miatt, és részletesen kifejtette aggályait a modell közgazdasági feltevéseivel kapcsolatban. Ez utóbbit szerette volna a „szerkesztőnek küldött levél” formájában megjelentetni az *Econometricában*, de az akkori szerkesztőbizottság – a tagonként hozott értékelések összesítéseként – kérését elutasította. A részletekről izgalmas összefoglaló olvasható *Weintraub* [2002]-ben. Szempontunkból most az érdekes, hogy sem *Kornai* [1971] kritikája, sem *Hahn* [1973] cikke még csak említést sem tett a fentiekről, különösen nem a Phipps által felvetett közgazdasági „problémákról”, ami érthető, hiszen a lektori vélemények jó hosszú ideig bizalmas státust élveznek.

Mindez elegendő okot adhat arra, hogy ismét elővegyük Kornai János *Anti-equilibrium* című könyvét, és megvizsgáljuk kritikáit a jelen perspektívájából. A bírálatok közül azért emeltük ki Kornaiét, mert nála érződik a legjobban az építő közgazdasági közelítés, miközben elegáns hozzáértéssel kezeli a matematikai háttérrel is, és mert a kritikái mellett körvonalazódik könyvében egy, a valós jelenségeket jobban közelítő *leíró disequilibriumi modell* is. Sőt, a közgazdasági elméletben, az 1990-es években egyre jobban látható *nonequilibrium* paradigmaváltás ezt indokolttá is teszi.

A disequilibrium-iskola mint elméleti közgazdasági iskola ma is jelen van a kutatásokban, jöhetnek néha más néven (például *Benassy* [2005], de *Punzo* (szerk.) [2001] kötet több tanulmánya is foglalkozik a disequilibrium jelenségével konkrétan a schumpeteri dinamika modern tárgyalásában, például a Tokió Egyetem professzora, *Iwai* [2001] evolúciós modelljében vizsgálja a disequilibrium jelenségét). A nonequilibriumi iskola pedig az 1980-as évek végétől jelent igen markáns áramlatot a közgazdasági elméletben, amely a disequilibriumi iskola egyféle kiterjesztéseként is tekinthető. Míg a disequilibriumi iskola főleg az árupiacra fejtette ki elméletét, addig a nonequilibrium iskola már a pénzpiacot, az értékpapírpiacot, a munkaerő-piacot stb. is bevonta vizsgálataiba. Az utóbbi iskola főbb jellegzetessége, hogy a gazdaság viselkedését az egyensúlyon kívüli állapotában vizsgálja, ami nem idegen Kornai „aszimmetrikus piaci állapotaitól”, ha azokat megfelelő dinamikába helyezzük. Eszköztára a nemlineáris dinamikus modellek vizsgálatára alkalmas matematikai elméleteket, tételeket tartalmazza. Legjelesebb képviselői: R. H. Goodwin, R. H. Day, K. Nishimura, J. Benhabib, T. Ito, C. Chiarella, M. Yano stb.

Kornai kritikája az *általános egyensúlyelméleti iskolát* kifejezetten Debreu klasszikus értékelméletén és az Arrow–Debreu-modellen keresztül célozta meg (vö. *Kornai* [1971] 39. o.), ezért itt most eltekintünk az általános egyensúlyelmélet más konkrét modelljeitől, így *McKenzie* [1954]-től is. Először röviden vázoljuk magát az Arrow–Debreu-modellt, közvetlen előzményeivel, nevezetesen *Wald* [1933–1934] termelésre és cserére vonatkozó modelljeivel együtt. Megmutatjuk, hogy az Arrow–Debreu-modell, eltérően *Wald* modelljeitől, összefüggő rendszert ad a termelésre és fogyasztásra, és figyelembe veszi a jövedelmek körkörös áramlását is.

Kornai kritikáját követően az általános egyensúlyelmélet hívei természetesen nem maradtak szótlannal; a legélesebb ríposzt Frank H. Hahn tollából született meg (*Hahn* [1973]), aminek érvényességét megvizsgáljuk a megjelenése óta eltelt, több mint 30 év eredményeinek és *Kornai* [2005] legújabb könyve tükrében. A Kornai–Hahn-vita kifejtésében tudománytörténeti rekonstrukciós módszerrel folytatunk kutatásokat. Kornai, illetve Hahn jelöléseit követve, az antiequilibriumra AE-vel, az általános egyensúly Arrow–Debreu-elméletére, pedig GE-vel hivatkozunk. Meg kell jegyeznünk, hogy Hahn az egyik legki-

válóbb szakértője a GE-nek, amit Arrow-val közösen írt és az AE-vel egy időben megjelent könyve (*Arrow–Hahn* [1971]) is bizonyít. A vita értékelésében az AE és a GE különbözőségeit modellfilozófiai szempontból vizsgáljuk, ami – mint látni fogjuk – lényegében nem kérdőjelezi meg egyik megközelítés relevanciáját sem, de a legújabb elméletek nem is mindenben igazolták Hahn ellenvetéseit.

Elmélettörténeti előzmények

Az általános egyensúlyelmélet a klasszikusokig nyúlik vissza: korai előfutárai Smith, Ricardo, Cournot, J. S. Mill és Marx voltak. Az általános egyensúly kérdése például Cournot-nál a következőképpen jelent meg: „(...) a valóságban a közgazdasági rendszer egy olyan egész, amelynek részei összefüggnek, és befolyásolják egymást (...). Ezért úgy tűnik, mintha a közgazdasági rendszer bizonyos részei szerinti problémák tökéletes és rigorózus megoldásához elkerülhetetlen, hogy az egész rendszert vizsgáljuk. De ez meghaladná a matematikai analízis és a gyakorlati számítási módszereink erejét, még akkor is, ha [a modell] minden konstans paraméteréhez számszerű értéket tudnánk rendelni” (*Cournot* [1838/1963] 198. o.). Meg kell jegyeznünk azonban, hogy egyetlen klasszikus közgazdász elmélete sem volt igazi általános egyensúlyelmélet, mivel az alapvetően kínálatorientált elméletükbe nem integrálták a keresletet. Az általános egyensúlyi elemzés első megközelítése Cournot egyetlen piacra vonatkozó parciális egyensúlyi elemzése volt, amelyben a többi piacon keresztül érvényesülő visszahatásokat elhanyagolta. Nála a termék kereslete és kínálata kizárólag a saját árától függött, az egyensúlyi ár pedig az az ár, amely mellett a kereslet megegyezik a kínálattal.

Az általános egyensúly gondolatának teljes felismerése Walrasnak tulajdonítható, de modern elméleti fejlődésnek indulása valószínűleg csak *Cassel* [1918/1932]-től számítható. Ebben a művében Gustav Cassel egy egyszerűsített walrasi rendszert közölt könnyen kezelhető formában (vö. *Arrow* [1968], *Mátyás* [1999]), és megjegyezte, hogy „az ár-probléma lényegében a cseregazdaság egészére kiterjedő egyetlen probléma, és az árakat árazó folyamatnak egy belső konzisztenciát ad, ami csak szimultán egyenletrendszerrel fejezhető ki.” (*Cassel* [1932] 148. o.)

Weintraub [1979] szerint az analízis még a modern standardok szerint is elfogadható volt, bár a matematikát inkább csak arra használták fel, hogy világosságot érjenek el a kifejtésben, semmint hogy feltárják a rendszer új tulajdonságait. Az általános egyensúlyi problémát pedig úgy értelmezték, mint ami 1. megadja a magántulajdonú gazdasági rendszerek olyan modelljeit, amelyekben a termelők és a fogyasztók kölcsönös függősége meghatározott; 2. kimutatja azokat a döntéseket, amelyeket egymástól függetlenül hoznak a gazdasági szereplők; 3. megfogalmazza az árrendszer szerepét a gazdasági szereplők által hozott esetlegesen konfliktusos döntések közvetítésében; és 4. előírja azon konstrukciók robusztusságát, amelyek megoldják az itt felsorolt problémákat. Ha ezeket a szempontokat elfogadjuk, akkor mondhatjuk, hogy Cassel biztonsággal kezelte az 1., részben elemezte a 2., nem rigorózus módon tárgyalta a 3., és kisebb mértékben a 4. problémát. Mindez azt is jelentette, hogy az általános egyensúlyi modell éretté vált a megoldásra, és a modern analízis többségét azok a diszkussziók által generált cikkek sorozata indította el, amelyek Bécsben a Menger-szemináriumokon folytak az 1930-as évek első felében. (Erről lásd *Punzo* [1989], *Zalai* [1999].) Még pontosabban, *Wald* [1936/1951] közölte az általános egyensúlyi probléma első igazi megoldását az 1–4. értelmében.

Wald [1936/1951] egy-egy általános egyensúlyi modellt dolgozott ki mind a termelésre, mind a csereére vonatkozóan, és más tanulmányai (*Wald* [1933–1934], [1934–1935])

mindkettőben bebizonyították az egyensúly létezését.¹ Az előbbi Walras, illetve Cassel [1918/1932] és Schlesinger [1933–1934, 1935] munkáin alapult, és a cseregazdasági modelljével együtt alkotja az Arrow–Debreu-modell kereteit, lényegesen gyengébb megszorításokat téve a termelők technológiáira és a fogyasztók ízlésére. Kevésbé közismert, hogy már Waldnál is, mégpedig a cseremodelljében, megjelent a csökkenő határhaszonra vonatkozó feltevés. Minthogy ezek a modellek segítenek megérteni a jóval absztraktabb Arrow–Debreu-modellt, ezért itt most röviden ismertetjük őket.

Wald a *termelési modelljének* felírásában az alábbi Walras–Cassel egyenletekből indult ki:

$$r_i = a_{i1}s_1 + a_{i2}s_2 + \dots + a_{in}s_n \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\sigma_j = a_{1j}\rho_1 + a_{2j}\rho_2 + \dots + a_{mj}\rho_m \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$\sigma_j = f_j(s_1, s_2, \dots, s_n) \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

ahol r_i az i -edik termelési tényezőből rendelkezésre álló mennyiség, a_{ij} a j -edik termék egységéhez szükséges ráfordítás az i -edik termelési tényezőből, s_j a j -edik termékből előállított mennyiség, σ_j a j -edik termék egységára, ρ_i az i -edik termelési tényező egységára, és az $f_j(s_1, s_2, \dots, s_n)$ a j -edik termék inverz keresleti függvénye. Az egyenletek közgazdasági tartalma ezután nyilvánvaló. Az ismeretlenek: s_j , σ_j , ρ_i , a többi szimbólum paramétert jelöl.

Walrasnál csak a „szüksős” termelési tényezők jelennek meg a modellben, vagyis a gazdaság *a priori* adatként tekintette azokat. Sok közgazdász felismerte azonban, hogy egy tényező szűksége vagy bősége függ a termékek keresleti függvényétől, a technikai koefficiensektől stb., azaz a termelési egyenletek alapján határozható meg. Ezért például Zeuthen és Schlesinger azt javasolták, hogy ne írják elő a termelési tényezők teljes felhasználását, s e célból bevezették a tényezőfeleslegeket jelölő $u_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, m$) ismeretlen változókat, és így azok a tényezők, amelyekre a megoldásban $u_i > 0$, a szabad tényezők és a ρ_i árak zérus. Ha viszont $u_i = 0$, akkor az a tényező szűksős, és így ρ_i pozitív. Kiegészítve ezzel a javaslattal a fenti egyenletrendszert, kapjuk:

$$r_i = a_{i1}s_1 + a_{i2}s_2 + \dots + a_{in}s_n + u_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$u_i \rho_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\sigma_j = a_{1j}\rho_1 + a_{2j}\rho_2 + \dots + a_{mj}\rho_m \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

(1)

$$\sigma_j = f_j(s_1, s_2, \dots, s_n) \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Schlesinger erre a $2m + 2n$ számú egyenletből álló egyenletrendszerre tette fel kérdését. Vajon van-e egyértelmű és nem negatív megoldás a $2m + 2n$ számú ismeretlenre?

A kérdést Wald válaszolta meg a következő tétel bizonyításával:

Az (1) egyenletrendszernek van nem negatív megoldása a $2m + 2n$ ismeretlenre; mégpedig az s_1, s_2, \dots, s_n ; $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$; u_1, u_2, \dots, u_m , ismeretlenekre egyértelmű a megoldás, ha:

1. $r_i > 0$ ($i = 1, 2, \dots, m$);
2. $a_{ij} \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$).
3. Mindegyik j -re van legalább egy olyan i , amelyre, a_{ij} pozitív.
4. Az $f_j(s_1, s_2, \dots, s_n)$ inverz keresleti függvény nem negatív és folytonos a nem negatív számok minden olyan s_1, s_2, \dots, s_n n -esére, amelyekre $s_j \neq 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$).

¹ Hogy az ortodoxianak még a látszatát is elkerüljük, itt azonnal megjegyezzük, hogy Wald bizonyításai is – számos múlt század első felében született eredménnyel együtt – a legújabb kutatásoknak is tárgyai. Például, mostanában jelent meg John [1999] cikke, amelyben az általános versenyzői egyensúly egzisztenciájának bizonyítását a Walras–Cassel-modellben modern matematikai eszközökkel adja meg.

5. Ha a nem negatív számok olyan, $s_1^k, s_2^k, \dots, s_n^k$ ($k = 1, 2, \dots, \infty$) n -esei, amelyekben az $s_j^k > 0$ minden k -ra, konvergálnak egy olyan n -es s_1, s_2, \dots, s_n -hez, amelyben $s_j = 0$, akkor $\lim_{k \rightarrow \infty} f_j(s_1^k, s_2^k, \dots, s_n^k) = \infty$, ($j = 1, 2, \dots, n$).

6. Ha $\Delta s_1, \Delta s_2, \dots, \Delta s_n$ olyan tetszőleges n szám, amelyek közt van legalább egy negatív, és ha $\sum_{j=1}^n \sigma_j \Delta s_j \leq 0$, akkor $\sum_{j=1}^n \sigma'_j \Delta s_j < 0$, ahol $\sigma'_j = f_j(s_1 + \Delta s_1, s_2 + \Delta s_2, \dots, s_n + \Delta s_n)$, ($j = 1, 2, \dots, n$).

Ha a következő feltevés is teljesül, akkor a megoldás a $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ változókra is egyértelmű:

7. Az $[a_{ij}]$ mátrix rangja m .

Wald cseregazdaságát n egyén, m jószág és az i -edik egyén induló jószágmennyiségei, az a_{ij} fajlagosok írják le. A Δa_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, m$) változó az i -edik egyén j -edik jószág-tranzakcióját mutatja (ha $\Delta a_{ij} < 0$, akkor a kínálatát; ha $\Delta a_{ij} > 0$, akkor a keresletét). A preferenciákat egy jól viselkedő közömbösségi felület pontjaiként értelmezte. Ha az egyszerűség kedvéért most az x_1, x_2, \dots, x_m jelölik az egyes jószágok mennyiségeit (Wald specifikációjában $x_j = a_{ij} + \Delta a_{ij}$) és U_i az i -edik egyén hasznosságát, akkor a következőképpen definiálható a marginális hasznossági függvény:

$$f_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_m) = \lambda_i(x_1, x_2, \dots, x_m) \frac{\partial U_i(x_1, x_2, \dots, x_m)}{\partial x_j},$$

ahol $j = 1, 2, \dots, m$ és a λ egy arányossági tényező.

Az egyensúlyi cserét a p_1, p_2, \dots, p_m jószágárakat is magában foglaló és a tranzakciók után maximális hasznosságot nyújtó egyensúlyifeltétel-halmaz, nevezetesen az összes jószágra és egyénre vonatkozó marginális arányok (konkrétan, az ár- és határhaszonarányok) közötti összefüggések, az egyéni költségvetési korlátok, $p_1 \Delta a_{i1} + p_2 \Delta a_{i2} + \dots + p_m \Delta a_{im} = 0$, ($i = 1, 2, \dots, n$), és a kereslet és kínálat egyenlőségét megkövetelő egyenletek, $\Delta a_{1j} + \Delta a_{2j} + \dots + \Delta a_{nj} = 0$, ($j = 1, 2, \dots, m$) definiálják.

Wald ekkor a következőket állította: a csereegyenleteknek legalább egy megoldása van p_1, p_2, \dots, p_m ($p_1 = 1$) relatív árakra és a Δa_{ij} -re, minden i és j indexpárra, a $p_j > 0$ és $a_{ij} + \Delta a_{ij} \geq 0$ kikötések mellett, feltéve, hogy

1. $\Delta a_{ij} \geq 0$ minden i, j -re (nincs olyan egyén, aki negatív készletet tart);

2. $\sum_i a_{ij} > 0$ minden j -re (mindegyik jószágból pozitív készlet van);

3. $\sum_j a_{ij} > 0$ minden i -re (minden egyén pozitív adottsággal rendelkezik);

4. az $f_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_m)$ megegyezik az $f_i(x_1, x_2, \dots, x_m) \varphi_{ij}(x_j)$ alakú függvénnyel minden i -re és j -re, ahol f_i nem zérus függvény és φ_{ij} folytonos monoton csökkenő függvény. (Lényegében ez a feltevés a csökkenő határhaszonra vonatkozik.)

„Az 1–4. feltevések, amelyek biztosítják a csereegyenletek megoldhatóságát, egybeesnek Walras feltevéseivel. Így Walras helyesen állította a csereegyenleteinek megoldhatóságát. Ez azonban csak a modern matematika mélyebb módszereinek segítségével bizonyítható, és a módszer, amelyet Walras használt, hogy megkísérelje bebizonyítani az egyensúlyi árak egzisztenciáját, teljesen inadekvát.” (Wald [1936/1951] 384. o.)

Bár a közgazdászok elfogadták, hogy Wald megoldotta a Walras és Cassel által felállított általános egyensúlyi problémát, de nem értették, hogy az ilyen rendszereknek van-e valamilyen valós közgazdasági tartalma. Valójában Keynes sugalmazta, hogy az aggregált kínálati és keresleti analízisnek vannak gyökerei a tradicionális értékelméletben, mielőtt a gazdaság történelmi időben létezik. Patinkin [1948] úgy gondolta, hogy az általános egyensúly formális apparátusának konstans koefficiensű technológiával és *numeraire* pénzzel kell működnie. Keynes monetáris termeléselmélete azonban aligha volt összeegyeztethető ezzel a felfogással, és csak néhány közgazdász gondolta, hogy egy ilyen egybevetés érdekes lehet.

Az egyetlen másik modell, amely az általános egyensúlyi modellek megoldásának egzisztenciáját pontosan kezelte az 1930-as években, Neumann János növekedési modellje volt. Neumann olyan gazdaságot vizsgált, amelyben a termelési tényezők nem korláto-

sak, és a technológia konstans volumenhozadéku, amely n jószágot állít elő m tevékenységgel. A modell megoldása a tevékenységek intenzitásarányainak, a növekedési ütemnek, a termékarányoknak és a kamatlábnak a meghatározását jelentette. Számos közgazdasági feltevés biztosítja a kiegyensúlyozott növekedési pálya létezését (bővebben lásd *Kemeny és szerzőtársai* [1956], *Móczár* [1995]). A modell három különböző területen indított el fejlődést: 1. a tevékenységelemző termelési modellekben, 2. a nem-aggregált tőkeelméletben, 3. a versenyzői egyensúly egzisztenciabizonyításában (Cassel, Wald és Neumann modelljeinek összehasonlítását lásd *Zalai* [1999]).

A walrasi általános egyensúly stabilitását elsőként *Hicks* [1939/1978] írta le. Abból indult ki, hogy az egyensúlyi felírások felírhatók, mint:

$$D_i(p_1, p_2, \dots, p_n) - S_i(p_1, p_2, \dots, p_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

vagy másképpen

$$E_i(p_1, p_2, \dots, p_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

ahol p_i az i -edik termék egységára, valamint D_i , S_i és E_i rendre a kereslete, kínálata és a túlkereslete. Hicks a túlkeresleti függvényekből képezhető Jacobi-mátrixot vette

$$\left(\frac{dE_i}{dp_j} \right), \quad i, j = 1, 2, \dots, n,$$

és megmutatta, hogy az egyensúly stabil, ha az egyensúlyi árnál vett Jacobi-mátrix főminorai váltakozó előjelűek, azaz

$$\det \left(\frac{dE_1}{dp_1} \right) < 0, \quad \det \begin{pmatrix} \frac{dE_1}{dp_1} & \frac{dE_1}{dp_2} \\ \frac{dE_2}{dp_1} & \frac{dE_2}{dp_2} \end{pmatrix} > 0 \quad \text{stb.}$$

Hicks definíciója nem használt ki semmilyen dinamikus igazodási folyamatot, stabilitási kritériuma csak a túlkeresleti függvényektől függött, vagyis – például egyetlen piac esetén – az egyensúlyi árnál a kínálati görbe meredekségének nagyobbak kell lennie, mint a keresleti görbéé.

Samuelson [1943], [1947] stabilitásvizsgálata az egyensúlytól való eltéréseket dinamikus mozgástörvények, a *tátonnement* módszerét szimuláló autonóm differenciálegyenlet-rendszer bevezetésével eliminálta:

$$\frac{dp_i}{dt} = k_i E_i(p_1, p_2, \dots, p_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

amely azt állítja, hogy az i -edik ár változási rátája a túlkereslettel arányos az i -edik piacon. Ebben az állításban két fontos premissza található. Az egyik az, hogy sem a kereslet, sem a kínálat szereplői nem befolyásolhatják azt az árat, amelyik a piacon létezik, hanem inkább adótnak veszik. Ez az árelfogadó magatartás a versenyzői piac egyik premisszája. A másik premissza az, hogy az ár csak egy paraméter a piacon. Minden egyes időpillanatban, a kereslet és a kínálat szereplői megfelelően kiigazítják azokat a mennyiségeket, amelyeket óhajtanak keresni vagy kínálni, de csak a számukra adott árinformáció alapján, vagyis az árakat nem alakíthatják. Erről a kiigazításról feltesszük, hogy pillanatnyi.

Lineáris esetben szükséges és elégséges stabilitási feltételeket adott meg. Ennek belátásához vegyük a *tátonnement* módszerét leíró rendszert:

$$\frac{dp_i}{dt} = k_i \left(a_i + \sum_j b_{ij} p_j \right), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

alakban, amely vektor-mátrix egyenletbe átírva:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{K}\mathbf{a} + \mathbf{K}\mathbf{B}\mathbf{p},$$

ahol $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)^T$, $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_n)$, $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$, $\mathbf{B} = [b_{ij}]$.

Samuelson vette a $\mathbf{K} = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$ -et, és megmutatta, hogy a walrasi egyensúly akkor és csak akkor stabil, ha a \mathbf{B} mátrix sajátértékeinek valós része negatív. Míg Hicks stabilitási kritériumának adható közgazdasági tartalom, hiszen a Jacobi-mátrix váltakozó előjelű főminorai elégséges feltétként szolgáltak bizonyos típusú optimalizációs problémák megoldására, addig Samuelson definíciójának nem adható semmilyen közgazdasági értelmezés. *Smithies* [1942] volt az első, akinek sikerült megmutatnia, hogy bizonyos esetekben adható közgazdasági jelentés a sajátérték-típusú kritériumnak. Valamivel később, *Metzler* [1945] mutatta ki a két kritérium ekvivalenciáját alternatív feltételek mellett. Például, ha $\mathbf{K} = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$, akkor Hicks definíciója tartalmazta Samuelsonét is, míg ha minden jószág erősen bruttó helyettesítő (azaz, $dE_i/dp_j > 0$, $i \neq j$), akkor Hicks és Samuelson definíciói ekvivalensek.

Az általános egyensúly Arrow–Debreu-modellje

Az általános egyensúlyelmélet modern szakasza 1954-ben kezdődött, amikor is Arrow és Debreu újramodellezték Wald rendszerét, és a fix koefficiensű technológiákat s a határhaszonfüggvényeket rendre a termelési halmazok és a fogyasztáspreferencia-struktúrák bevezetésével helyettesítették. Abból indultak ki, hogy mivel mindegyik versenyzői egyensúly Pareto-hatékony, és minden Pareto-hatékony allokáció egy versenyzői egyensúlynak tekinthető, ezért a hatékonyságot elősegítő társadalmi tevékenységek igénylik az egyensúly létezésének vizsgálatát a versenyzői gazdaságokra.

Definíciójuk szerint az $\{x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*, y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*, p^*\}$ vektorok halmaza versenyzői egyensúly, ha kielégítik a következő kikötéseket:²

1. y_j^* maximalizálja a $p^* y_j$ -t Y_j halmazon, minden j -re;
2. x_i^* maximalizálja az $u_i(x_i)$ hasznossági függvényt az alábbi halmazon:

$$\{x_i \mid x_i \in X_i, p^* x_i \leq p^* \zeta_i + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} p^* y_j^*\},$$
3. $p^* \in P = \{p \mid p \in R^l, p \geq 0, \sum_{h=1}^l p_h = 1\}$;
4. $z^* \leq 0$, $p^* z^* = 0$, ahol $z = x - y - \zeta$ és $x = \sum_i x_i$, $y = \sum_j y_j$, $\zeta = \sum_i \zeta_i$.

Megjegyzendő, hogy a vektorrendezés jelölését a játékelmélethez vették át: $x \leq y$ jelenti, hogy $x_h \leq y_h$ mindegyik h elemre; $x \leq y$ jelenti, hogy $x_h \leq y_h$, de $x \neq y$; $x < y$ jelenti, hogy $x_h < y_h$ mindegyik h elemre; R^l egy l -dimenziós euklideszi teret jelöl; $y_j \in Y_j \subset R^l$ és ha $y_{hj} > 0$, akkor kibocsátást, ha $y_{hj} < 0$, akkor felhasználást jelöl; $x_i \in X_i \subset R^l$ és ha $x_{hi} > 0$, akkor fogyasztást, és ha $x_{hi} < 0$, akkor a h -adik munkafajta kínálatát (negatív fogyasztást) jelöli; ζ_i az i -edik fogyasztó készlete és $\alpha_{ij} \geq 0$ a j -edik termék profitjából az i -edik fogyasztó részesedése. A későbbiekben az $\Omega = \{x \mid x \in R^l, x \geq 0\}$, azaz egy nem negatív ortánst jelöl.

Az 1. kikötés azt állítja, hogy az egyensúlyi p^* árvektorra és az y_j^* input-output vektorra a profitok maximalizáltak, és ez a profitmaximalizálás a termelés gazdasági hajtóereje. A 2. kikötés azt mondja ki, hogy az egyensúlyi p^* ár- és x_i^* fogyasztási vektorra a hasznosság maximalizált a megfelelő jövedelemkorlátok mellett, ahol $p^* \zeta_i$ az i -edik fogyasztó indulókészleteinek eladásából származó bevétele és $\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} p^* y_j^*$ az osztalékokból származó jövedelme. A 3. kikötés a lehetséges árakat definiálja, mégpedig úgy, hogy az árak nem negatívak, és mind nem lehet zérus; és végül a 4. kikötés első fele azt állítja, hogy egyik piac sincs túlkeresletes állapotban, a második fele pedig,

² Megjegyezzük, hogy most teljesen az Arrow–Debreu [1954/1979]-ben adott eredeti megfogalmazást követjük. Valójában ez tartalmazza a legteljesebben a közgazdasági diszkussziót, s különösen Debreu [1987] kapcsolódó axiomatikus bourbakista tanulmányai inkább matematikai szempontból adnak újat, ami a GE robusztussága miatt kevésbé lehet érdekes a közgazdászok számára. A modellnek kissé eltérő struktúrában stilizált változatait lásd Zalai [2000], Csekő [2004].

hogy az egyensúlyi árvektorra az összes piac megtisztul abban az értelemben, hogy valamennyi h -ra $z_h^* = 0$ és $p_h^* \geq 0$, vagy $z_h^* < 0$ és $p_h^* = 0$.³

Az egyensúly létezését a következő feltevések biztosítják:

- a) Y_j zárt, konvex halmaz minden $j = 1, 2, \dots, n$ -re (nincs növekvő volumenhozadék);
 b) $0 \in Y_j$ minden j -re (a tétlenség is lehetséges tevékenység);

c) $Y (= \sum_j Y_j) \cap \Omega = \{0\}$ (felhasználás nélkül lehetetlen bármit is termelni);

d) $Y \cap \{-Y\} = \{0\}$ (a tevékenységek irreverzibilisek, azaz, kizárja két olyan termelési vektor lehetőségét, amelyek kiegyenlítik egymást, vagyis az egyik kibocsátásai pontosan megegyeznek a másik felhasználásaival);⁴

e) X_i nem üres, zárt, alulról korlátos halmaz, vagyis van olyan ξ_i , amelyre $\xi_i \leq x_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$) minden $x_i \in X_i$ esetén.

f) $u_i(x_i)$ folytonos, kvázikonkáv, ami azt jelenti, hogy a közömbösségi felületek konvexek abban az értelemben, hogy $\{x_i | x_i \in X_i \text{ és } u_i(x_i) \geq \alpha\}$ halmaz bármely rögzített α szám esetén konvex;⁵

g) $u_i(x') > u_i(x)$, $x' \in X_i$ (a fogyasztók kielégíthetetlenek, minden fogyasztói kosárnál van jobb fogyasztói kosár);⁶

h) $\sum_i \alpha_{ij} = 1$ minden j -re (a megtermelt profitot teljesen felosztják);

i) $x_i \in R^l$; és valamely $x_i \in X_i$ vektorra $x_i < \xi_i$ (biztos túlélést nyújtó készletellátottság, vagy másképpen, az aktív önellátás feltétele).⁷

Arrow és Debreu módszere annak megmutatására, hogy a versenyzői modellnek van egyensúlya a fenti értelemben, Nash [1950] n -személyes nem kooperatív játékokra vonatkozó egyensúlyfogalmára épül. Nash definíciója szerint egyensúlyban mindegyik szereplő maximalizálja eredményét, miközben a többi szereplő egyensúlyi akciói adottak.⁸

Az egyensúly létezésének bizonyítása a következő. Az m fogyasztó mindegyike választ egy x_i vektort az X_i -ből, eleget téve annak a megszorításnak, hogy $x_i \in A_i(\bar{x}_i)$,⁹ és $u_i(x_i)$ eredményt kap; az n -edik termelő közül a j -edik választ egy y_j vektort az Y_j -ből (amit a többi szereplő akciói nem korlátoznak), és py_j eredményt kap; végül az utolsó szereplő, a piac a P -ből választ egy p -t, és pz összeget kap. Informálisan, mindegyik fogyasztó egy korlátozott fogyasztási választást tesz, és kap egy provizórikus hasznossági kifizetést, ami a jóságok keresletére és a tényezők kínálatára vezet; hasonlóképpen, mindegyik cég egy korlátozott döntést hoz az input-output arányról, ami egy provizórikus profit kifizetéséhez vezet, s ami a jóságok kínálatát és a tényezők keresletét kialakítja. A fiktív piacszervező árakat választ a piacon, amelyek mellett összehasonlítja a keresletet és a kínálatot azokon a piacokon, ahol a szereplők tevékenykednek. Ők reagálnak azokra az árakra, amelyeket a piacszervező választ. Azaz a „központ” kiválasztja a piaci árakat, amelyek alapján az összes szereplő választ, és választásaik megfelelő kínálatot és keresletet adnak. A központ összehasonlítja a keresletet és a kínálatot, és a „piactisztításhoz” fokozatosan kiigazítja az árakat. Ezek után feltehetjük a kérdést: vajon az „ár \rightarrow kínálat-kereslet \rightarrow új ár” folyamat mindig az „ár \rightarrow kínálat-kereslet \rightarrow ugyanazon ár” folyamathoz vezet. Ha igen, akkor a fennmaradó ár egyensúlyi. Más szavakkal, az egyensúlyi ár, amennyiben létezik, olyan, amely közvetíti a szereplők ütköző kívánságai között, akiknek ezután nincs szándékuk további akcióba lépni.¹⁰

³ Ez a feltevés másképpen fogalmazva azt mondja ki, hogy néhány árunk szabad jóságnak kell lennie, mivel kínálatuk mindig meghaladja keresletüket.

⁴ Itt megjegyzést érdemel, hogy Arrow-ék az irreverzibilitás ezen értelmezését Koopmans [1951]-től (48–50. o.) vették át.

⁵ A szerzők felhívják az olvasók figyelmét egy ennél erősebb kikötés, a szigorúan kvázikonkáv hasznossági függvény alkalmazhatóságára is (Arrow–Debreu [1954/1979] 26. o.).

⁶ Ez a feltevés is gyengíthető (uo. 25. o.)

⁷ Ennek a feltevésnek az irreálitását maguk a szerzők is elismerik, de az egzisztencia tétel bizonyításához szükségük van rá.

⁸ Részletesen lásd Arrow–Debreu [1954/1979] és Debreu [1952].

⁹ Itt most $A_i(\bar{x}_i) = \{x_i | x_i \in X_i, px_i \leq p\zeta_i \max[0, \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} py_j]\}$.

¹⁰ Ezek a lépések lényegében az egyes iterációk az egyensúly meghatározásában, és nem mondanak ellent a GE statikus értelmezésének.

Ez a bizonyítási stratégia megköveteli az olvasótól, hogy elfogadja azt a definíciót, amely szerint az egyensúly olyan árak és mennyiségek halmaza, amelyeket a gazdasági szereplők nem elleneznek a gyakorlatban. A kereslet–kínálat mérlege csak mechanizmusként szolgál, ami szerint a szereplők összehasonlítják kötelezvényeiket, hogy megnézzék, vajon teljesülnek-e. Szemantikailag nem „az egyensúly egy kereslet–kínálat mérleg” megállapítás kap jelentőséget, hanem inkább „amikor az egyensúlyban a kereslet–kínálat kiegyensúlyozott”. Amíg az 3. és 4. kikötés szükséges az egyensúlyhoz, addig az 1–4. kikötés szükséges és elégséges. Az Arrow–Debreu-modellben, konkrétan, a szereplők terveinek az optimalizáláson keresztül történő koordinációja szükséges az egyensúlyhoz, akárcsak a piacok megtisztítása, de együttesen szükséges és elégséges feltételként szolgálnak.¹¹

Ezen a ponton érdemes röviden kitérni a közgazdasági versenyzői egyensúly stabilitásának modern kezelésére is (bővebben lásd *Negishi* [1962]).

Ha az i -edik piac jellemezhető egy tátonnement igazodási folyamattal, úgy, hogy az i -edik jószág ára a túlkeresletével együtt mozog, és a túlkereslet, az n jószág mindegyikére egységnyi igazodási sebesség mellett, az összes ár függvénye, akkor:

$$\dot{p}_i = E_i(p_1, p_2, \dots, p_n), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

A túlkeresleti függvényről feltesszük, hogy *folytonosan differenciálható, nulladfokú homogén, és kielégíti a Walras-törvényt*. Így, ha $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ és $E = (E_1, E_2, \dots, E_n)$, akkor $\sum p_i E_i(p) = 0$, vagy vektorjelölésben $\mathbf{pE}(p) = 0$. Feltesszük, hogy $p^* = (p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*)$ az egyensúlyi árvektor (a relatív árak vektora, ha ténylegesen $n+1$ piac van, másképpen, $\sum p_i = 1$; vagy $p_n = 1$, ha n piac van stb.), és definiáljuk a $V(p) = (1/2)\sum (p_i - p_i^*)^2$ függvényt. Azaz, V legyen a tényleges ár egyensúlyi ártól való eltéréseinek euklideszi távolságmértéke. V biztosan Ljapunov-függvény, mert folytonosan differenciálható függvénye az állapotváltozóknak (az áraknak); mindenhol nem negatív, és zérus akkor és csak akkor, ha az állapot egyensúlyi (vö. *Ljapunov* [1907]).

Differenciáljuk V -t az idő szerint, hogy lássuk: vajon a rendszer állapotváltozó, a trajektóriák mentén megközelítik-e az egyensúlyt. Ekkor,

$$\dot{V} = \sum \dot{p}_i (p_i - p_i^*) = \sum p_i E_i - \sum p_i^* E_i = -\sum p_i^* E_i, \quad (3)$$

ahol az utolsó egyenlőség a *Walras-törvény* miatt teljesül. A kérdés így csak az egyensúlyi árakkal súlyozott túlkereslet pozitivitása. *Arrow és szerzőtársai* [1958], [1959] óta a modern bizonyítások a *bruttó helyettesíthetőségtől* és a *nulladfokú homogenitástól* függnek, amelyek biztosítják az utolsó kifejezés pozitívását, s amelynek negatívját véve, azonnal látható, hogy a Ljapunov függvényünk monoton csökkenő vagyis $\dot{V} < 0$. Ezzel azt is bizonyítottuk, hogy egy *tiszta cseregazdaság* egyensúlyi állapota a fenti feltételek mellett, globálisan stabil.

A *walrasi rendszer* stabilitásáról szóló korai munkákban, az 1940-es és az 1950-es években még azt gondolták, hogy a stabilitás kimutatható az általános egyensúlyi modellek egy szélesebb osztályára. Ezt az optimista nézetet azonban hamarosan beárnyékolta az újabb eredmények. Elsőként *Scarf* [1960], majd *Gale* [1963] tanulmányai bizonyították, hogy instabil egyensúlyi állapotok már létezhetnek a viszonylag egyszerű Walras-modellekben is, mégpedig kevés számú termék és közgazdaságilag teljesen elfogadható feltevések mellett is. *Scarf* ellenpéldájában instabilitás jelent meg, amikor egy különleges komplementaritási típust vezetett be egy háromtermékes és háromfogyasztós modellbe. *Gale* ellenpéldájában azt mutatta ki, hogy

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= \lambda_1 E_1(p_1, p_2) \\ \dot{p}_2 &= \lambda_2 E_2(p_1, p_2) \end{aligned}$$

¹¹ Vö. *Weintraub* [1991], 107. o. Bizonyítást lásd *Arrow–Debreu* [1954/1979].

kéttermékes árigazodási mechanizmus mindig instabil lesz λ_1 és λ_2 igazodási sebességek bizonyos értékeire, ha valamelyik termék Giffen-termék (azaz, ha $\partial E_i / \partial p_i > 0$ valamelyik i -re). Ezek az ellenpéldák arról győzték meg a közgazdászok többségét, hogy a globális stabilitás inkább csak egy speciális esete semmint általános tulajdonsága a walrasi általános egyensúlyi modelleknek. A későbbiekben látni fogjuk, ezt a meggyőződésüket csak tovább erősítették az 1970-es évek első felében, az aggregált túlkeresleti függvényekről megjelent úgynevezett Debreu–Sonnenschein–Mantel-féle eredmények.

A hazai irodalomban legsommásabban Zalai Ernő fogalmaz: „(...) a modern általános egyensúlyelmélet számos elmarasztaló bírálatban részesült mind a mai napig. (...) az érdeklődő Olvasó megtalálhatja azokat, például *Kornai János Anti-equilibrium* [1971] című könyvében. A bírálatokhoz a magunk részéről annyit kívánunk hozzáfűzni, hogy azok többsége jogos és megszívlelendő.” (*Zalai* [2000] 49. o.) A következő pontban ezeket a bírálatokat vizsgáljuk meg *Hahn* [1973] visszautasításaival együtt, s azok jogoságát az, azóta eltelt több mint 30 év újabb eredményeinek tükrében.

Kornai versus Hahn kritikái

Kornai általános egyensúlyelméletre (GE) vonatkozó kritikái elsősorban az általános egyensúlyelméleti iskola közgazdasági feltevéseivel kapcsolatos kétkedéseit, hiányérzeteit fejezik ki. *Weintraub* [1979] szerint, Kornai az általános egyensúlyelmélet hiányosságát elsősorban abban látja, hogy „Nagyon-nagyon szűk a jelenségeknek az az osztálya, amely legalább megközelíthetően jellemezhető a 12 alapfeltevés együttesével. (...) [és az elmélet] keveset magyaráz meg a gazdaság valóságos mozgásából.” (*Kornai* [1971] 52. o.) Úgy találta, hogy az 1954-es modellben *a*) az optimalizáló magatartásról szóló feltevések ellentmondanak a valóságnak; *b*) az információs folyamatok és az irányítási pontok elhanyagolása egy hierarchikus gazdaságban félrevezető; *c*) annak az institutionális részletnek a hiánya, hogy a modern gazdaságok ténylegesen hogyan alokálnak a nem kompetitív piaci mechanizmusban, pedig egyszerűen botrányos.

Weintraub szerint az alapvető kritika abból a számára furcsa metodológiai helyzetből származik, amit Kornai adoptált: „A matematikai közgazdaságtan a gazdasági rendszer leírásakor türelmetlenül előrerohant a formalizálásban, a teoretikus struktúra kiépítésében, az érettség látszatát keltve – miközben elmaradt az érettség egyik fő kritériumának, a verifikálás követelményeinek kielégítésében.” (*Kornai* [1971] 38. o.)

Hahn [1973] azonban már élesen kikelt az Anti-equilibrium (AE) ellen. Az első komolyabb problémája, hogy Kornai „szerszámos ládájában” nincs benne a tudományfilozófiai és az episztemológiai megközelítés, ezért nem jut el az axiómatikus (bourbaki) alapon nyugvó deduktív-logikai rendszer (a GE) és a reáltudomány közötti összekapcsolódásokhoz, az elméleti eredmények értékelése alapján levonható gyakorlati következtetésekhez. A GE-t „csupán egy intellektuális kísérletnek” (323. o.) tekinti, nem látja annak hatalmas empirikus jelentőségét, szerinte a GE hamis képe annak, amilyen a világ, s ezért reáltudományi elméletként haszontalannak tartja. *Hahn* ugyanakkor elismeri, hogy abban van valami igazság és tanulság, hogy a „GE nem több mint a 19. századi közgazdaságtan kodifikálása” (328. o.). Az viszont rendkívül érdekes, hogy még az angliai cambridge-i *Hahn* sem tudja elfogadni Kornai azon – nagyon is tényszerű – kritikáját, hogy az ár nem lehet csak az egyetlen információ, amelynek alapján kialakul az egyensúly, hiszen számos más tényező, mint például a kibocsátás, a készletek és a kormányzati bejelentések is komoly szerepet kapnak ebben a folyamatban. Bár ebben az is közrejátsz-

hat, hogy Hahn még csak azt tudhatta,¹² hogy külön kell választani a csereelméleti Walras-féle áralkalmazkodást a termeléselméleti Marshall-féle mennyiségi alkalmazkodástól (bővebben: *Mátyás* [1999].) Az előbbi szinte egy pillanat alatt végbemegy, mégpedig a cseregazdaságban rögzített termékmennyiség mellett, az utóbbi viszont csak rövid távon és a termelési folyamatban rögzített árak ismeretében, ami két különböző megközelítést igényel. Az elsőben az ár, a másodikban a mennyiség a független változó. Természetesen mindkét alkalmazkodás elvezethet ugyanahhoz az elméleti egyensúlyi állapothoz, de stabilitásuk különbözhet, vagyis előfordulhat olyan egyensúlyi állapot, amely Walras közelítésében stabil, de Marshalléban instabil. Valamelyest Kornait igazolják a hatalmas ki-árusítások az egyensúlyi ár gyakorlati nemlétezését illetően, míg a marshalli instabilitás alapul szolgálhat a disequilibrium elméletének.

Ismeretes, hogy a GE témakörében született írásokban számos logikai inkonzisztencia található: a GE túl bonyolult és általános, a mennyiségek szerepe azonos a minőségi tényezőkével stb. Tudja ezt Hahn is, amikor az AE-ből kiragadja azt a kritikát, hogy a GE nem eléggé bonyolult, ezzel mintegy el is fogadva azt. Úgy tűnik, hogy Kornai preferenciákra tett empirikus értelmezésén nem tudott fogást találni, s megbékélve elfogadja, hogy a preferenciák relatív stabilitását megkérdőjelező kifogásai ülnék, de sietve hozzáteszi, hogy a sztochasztikus ízlések specifikációja még vitatott,¹³ akárcsak a nem konvex preferenciák alkalmazása. Kornai kételkedését a GE optimalizáló ügynöke szerepével kapcsolatban, Sidney Winterre hivatkozva, a darwinizmus enyhébb magyarázatával próbálja meg eloszlatni: „az ügynökök adaptív és nem optimalizáló reakcióit ki fogja gyomlálni a szelektív kompetitív folyamat, és csak az optimalizáló túlélőket hagyja meg” (*Hahn* [1973] 327. o.).

Talán még ennél is nagyobb (meg)ütközési pont, csak most Hahn számára, Kornai azon állítása, hogy a túlkínálatos piacok sohasem tisztulnak meg, és ez a GE-ben nem világosan definiált, nem tesz különbséget a tényleges és a szándékolt piaci tranzakciók között. Ebben a kérdésben Hahn és Kornai eltérő véleményét nyilván a tökéletes előrelátás feltevésének elfogadása,¹⁴ illetve el nem fogadása közti különbség okozza. Mindenesetre annyit itt megjegyezhetünk, hogy a GE lévén statikus modell, ezzel a feltevéssel nem számolhat. Végül, amikor Hahn Kornaival szemben a GE-t mint elméleti modellt, s nem mint a tényleges gazdaság leírását veszi védelmébe, olyan vehemenciával teszi mindent, hogy észre sem veszi, hogy a változó környezet egyensúlyára adott magyarázata magát a GE általános érvényét fokozza le: a releváns körülmények változásában „az Arrow–Debreu-egyensúly az ilyen általános típus egy speciális esete” (*Hahn* [1973] 329. o.).¹⁵ Kornai megbocsáthatatlan bűnének tekinti, hogy összekeveri Debreu tételeit a GE elméletével. Az utóbbi sok gazdasági szereplő interakcióját tanulmányozza rigorózan, és ennnyiben különbözik Marxtól, Marshalltól és a gyakorlati közgazdaságtantól. Hahnnak

¹² Ekkor *Mas-Colell* [1986] eredménye még nem volt ismert. Mas-Colell az úgynevezett cross-dual modelljében együtt vizsgálja a Walras és Marshall-féle igazodási folyamatokat, ami bizonyos esetekben az ár és a mennyiség ciklikus alakulásához is vezethet, egy olyan határciklushoz, amelyen „megnyugszik” a gazdaság. Kornai egyensúly-meghatározása tekinthető e modell előfutárának is.

¹³ Mindezt Hicks a következőképpen fogalmazta meg: „(...) a walrasi rendszer terméketlenségének oka elsősorban az, hogy nem megy tovább, és nem dolgozza ki az általános egyensúlyrendszer változásának törvényeit. Meg tudta mondani, hogy adott erőforrások és adott preferenciák mellett a kialakult áraknak milyen feltételeknek kell eleget tenniük, de nem tudott választ adni arra a kérdésre, hogy mi történik akkor, ha az ízlések és az erőforrások megváltoznak.” (*Hicks* [1939/1978] 100. o.)

¹⁴ Itt érdemes megjegyeznünk, hogy Robert Solow-val együtt, Hahn egyik legfontosabb későbbi törekvése volt, hogy Kornai ízlésével egybehangzóan érveljen a racionális várakozások abszolútizálására, a Lucas-féle makroökonómia ellen (*Hahn–Solow* [1997]).

¹⁵ Ennek a megfogalmazásnak egy érdekes kísérlete *Day* [1984] munkája a GE dinamizálásában.

abban valóban igaza van, hogy Kornai semmilyen okot sem adott arra az AE-ben, hogy *Debreu* [1959] következő bővített kiadása ne tartalmazhatna a gazdaságok sorozatára, a sztochasztikus egyensúlyi állapotokra és az információs struktúrákhoz kapcsolódó egyensúlyokra vonatkozó újabb tételeket, és ezek mind nem jelenhetnének meg úgy, mint az első kiadásból egészen természetesen következő eredmények. Az újabb bővített kiadás azonban sohasem jelent meg, és az idő is egészen más „újabb eredményeket” hozott.

Az „újabb eredmények”, amelyek paradox módon *Debreu* [1959] könyvével kapcsolatos problémák, legjobban *Weintraub* [2002]-ban jelennek meg. Szerinte a problémák többszintűek, de lényegében mindegyik szinten hasonló, és a Bourbaki-iskolával kapcsolatosak. A Bourbaki-iskola ugyanis azt állította, hogy a fundamentális struktúrák mindegyike valamilyen egységesítő karakterisztikummal rendelkezik, de azt csak állította, s nem védte meg közvetlenül: valójában magának a könyvnek, a *Fascicule*-nak a célja volt az állítás igazolása. A fiatal *Debreu* megjelent a matematikai közgazdaságtan színpadán, hogy bebizonyítsa: a walrasi általános egyensúlyelméletek ugyanolyan privilegizált struktúrális státusa van a közgazdaságtanban, mint a „csoportoknak” az „algebrai struktúrák” vagy „a rendezési relációnak” a „topológiai struktúrák” között. Ezt az állítást azonban később problematikusnak találta maga *Debreu* is, valamint a *Debreu* szigorú standardjain nevelkedett matematikai közgazdászok újabb generációja is – hivatkozunk itt arra, amit gyakran *Debreu*–*Sonnenschein*–*Mantel*-féle (vagy röviden DSM) tételként idéznek, s aminek jelentősége az 1980-as években vált általános érvényűvé.

Elsőként *Hugo F. Sonnenschein* fejtette ki aggályait két cikkében is (*Sonnenschein* [1972], [1973]), az előbbit követte *Debreu* [1972], majd pedig *Rolf R. Mantel* cikke (*Mantel* [1974]). Mindegyikük abból indult ki, hogy a piaci keresleti és a piaci túlkeresleti függvényeket a fogyasztók hasznosságmaximalizáló tevékenységeinek összegzésével definiálják. A három szerző azt állítja, hogy a piaci keresleti és túlkeresleti függvények, amelyeken a piacsintű mikroökonómia és a gazdaság egészét vizsgáló makroökonómia összes „intuitív” állítása nyugszik, nem rendelkeznek azokkal a tulajdonságokkal, mint amilyenekkel az egyéni keresleti és túlkeresleti függvények.¹⁶ Egyszerűbben fogalmazva: például, még ha mindenkinek szabályos alakú egyéni keresleti függvénye is van, nem mondhatjuk azt, hogy a piaci keresleti függvény is biztosan szabályos alakú lesz. Csak nagyon speciális esetben várható, hogy a gazdaság úgy viselkedik, mint egy idealizált fogyasztó, vagyis általában nincs reprezentatív fogyasztó.¹⁷ Ez valójában romba döntötte a közgazdasági elmélet „mikromegalapozási” megközelítését – azt, hogy az aggregált keresletet és kínálatot a hasznosságmaximalizáló piaci szereplők viselkedéseként írják le. Így lényegében hiábavalóknak bizonyultak azok az elmúlt századbeli erőfeszítések, hogy az aggregált keresletet a hasznosságmaximalizálás eredményeként szerepeltessék.¹⁸

Problémát jelentett a matematikai és a közgazdaságtani diszciplínák értékelése közötti fáziskésés is: az 1970-es évekre nyilvánvalóvá lett a teljes kiábrándulás a Bourbaki-spektívából, és egy hasonló önvizsgálat a közgazdaságtanban valójában csak az

¹⁶ Érdekes lehet itt megemlíteni, hogy *Hildenbrand* [1983] adta meg, hogy milyen eloszlást kell feltenni az egyéni jellemzőkről ahhoz, hogy az aggregált függvény olyan legyen, mintha egy reprezentatív fogyasztó kereslete lenne. Erre az eredményre e cikk lektora hívta fel a figyelmemet.

¹⁷ Az az elgondolás, hogy az egyének bizonyos fokig tipikus minták szerint viselkednek, lényeges premissza a közgazdaságtan tudománnyá válásában. A gazdasági viselkedés tipikus mintáit egy meglehetősen egyszerű közelítés segítségével vezették be a közgazdaságtanba: egy tipikus szereplő racionalitása adott környezetben predeterminált hasznossági függvény maximalizálásából áll, amely gyakran, de nem mindig, nélkülözi a pszichológiai és a szociológiai megfontolásokat. (A pszichológiai és szociológiai megfontolásokat is figyelembe vevő tudományfilozófiai felfogás *John Stuart Mill* nevéhez fűződik, aki továbbgondolta *David Hume* tételét az asszociációs folyamatok oksági természetéről, és azt vallotta, hogy a társadalomtudomány alapja a lélektan. E megközelítés modern képviselői, a Nobel-díjas *Kahneman* és *Smith*.)

¹⁸ Kitérő áttekintést nyújt e témában: *Shafer–Sonnenschein* [1982].

1990-es évek elején kezdődött. Amikor Debreu először olvasta a Fascicule-t az 1940-es években, nem láthatta előre, hogy a Bourbaki-iskola strukturális programja milyennek bizonyul az 1960-as években. Ez talán segít megmagyarázni Debreu-nek a matematika közgazdaságtanbeli szerepéről szóló utóbbi kijelentéseinek meglehetősen visszafogott tónusát.

„Fél évszázaddal korábban a közgazdasági elmélet számára az elméleti fizika megközelíthetetlen ideál volt. Erőteljesen törekedtek a közgazdasági elmélet matematizálására. (...) a közgazdasági elmélet nem követhette a fizikai elmélet által javasolt modellt. Kellően megbízható empirikus alap hiányában a közgazdasági elméletnek ragaszkodnia kell a logikai értekezés szabályaihoz, és le kell mondania a belső inkonzisztencia lehetőségéről.” (Debreu [1991], idézi Weintraub [2002] 124. o.).

Amint saját maga is többször megjegyezte, Debreu-t sohasem érdekelte, hogy a gazdaság walrasi egyensúlyhoz történő konvergenciájának dinamikáját leírja. Az 1959-es monográfiájában külön is hangsúlyozza, hogy a 7. fejezettől eltekintve, a „bizonyosság” feltevése permanens a vizsgálataiban, vagyis mindegyik termelő pontosan ismeri a jövőbeli termelési lehetőségeit, és hasonlóképpen: a fogyasztó a jövőbeli fogyasztási lehetőségeit. A változás kérdését azonban nem lehetett örökké megkerülni, különösen akkor nem, amikor a „dinamikát” újradefiniálták, hogy értelmezzék a „stabilitást” a matematikai közgazdasági közösségen belül. Ebben a kontextusban tette fel kérdését Sonnenschein. Tartalmaztak-e a walrasi általános egyensúlyi modellek alapvető „strukturái” valamilyen lényeges megszorításokat az egyensúlyi állapotok unicitására és stabilitására? Sonnenschein válasza: néhány triviális és felesleges globális restriktción kívül semmit. Werner Hildenbrand, Debreu addigi „lehangosabb” német népszerűsítője fogalmazta meg azt a hatást, amit ez a válasz kiváltott Debreu régebbi strukturális megközelítésében:

„Amikor elolvastam a 70-es években Sonnenschein, Mantel és Debreu publikációit egy cseregazdaság túlkeresleti függvényének strukturájáról, komolyan megdöbbsentem. Addig az a naiv illúzióm volt, hogy az általános egyensúlyi modell mikroökonómiai megalapozása, amit oly nagyon csodáltam, nemcsak annak bizonyítását engedi meg, hogy a modell és az egyensúly fogalma logikailag konzisztensek, hanem azt is, hogy megmutassuk, hogy az egyensúly jól determinált. Ez az illúzió – vagy mondhatom inkább: ez a remény – szállt el egyszer s mindenkorra, legalábbis a cseregazdaságok tradicionális modelljét illetően. Megpróbáltam elnyomni magamban ezt a felismerést, és folytatni a kutatást, hogy elégtételt találjak az egyensúly egzisztenciájának bizonyításában általánosabb modellekre még gyengébb feltételek mellett. Nem sikerült azonban megtagadni azt az újonnan szerzett hitemet, hogy a közgazdasági egyensúlyi megközelítés nem teljes, ha az egyensúly nem jól determinált.”¹⁹ (Hildenbrand [1994], idézi Weintraub [2002] 124–125. o.).

Hahnak a Kornai kritikára adott riposztja végül is azért érdekes és gondolatébresztő, mert számos ponton más és más megközelítésből értékeli az AE-t. Világossá teszi az olvasó számára, hogy Kornai egész kritikája azt sugalmazza, hogy a tudományos absztrakció és analízis túlságosan nem szakadhat el a valóságtól, azaz a feltevéseknek és a modelleknek empirikusan ellenőrizhetőeknek és értelmezhetőeknek kell lenniük. E közelítés merőben más, mint Milton Friedman ismert nézete, miszerint az előrejelzések fontosabbak a feltevéseknél. Kornai nem ír elő kötelező sorrendet az adatgyűjtés és azok elemzése, valamint egy elméleti modell megfogalmazása között, elfogadja az elméleti modellek kalibrálásával nyerhető empirikus következtetéseket is. Figyeljük meg, hogy a klasszikusok gazdasági rendszerről beszélnek, és Kornai is mindvégig ebben az értelem-

¹⁹ Az egyensúly jól determináltságán most az egyensúlyi pont unicitását kell értenünk, vagyis az egyensúly nem jól determinált, ha a modellben több egyensúlyi pont létezik.

ben kéri számon a GE-től a gyakorlati kérdésekre adható válaszokat. A gazdaságot rendszerként tekinti, összekapcsolja a kibernetikával és a rendszerelmélettel. A hangsúlyt nem annak vizsgálatára helyezi, hogy a Debreu-ék által használt matematikai analízis és a gyakorlati számítási módszerek elég fejlettek-e már (például Cournot kérdésfelvetésének megválaszolásához a maga bonyolultságában). Érdemes rámutatni, hogy az *AE kiindulási pontja a klasszikusoktól örökölt rendszer, a GE-é pedig Wald és Neumann modelljei*. Kornait nem elégíti ki az a neoklasszikusokra jellemző olcsó és „banális”, de nagyon is ügyes magyarázat, hogy a valós kérdések vizsgálatában *ex ante* modelljeiket sorozatban olyan „referenciapontként” – vagy Hahn már említett megfogalmazásában: „a valósággal való szembesítésként” – ajánlgatják, amelyből eljuthatunk a deskriptív elmélethez.²⁰ Kornai munkája sokkal több annál, mintsem annak felfedezése, hogy „a hold valóban nem zöld sajtból” készült.

Több mint 30 év után Kornai [2005] visszatér Hahn kritikájához, amit az eltelt idő sem szépített meg, de amint Hildenbrand idézete sugallja, teljességében nem is igazolt. Elismeri, hogy a közgazdaságtan mai fejlettségi szintjét tekintve az AE akkori kifejtése valóban nem alkotott megfelelő logikai egységet, kevésbé szocializálódott a GE gondolatvilágával, és számos redundáns fogalom és összefüggés alapos vizsgálata gyakran messzire vezetett a fő mondanivalójától. Ezt még jobban felnagyította – tehetjük hozzá a fentiekhez – a könyv kevésbé átütő *közgazdasági retorikája McCloskey [1985]* értelmezésében tekintve, amin azt értjük, hogy kevésbé hatásosan csoportosította érveit és gondolatait, igazából nem élt sem a lakatosi cáfolatok és bizonyítások módszerével (*Lakatos [1981]*), sem a wittgensteni logikai-filozófiai érvelésekkel (*Wittgenstein [1963]*), nem kínált új elméletet, és állításait többnyire introspekcióra alapozta (vö. Kornai [2005] 204. o.). Az önéletrajzból világos, hogy Kornai számára sem a marxizmus, sem a neoklasszikus elmélet nem fogadható el, mert tételeiket nem szembesítik a valósággal. Ez vezeti ma és vezette a múltban is a GE kritikai felülvizsgálatára. Fő kifogása: a GE nem ad választ a nagy kérdésekre, nem segíti elő a kapitalizmus mélyebb megértését, és semmilyen kapcsolódót sem ad a világ „megjavításához”.

Kornai összehasonlítja a GE modellt a *Kornai-Lipták [1965]* modellel: az előbbiben egyenrangú, decentralizált egységek között az árak hordozzák az információt, míg az utóbbiban a központ mennyiségi előirányzatokat ad a neki alárendelt, engedelmességek köteles egységeknek. Mindkét modellben létezik az egyensúly, sőt az optimális állapot is. A verseny mellett az információ decentralizációja is hatalmas ösztönzést ad a kapitalizmusnak, szemben a szocializmussal, ahol az információt is centralizálják, verseny pedig nem létezik.

Kornai az AE korábbi tudományelméleti hibáját most azzal korrigálja, hogy elismeri: nem a GE elméleti tisztaságát kellett volna bírálnia, hanem a neoklasszikus iskolát. Ezt el lehet fogadni, de szerintem legalább ennyire fontos a GE egész tudományfilozófiai háttere, amelyet a modell egyik alkotója, Debreu Bourbaki-metodológiája szolgált. Debreu értékelméletében nincs helye a piaci kudarcoknak és a bizonytalanságnak. Ennek tükrében pedig igazat adhatunk Kornainak: a Bourbaki matematikai iskolával és az axiomatikus elemzési módszerrel szemben felmerült kifogások erősítették volna az AE-ben kifejtett kritikák meggyőző erejét.

Kornai most nagyobb hangsúlyt ad az ismétlődő és a nem ismétlődő, valamint az összehasonlítható és nem összehasonlítható döntéseknek. Míg az előbbiekre elemzésére használhatónak találja a neoklasszikus preferenciamodellt, addig a nem ismétlődő és nem összehasonlítható döntésekkel kapcsolatban a GE-t a racionális választás modelljeként

²⁰ Vagy ahogyan Kornai János fogalmaz: „Azzal az igénnyel lépnek fel, hogy az emberi viselkedés *univerzális* magyarázó modellje van a kezünkben.” (Kornai [2005] 197. o. – kiemelés az eredetiben.)

nem tartja alkalmazhatónak. Továbbra is úgy látja, hogy zavar volt és van ma is az egyensúly körül. (Ez nagyon egybecseng Hildenbrand általunk már többször idézett agyályaival.) A neoklasszikus elméleti iskola a „piaci egyensúly” fogalmát a természettudomány pozitív értelmezésében használja, mégpedig normatív megközelítéssel. Kornai a *kereslet egyenlő a kínálat* helyett az *eladók piacán* és a *vevők piacán* kétféle „egyensúlyt” különböztet meg: az előbbin a túlkínálat állapota, míg az utóbbin a túlkeresleté a tartós. A tiszta cseregazdaság stabilitásának Ljapunov-függvénnyel történő vizsgálatában láttuk, hogy a megfelelő feltevések mellett a túlkereslet egyensúlyi áron számított értékösszegének pozitivitása biztosítja a függvény monoton csökkenő tulajdonságát s ezáltal a stabilitást. Ez azonban ne tévesszen meg senkit, hiszen Kornai *tartós* túlkínálatról és *tartós* túlkeresletről beszél. Itt a „stacionárius” állapot *nem egyensúlyi állapot*, ami más megfogalmazást és más módszert igényel, mint a standard esetben. A vevők piaca a *tartós túlkereslet* miatt sohasem kerülhet a fizikai metafora szerinti egyensúlyba.

Kornai az AE-et 1971-ben publikálta, amihez kutatásait többnyire a 60-as évek utolsó harmadában folytatta. Ebben az időszakban, mind Keleten, mind Nyugaton tombolt a töretlen gazdasági fejlődési „láz”, az elméleti és empirikus közgazdasági kutatások középpontjában a turnpike típusú vizsgálatok (lásd például *Makarov–Rubinov* [1977], *Tsukui–Murakami* [1979], *Móczár–Tsukui* [1992]) álltak. A „dinamika” úgy jelent meg e modellekben, hogy a statikus állapotot időben kiterjesztették. Ebbe a kutatási vonulatba kitűnően beleillett a statikus GE is. Tulajdonképpen ezzel a nagyon erősen uralkodó szemlélettel szállt szembe Kornai, amikor nem fogadta el a standard (neoklasszikus) statikus egyensúlyt és bevezette a saját aszimmetriáit.

A ciklusok és általában a nemlineáris pályák vizsgálatához, be kellett következniük az 1973-as és az 1979-es olajválságoknak, a 70-es évek első felében lezajlott valutaválságnak stb., és a dinamika matematikai elméletének is jelentős fejlődésen kellett keresztülmennie. De az elmozdulás is nagyon óvatos volt. Emlékezzünk a Dornbusch-modellre, amely még csak komparatív statikai vizsgálatokat végez a valutaárfolyamra. De Hicks is csak élete vége felé, 1985-ben, az utolsó könyvében ismerte el, hogy a stabil fixpontos paradigma küldetése véget ért a közgazdasági elméletben. A 90-es évekre egy statikus (egyensúlyi) közgazdasági modellt vagy a Nash-egyensúlyt valamilyen nem egyensúlyi dinamikából származtatni, már majdnem hogy rutinfeladattá lett (lásd például *Chiarella–Flaschel* [2000]).

Ebben az aszimmetriában a kapitalizmus hajtóereje a *nem egyensúlyi állapotban* folyó verseny, ami innovációt és technikai fejlődést, új termékek piacra hozatalát eredményezheti. A másik aszimmetria adja a szocialista rendszer valódi egyensúlyi állapotát, aminek alapos vizsgálatát Kornai másik világhírű művében A hiányban találjuk meg. Mindkét társadalmi formációban a valóság az említett aszimmetriák közül valamelyik.²¹ A (neo)klasszikus közgazdasági egyensúly csak illúzió (amit maga Walras is csak ideális állapotnak tartott) – éppen úgy, mint a fizikában a termodinamikai Einstein-féle irreverzibilitás.

A logikai inkonzisztenciák mellett *Kornai* [2005] most egy érdekes oximoronra is felhívja a figyelmet: „kompetitív egyensúly” (199. o.). Az észrevétel és az ellentmondás kifejtése eredeti és kitűnő! Nem a tartalommal van baja, inkább csak az elnevezéssel. Amikor a GE-t zárt axiómarendszernek nevezi, lényegében Debreu munkáját ismeri el, akinek pontosan ez volt az eredendő célkitűzése! Nála az absztrakt elmélet és a valóság két különböző világ, és az AE érdeme, hogy az utóbbit számon kérte az elmélettől, de semmiképpen sem referenciamodellként tekintve a GE-t, ami bizonyára jelentősen hozzájárult Cournot kérdésének újabb és újabb feltételek és dimenziók melletti modern vizsgálatához. Megkockáztatom azt a kijelentést is, hogy az AE eredményesebb lehetett vol-

²¹ „Továbbra is kitartok emellett az állítás mellett. Sajnálom, hogy erről nem sikerült meggyőzőnöm kollégáimat.” (*Kornai* [2005] 200. o.)

na, ha nem a GE bírálata kapcsán fejt ki *deskriptív nem egyensúlyi modelljét*, hanem a klasszikusok, például Cournot eredeti kérdésfelvetését fogalmazta volna meg saját feltételei közt a saját fogalmi rendszerében, ami implicit bírálata is lehetett volna a GE-nek. Ezt az is alátámasztja, hogy a *GE nem egyensúlyi kiterjesztése nem az AE, és megfordítva, az AE-nek nem egyensúlyi állapota a GE*. Kornai nyilvánvalóan erre gondolt, amikor azt írta, hogy a „GE egy *matematikai kristály*, (...) olyan zárt axiómarendszer, amely nem korrigálható” (203. o.), de Hahn szerint „még fényesebbé tehető” (328. o.).

Kornai számos közgazdasági intuíciója és meglátása (például a konfliktusok szerepe, ami a játékelméleti kutatások tárgya), amelyek az AE-ben dominánsak voltak, kétségtelesen nem kaptak és nem is kaphattak rigorózus bizonyítást, nem emelkedhettek elméletek szintjére, elsősorban a tudományfilozófia – vagy ahogy mi közgazdászok mondjuk: a metodológia – akkori fejletlensége miatt. Ma már külön kötetet lehetne megtölteni azokkal a párhuzamokkal, amelyek az AE-ben összegyűjtött sejtések és állítások bizonyításait adják a legújabb tudományos kutatásokban.

További megjegyzést érdemel, hogy *Kornai* [1971] kritikái – mint láttuk – kifejezetten a GE közgazdasági feltevéseire és implikációira irányultak, s egyáltalán nem érintették az Arrow–Debreu-féle irreverzibilitási feltevést. A teljesség igényét szem előtt tartva, érdemes röviden kitérni Baumgärtner legújabb eredményére, amely pontosan ezt a feltevést kritizálja. *Baumgärtner* [2005] cikke megkülönbözteti a temporális irreverzibilitást a termodinamikai irreverzibilitástól. Az előbbi definiálását az Arrow–Debreu-modellben a következő feltevésük biztosítja: „Mivel az árukat időben ugyanúgy megkülönböztetjük, mint fizikai tulajdonságuk szerint, azok a beruházási tervek, amelyek a jövőbeli vásárlásokat és eladásokat jelentik, benne foglaltnak a termelés általunk használt modelljében.” (*Arrow–Debreu* [1954/1979], 24. o.) Az irreverzibilitás fogalma rigorózan a természeti törvényekben gyökerezethető, pontosabban a termodinamikában, amely a fizika egyik ága, s amely az energia és az anyag transzformációit tanulmányozza. Tehát ahhoz, hogy egy modellben értelmezni lehessen a termodinamikai irreverzibilitást, a gazdaság és a környezet interakcióit lényeges fizikai állapotváltozókkal kell leírni. Samuelson számos írásából tudjuk, hogy a közgazdasági modellek, köztük a Neumann-modell is, önmagukban nem felelnek meg e kritériumnak. Most Baumgärtner újszerű megközelítésben megmutatja, hogy az Arrow–Debreu-féle irreverzibilitási fogalom, vagyis az $Y \cap \{-Y\} = \{0\}$ feltevés, a temporális irreverzibilitásnak megfelel, de a termodinamikainak nem. Ez viszont azt jelenti, hogy az Arrow–Debreu-modell standard irreverzibilitási fogalma túlságosan is gyenge ahhoz, hogy teljes megfeleltetésben legyen a természet törvényeivel. Ez természetesen nem meglepő, hiszen a GE is tökéletesen definiált fizikai szempontból, és így a termodinamikai irreverzibilitás nem is lehet a rendszer releváns tulajdonsága. Ahogyan a szerző fogalmazott, Arrow és Debreu elsősorban abban voltak érdekeltek, hogy (a realitás figyelmen kívül hagyásával) a lehető leggyengébb feltevéseket tegyék, amelyek mellett az általános versenyzői egyensúly létezését ki tudták mutatni.

Következtetések, tanulságok

Az általános egyensúlyelmélet és az antiequilibrium részletes kritikai egybevetésének végére érve, az lehet a benyomásunk, hogy a kritikák és a ripsztkok alapvetően egyik megközelítést sem vonják kétségbe. Mi az, ami ezt a benyomást kelti bennünk, és ha ez így van, akkor lehetséges-e a kettő szintézise? A választ Kornainak *A hiány* című művében, valamint *Punzo* [1989], *Weintraub–Mirowski* [1994] és *Zalai* [1999] tanulmányában találjuk meg.

A magyarázat egy lehetséges kulcsa az *ex post* és az *ex ante* modellfilozófiai elméletek eltérő arányú alkalmazásában rejlik. Az előbbiben a változók között olyan törvényszerű összefüggéseket fogalmaznak meg, amelyeknek a megfigyelhető valós állapotokra szük-

ségszerűen fenn kell állniuk; míg az utóbbi esetben ezek az összefüggések egy absztrakt objektumot, egy meghatározott struktúrát képviselnek. Az *ex post modellek* leíró jellegűek, intuitív-induktív logikai megközelítéseken nyugszanak. Ezzel szemben az *ex ante modellek* a hipotetikus-deduktív logikai megközelítés elvét követik és normatív jellegűek (vö. Kornai [1971] 366. o.). Elméleteiket a funkcionális analógia szintjén írják le, de a bennük szereplő jelenségek (változók, paraméterek) *a priori* és nem tapasztalati kategóriák. Míg az *ex post* modellek elengedhetetlen jellegzetessége a *posteori* feltevéseinek és elemeinek valóság-hűsége, addig az *ex ante* modellek még csak utalásszerűen sem tesznek említést a valóságról. Az előbbieken a változók és a paraméterek mind megfigyelhetők és mérhetők, következtetéseik empirikus tartalommal bírnak, míg az utóbbiak különböző lehetséges megoldásai csak magában az absztrakt modellen belül értelmezhetők, érvényességük fő kritériuma a belső logikai konzisztencia, a bourbakizmust jellemző „elméleti tisztaság”, ami nem igényli összefüggéseik empirikus tesztelhetőségét.

Természetesen ez a steril különbségtétel szinte sohasem jelenik meg egyik modellszemléletben sem. A feltevéseikben tett absztrakciók mértéke az, ami kiemeli az egyik dominanciáját a másikkal szemben. Ennek értelmében senki sem címkézhető meg, hogy *ex ante* vagy *ex post* közgazdász. Kornai munkáiban az *ex ante* filozófia mellett az *ex post* hangsúlyozottabban van jelen, Arrow-éban már kevésbé, Debreu-éban viszont már a bourbaki *ex ante* dominál. Vagyis a klasszikusok rendszeréről, és így az AE-ről is, csak azt állíthatjuk, hogy az *ex post* modellezési filozófiára helyezi a hangsúlyt, míg Wald és Neumann modelljei az *ex ante* filozófiára, és így a GE is. Eltekintve most a feltevéseik valóságtartalmától, egyik megközelítés relevanciája sem kérdőjelezhető meg. De – mint-hogy ez idáig nem nyert bizonyítást – a *GE nem egyensúlyi kiterjesztése nem az AE, és megfordítva, az AE-nek nem egyensúlyi állapota a GE*, ami azt sugallja, hogy a kettő szintézise a mai ismereteink szerint nem lehetséges.

Fontos megjegyezni azt is, hogy az eltérő modellfilozófiák nem kötődnek szigorúan iskolákhoz, sem társadalmi berendezkedéshez. Neoklasszikus közgazdászok modelljei közt éppúgy találunk *ex post* dominanciájú modelleket, mint a klasszikusoknál *ex ante*-kat. Ez nem mond ellent Kornai azon megjegyzésének, hogy a neoklasszikus elmélet magva a GE. Az AE-ről viszont nem állíthatjuk, hogy a neoklasszikus elmélet modellje. Ugyanez elmondható a kapitalizmus vagy a szocializmus kérdéseit megfogalmazó modellekre is. Vagyis mind az AE, mind a GE független a közgazdasági elméleti iskoláktól, és hasonlóképpen politikailag semlegesek, ahogyan Kornai is állítja.

Kornai [2005] könyve „saját magával készített mélyinterjú” – egy sikeres és eredményes életmű bemutatása. A műből az is kiderül, hogy a fény és a siker mellett, még ha halványan is, de árnyékként és kudarcként ott van az AE meg nem értése, agyonhallgatása, valamint mai ismereteink birtokában a felületes és elhamarkodott kritikák megjelenítése, amelyek kétségtelenül lefektették Kornai lendületét, kidolgozatlanul hagyták számos gondolatát. Hahn megelőlegezte Debreu-nek azon kérdések megválaszolását (mellesleg, a mai napig meg nem jelenteket), amelyeket az AE felvetett, de Kornaival szemben már nem tudott ilyen nagyvonalú lenni. Kornai is felteszi a kérdést: Miért kellett ennek bekövetkeznie? Vagy a mi megfogalmazásunkban: Miért jelen(hetet)t meg Hahn cikke? A szerző kérdéssel válaszol a saját kérdésére: Talán nem volt elég óvatos, netán diplomatikus? Mások szerint az AE megjelenése előtt a főbb kritikai pontokat cikkek publikálásával kellett volna tesztelnie a GE hívei körében. Az is kétségtelenül komoly hátrányt jelentett, hogy az AE pontosan akkor jelent meg, amikor a GE nemzetközi tudományos megítélése a tetőfokán volt. A szerzőket egyértelműen közgazdasági Nodel-dj várományosnak tekintették.

Ahogy a világ divatját korunkban Párizsból és a római katolikus egyházat Vatikánból irányítják, úgy a kortárs főáramba tartozó közgazdasági elméletekről az amerikai Ivy

*League-be** tartozó egyetemek döntenek. Ezzel semmiképpen sem akarom azt mondani, hogy a főáramba tartozás csupán csak divat és hit kérdése, és hogy feltétlenül el is kell fogadnunk. De, amint az AE esete is példázza, nem mindegy, hogy miként úszunk szemben az árral. Ahogyan Kornai János fogalmaz az önéletrajzában, nálánál sokkal diplomatikusan kell szembefordulni a főárammal, mégpedig úgy, amint azt Tversky és szerzőtársa, a ma már Nobel-díjas Kahnemann tette (203. o.).

Hivatkozások

- ARROW, K. J. [1968/1979]: A gazdasági egyensúly. Megjelent: *Arrow, K. J. Egyensúly és döntés. Válogatott tanulmányok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979.*
- ARROW, K. J. [1979]: Egyensúly és döntés. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- ARROW, K. J.–BLOCK, H. D.–HURWICZ, L. [1958]: On the Stability of the Competitive Equilibrium, Part I. *Econometrica*, 26. 297–305. o.
- ARROW, K. J.–BLOCK, H. D.–HURWICZ, L. [1959]: „On the Stability of the Competitive Equilibrium, Part II. *Econometrica*, 27. 82–109. o.
- ARROW, K. J.–DEBREU, G. [1954/1979]: Az egyensúly létezése versenygazdaságban. Megjelent: *Arrow, K. J. Egyensúly és döntés. Válogatott tanulmányok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1979, 21–48. o.*
- ARROW, K. J.–HANH, H. F. [1971]: *General Competitive Analysis*. Holden Day, San Francisco.
- BAUMGÄRTNER, S. [2005]: Temporal and thermodynamic irreversibility in production theory. *Economic Theory*, 26. 725–728. o.
- BENASSY, J. P. [2005]: *The Macroeconomics of Imperfect Competition and Nonclearing Market*. The MIT Press, Cambridge.
- BOURBAKI, N. [1967–1971]: *Éléments de mathématique. Variétés différentielles et analytiques. Fascicule de résultats*. Hermann, Párizs.
- CASSEL, G. [1918/1932]: *Theoretische Sozialökonomie*. Deichert, Lipcse. (Angolul: *The Theory of Social Economy*. Harcourt Brace, New York, 1932).
- CHIARELLA, C.–FLASCHEL, P. [2000] *The Dynamics of Keynesian Monetary Growth*. Cambridge University Press, Cambridge.
- COURNOT, A. [1838/1963]: *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*. Angolul: *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*. fordította: N. Bacon, Homewood, Illinois, Irwin.
- CSEKŐ IMRE [2004]: Rövid bevezetés az általános egyensúlyelméletbe. Budapesti Corvinus Egyetem, Kézirat.
- DAY, R. H. [1984]: Disequilibrium Economic Dynamics. *Journal of Economic Behaviour and Organization*, 5. 57–76. o.
- DEBREU, G. [1952]: A Social Equilibrium Existence Theorem. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, 38. No. 10. 886–893. o.
- DEBREU, G. [1959]: *Theory of Value (An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium)*. Wiley, New York.
- DEBREU, G. [1972]: Excess Demand Functions. *Journal of Mathematical Economics*, 1. 15–23. o.
- DEBREU, G. [1987]: Közgazdaságtan axiomatikus módszerrel. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- DEBREU, G. [1991]: The Mathematization of Economic Theory. *American Economic Review*, 81. 1–7. o.
- GALE, D. [1963]: The Law of Supply and Demand. *Mathematica Scandinavica*, 37. 155–169. o.
- HAHN, H. F. [1973]: The Winter of our Discontent. *Economica*, augusztus, 322–330. o.
- HAHN, H. F.–SOLOW, R. [1997]: *A Critical Essay on Modern Macroeconomic Theory*. The MIT Press, Cambridge.

* Brown, Columbia, Cornell, Dartmouth, Harvard, Pennsylvania, Princeton és a Yale (*a szerk.*).

- HICKS, J. R. [1939/1978]: Érték és tőke. A keynesi gazdaságtan válsága. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- HILDENBRAND, W. [1983]: On the „Law of Demand”. *Econometrica*, 4. 997–1020. o.
- HILDENBRAND, W. [1994]: *Market Demand: Theory and Empirical Evidence*. Princeton University Press, Princeton.
- IWAI, K. [2001]: *A Disequilibrium Theory of Long-run Profits: Schumpeterian Dynamics*. Megjelent: *Punzo* [2001].
- JOHN, R. [1999]: Abraham Wald’s equilibrium existence proof reconsidered. *Economic Theory*, 13. 417–428. o.
- KEMENY, J. G.–MORGENSTERN, O.–THOMPSON, G. L. [1956]: A generalization of the von Neumann model of an expanding economy. *Econometrica*, 4. 115–135. o.
- KOOPMANS, T. C. [1951]: *Analysis of production as an Efficient Combination of Activities*, Megjelent: *Koopmans, T. C.* (szerk.): *Activity Analysis of Production and Allocation*. Cowles Commission Monograph, 13. John Wiley and Sons, New York.
- KORNAI JÁNOS [1971]: *Anti-equilibrium*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- KORNAI JÁNOS [1980]: *A hiány*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
- KORNAI JÁNOS [2005]: *A gondolat erejével*. Rendhagyó önéletrajz. Osiris Kiadó, Budapest.
- KORNAI JÁNOS–LIPTÁK TAMÁS [1965]: Two-level Planning. *Econometrica*, 33. 141–169. o.
- LAKATOS IMRE [1981]: *Bizonyítások és cáfolatok. A matematikai felfedezés logikája*. Gondolat, Budapest.
- LJAPUNOV, A. [1907]: *Probleme general de la stabilite du mouvement*. *Annales de Toulouse*, 9. 2. o.
- MAKAROV, V. L.–RUBINOV, A. M. [1977]: *Mathematical Theory of Economic Dynamics and Equilibria*. Springer, New York.
- MANTEL, R. R. [1974]: On the characterizations of aggregate excess demand. *Journal of Economic Theory*, 7. 348–353. o.
- MAS-COLELL, A. [1986]: *Notes on Price and Quantity Tatonnement Dynamics*, Megjelent: *Sonnenschein, H.* (szerk.): *Models of Economic Dynamics*, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York.
- MÁTYÁS ANTAL [1999]: *A modern közgazdaságtan története*. Aula Kiadó, Budapest
- MCCLOSKEY, D. N. [1985]: *The Rhetoric of Economics*. The University of Wisconsin Press, Madison, WI.
- MCKENZIE, L. [1954]: On equilibrium in Graham’s model of world trade and other competitive systems. *Econometrica*, 12. 147–161. o.
- METZLER, L. A. [1945]: *Stability of Multiple Markets: The Hicks Conditions*. *Econometrica*, Vol. 13. 277–292. o.
- MÓCZÁR JÓZSEF [1995]: Reducible von Neumann models and uniqueness. *Metroeconomica*, 46. 1–15. o.
- MÓCZÁR JÓZSEF–TSUKUI, J. [1992]: Balanced and unbalanced growth paths in a decomposable economy: contributions to the theory of multiple turnpikes. *Economic Systems Research*, 3. 211–222. o.
- NASH, J. [1950]: *Equilibrium Points in N-Person Games*. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, 36. 48–49. o.
- NEGISHI, T. [1962]: The stability of a competitive economy: a survey article. *Econometrica*, 30. 635–669. o.
- PATINKIN, D. [1948]: Relative Prices, Say’s Law, and the Demand for Money. *Econometrica*, 16. 135–154. o.
- PETRI, F.–HAHN, H. F. [2002]: *General Equilibrium (Problems and Prospects)*. Routledge.
- PUNZO, L. [1989]: *Von Neumann and Karl Menger’s Mathematical Colloquium*. Megjelent: *Dore, M. S.–Chakravarty, S.–Goodwin, R.* (szerk.): *John von Neumann and Modern Economics*. Clarendon Press, Oxford.
- PUNZO, L. [1991]: The School of Mathematical Formalism and the Viennese Circle of Mathematical Economists. *Journal of the History of Economic Thought*, 13. 1–18. o.
- PUNZO, L. [2001]: *Cycles, Growth and Structural Change*. Routledge, London.
- SAMUELSON, P. A. [1943]: Dynamics, Statics, and the Stationary States. *Review of Economics and Statistics*, 25. 58–68. o.

- SAMUELSON, P. A. [1947]: Foundations of Economic Analysis. Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- SCARF, H. [1960]: Some Examples of Global Instability of the Competitive Equilibrium. *International Economic Review*, szeptember, 1. 157–172. o.
- SCHLESINGER, K. [1933–1934, 1935]: Über die Produktionsgleichungen der ökonomischen Wertlehre. *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, 6. 10–11. o.
- SHAFER, W.–SONNENSCHNEIN, H. [1982]: Market demand and excess demand functions, Megjelent: *Arrow, K. J.–Intriligator M. D.* (szerk.): *Handbook of Mathematical Economics*, 2. North-Holland, Amsterdam.
- SMITHIES, A. [1942]: The Stability of Competitive Equilibrium. *Econometrica*, 10. 258–274. o.
- SONNENSCHNEIN, H. F. [1972]: Market Excess Demand Functions. *Econometrica*, 40. 549–563. o.
- SONNENSCHNEIN, H. F. [1973]: Do Walras’ Identity and Continuity Characterize the Class of Community Excess Demand Functions? *Journal of Economic Theory*, 345–354. o.
- TSUKUI, J.–MURAKAMI, Y. [1979]: Turnpike Optimality in Input-Output Systems. North-Holland, Amsterdam.
- WALD, A. [1933–1934]: Über die eindeutige positive Lösbarkeit der neuen Produktionsgleichungen. *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, 6. 12–20. o.
- WALD, A. [1934–1935]: Über die Produktionsgleichungen der ökonomischen Wertlehre (II. Mitteilung). *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums*, 7. 1–6. o. Angolul: On the Production Equations of Economic Value Theory (Part 2). 1936.
- WALD, A. [1936/1951]: Über einige Gleichungssysteme der Mathematischen Ökonomie. *Zeitschrift für Nationalökonomie*, Vol. 7. No. 5. (1936) 637–670. o. Angolul: On Some Systems of Equations in Mathematical Economics. *Econometrica*, 19. (1951) 368–403. o.
- WEINTRAUB, E. R. [1979]: *Microfoundations*. Cambridge University Press, Cambridge.
- WEINTRAUB, R. R. [1991]: *Stabilizing Dynamics*. Cambridge University Press, New York.
- WEINTRAUB, E. R. [2002]: *How Economics Became Mathematical Science*. Cambridge University Press, Cambridge.
- WEINTRAUB, E. R.–MIROWSKI, G. [1994]: The Pure and the Applied: Bourbakism Comes to Mathematical Economics. *Science in Context*, 2. 245–272. o.
- WITTGENSTEIN, L. [1963]: *Logikai-filozófiai értekezés*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- ZALAI ERNŐ [1999]: A közgazdaságtan metodológiájáról és a matematikai közgazdaságtanról a Neumann-modell ürügyén. *Közgazdasági Szemle*, 7–8. sz. 1–36. o.
- ZALAI ERNŐ [2000]: *Matematikai közgazdaságtan*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.