

## MELLÁR TAMÁS

### Mikor éri el a magyar gazdaság fejlettsége az Európai Unió átlagát?

---

A tanulmány az Európai Unió átlagos fejlettségi szintjéhez való magyar gazdasági felzárkózás időigényét és időbeli alakulását vizsgálja dinamikus makromodellek segítségével. Az első részben alkalmazott modellek alap gondolata az, hogy az EU-átlagtól való viszonylagos elmaradottságunk növekedési forrást jelent, amely így a lehetséges növekedési ütem fölé emelheti a tényleges magyar növekedési ütemet az utolérési időszakban. A második részben alkalmazott modellek a kölcsönös, pozitív és negatív, valamint oda- és visszahatást egyaránt tartalmazzák a terület közötti növekedési ütemek összevetésében. Így ezek a modellek a csatlakozás után is alkalmazhatók maradnak. A modellvizsgálatok tanúsága szerint nem lehet egyértelműen meghatározni egyetlen számot az uniós átlaghoz való felzárkózás időigényére: a feltételek függvényében ez a 15 és 45 éves időhatárok között – bár korántsem azonos valószínűséggel – bárhol lehet, sőt szélső esetekben még ezeken kívülre is eshet.\*

---

„Akhilleusz tízszer gyorsabban fut, mint a teknősbéka, ezért tíz méter előnyt ad neki. Míg lefutja Akhilleusz ezt a tíz métert, egy métert halad előre a teknőc; míg lefutja Akhilleusz ezt a métert, egy decimétert halad előre a teknőc; míg lefutja Akhilleusz ezt a centimétert, egy centimétert halad előre a teknőc; míg lefutja Akhilleusz ezt a centimétert, egy millimétert halad előre a teknőc; míg lefutja Akhilleusz ezt a millimétert, egytized millimétert halad előre a teknőc és így tovább a végtelenségig, tehát ha örökké fut is Akhilleusz, sosem érheti el a teknősbékát.”<sup>1</sup>

Valószínűleg majdnem mindenki ismeri Zénón eme halhatatlan paradoxonát. Sokan Henri Bergson cáfolatát is ismerik, amelynek lényege az, hogy Akhilleusz minden lépése egyszerű, oszthatatlan aktus, és bizonyos számú ilyen aktus után el fogja hagyni a teknősbékát. Szerinte Zénón és követői a tér tetszőleges oszthatósága okán feljogosítva érzik magukat arra, hogy Akhilleusz mozgását ne saját, hanem teknősléptekből állítsák össze: „...a teknősbékát kergető Akhilleusz helyébe valójában két egymáshoz szabályozott teknősbékát tesznek, melyek arra vannak kárhoztatva, hogy ugyanolyan fajta egyidejű lépéseket vagy aktusokat végezzenek, úgy hogy sohse érhék el egymást.” (*Borges* [1999] 82. o.).

Némi magyarázatra szorul, hogy mindez miért érdekes számunkra annak a kérdésnek a tanulmányozása kapcsán, hogy a magyar gazdaság utoléri-e – és mikor – az Európai

\* A szerző ez úton szeretné megköszönni *Nyitrai Verának* és *Simonovits Andrásnak* a segítségét, akik értékes észrevételeikkel jelentősen hozzájárultak a tanulmány ezen végső formában való megjelenéséhez. Természetesen az esetlegesen fennmaradó hibákért kizárólag a szerzőt terhel minden felelősség.

<sup>1</sup> Idézi *Jorge Luis Borges* az Akhilleusz és a teknősbéka örökös versenyfutása című tanulmányában (*Borges* [1999] 80. o.).

Unió egy főre jutó GDP-átlagát. Az első, önkéntelen válasz ugyanis nyilván az lehet, hogy amennyiben a magyar gazdaság növekedési üteme tartósan meghaladja az uniós átlagot, akkor bizonyos időn belül eléri, sőt ezt követően meg is haladja azt. Igen ám, de ha a magyar növekedési ütem nagysága erőteljesen függ az EU növekedési ütemétől, illetve a fejlettségbeli szintkülönbség alakulásától, akkor a helyzet megítélése már nem ennyire egyszerű, s óhatatlanul felmerül a „két egymáshoz szabályozott teknősbéka” példája. A probléma tehát nem olyan egyszerű, még akkor sem, ha elvonatkoztatunk a növekedés konkrét összetevőitől, illetve a növekedési ütemet befolyásoló különböző területek külön-külön kezelésétől.

### A kiinduló helyzet és az egyszerű növekedési aritmetika

Hogyan állunk valójában a fejlettségbeli szinttel és a növekedési ütemekkel Magyarország és az Európai Unió esetében? Az Eurostat által kiadott – s az OECD ECP-nek (európai összehasonlítási program) számításait felhasználó – összehasonlító adatok alapján az 1. táblázat állítható össze.

1. táblázat

Az EU-tagállamok és a tagjelölt országok néhány fontos mutatója

Megnevezés	1995	1996	1997	1998	1999	2000
<i>EU-15*</i>						
A GDP növekedési üteme (százalék)	2,3	1,6	2,5	2,9	2,5	3,3
Egy főre jutó GDP (PPS*** dollárban)	17 600	18 400	19 400	20 200	21 200	22 500
<i>CC-13**</i>						
A GDP növekedési üteme (százalék)	6,1	5,0	4,7	2,8	-0,1	5,2
Egy főre jutó GDP (PPS*** dollárban)	6 100	6 600	7 100	7 300	7 400	7 900
Az EU-hoz viszonyított arány (százalék)	35	36	36	36	35	35
<i>Magyarország</i>						
A GDP növekedési üteme (százalék)	1,5	1,3	4,6	4,9	4,5	5,2
Egy főre jutó GDP (PPS*** dollárban)	8 100	8 600	9 300	10 000	10 700	11 700
EU-hoz viszonyított arány (százalék)	46	47	48	49	51	52

\* Az Európai Unió 15 országának átlaga.

\*\* A tagjelölt 13 ország (beleértve Törökországot is) átlaga.

\*\*\* PPS az ECP (európai összehasonlítási program) alapján számított 1996-os bázisú vásárlóerő-paritás.

Forrás: The GDP of the Candidate Countries.

Az adatok megbízhatósága – az alapadatok minőségén túl – az ECP-ben kialakított összehasonlító vásárlóerő-parítások megfelelőségétől is függ. Mivel nincsenek abszolút homogén termékek és szolgáltatások, bizonyos pontatlanságok és torzítások óhatatlanok. Mindazonáltal az alapvető nagyságrendi viszonyok és az időbeli tendenciák ettől függetlenül jól megragadhatók. Többek között az is jól látható, hogy a magyar gazdaság növekedési üteme 1997 és 2000 között 2 százalékponttal volt magasabb, mint az EU átlagos növekedési üteme, ezért emelkedett az egy főre jutó GDP aránya az 1995. évi 46 százalékról 2000-ben 52 százalékra.

Azt a mindenkit szerfelett izgató kérdést, hogy mikor éri el Magyarország az EU átlagát, a növekedési ütemek különbségének ismeretében könnyen megválaszolhatjuk. Jelölje  $U_t$  az uniós átlagot,  $M_t$  a jelenlegi magyar egy főre jutó értéket,  $g_{U,t}$  és  $g_{M,t}$  pedig a

megfelelő növekedési ütemeket. Az egyszerűség kedvéért tekintünk a 0-dik időszakban a magyar fejlettségi szintet 1-nek, s ennek megfelelően az uniós átlagot 2 egységnek. Tételizzük fel továbbá, hogy a növekedési ütemek időben nem változnak, mindkét területen minden évben ugyanakkorák. Ekkor:

$$U_0 e^{g_U t} = M_0 e^{g_M t} \tag{1}$$

$$\ln 2 + g_U t = g_M t \quad \text{és} \quad g_M - g_U = \frac{0,6931}{t}.$$

A képlet a két növekedési ütem közötti különbség függvényében határozza meg az utolérési időt. Legyen az ütemkülönbség például 2 vagy 3 százalékpont; ekkor ennek megfelelően 34,6, illetve 23,1 év adódik. Fordított esetben, ha az utolérési időt szabjuk meg például 15 vagy 20 évben, akkor a növekedési ütemek elvárt különbsége 4,62, illetve 3,46 százalékpont lesz.

Ez a mennyiségi reláció természetesen csak abban a leegyszerűsített esetben érvényes, amikor a két gazdaság egymástól függetlenül növekszik, mindkettő a saját belső növekedési üteme alapján. Ebben az esetben a gazdaságpolitikai feladat is igen egyszerű (bár nem biztos, hogy könnyen kivitelezhető): az utolérés kívánatos dátumához kell igazítani az uniós növekedési ütem meghaladásának a mértékét. Ha a kitűzött dátumnál tovább sikerül fenntartani a magasabb növekedési ütemet, akkor nem pusztán utolérésről, hanem elhagyásról is szó van.

A való világ azonban nem ennyire egyszerű, ezért a következő részekben ennél bonyolultabb eseteket modellezünk és elemzünk.

### A magyar növekedési ütem függ az Európai Unióétól is

Kiindulópontként tételizzük fel, hogy az EU potenciális növekedési üteme időben nem változik, állandó ( $\bar{g}_U$ ). Ez a növekedési ütem a gazdaság alapvető jellemzőin alapul: népességnövekedés, műszaki fejlődés stb. Elégg nyilvánvaló, hogy hasonló tényezők érvényesülnek az Európai Unióval intenzív kapcsolatot fenntartó Magyarország esetében is, a növekedési ütem itt is ugyanezekben a tényezőkön nyugszik, de a hazai potenciális növekedési ütemnek,  $\bar{g}_M$ -nek nem feltétlenül kell egybeesnie  $\bar{g}_U$ -val. Ezen túl azonban a viszonylagos elmaradottság bizonyos növekedési képességet jelent (például alacsonyabb reálbér, kisebb környezeti terhelés, magasabb megtakarítási ráta, erősebb multiplikátorhatás stb.), ami átmenetileg a potenciális növekedési ütem fölé emeli az aktuális növekedési ütemet. A növekedési ütem helyett növekedési tényezőt használva, mindez a következőképpen rögzíthető:

$$U_t = \bar{G}_U U_{t-1} \tag{2}$$

$$M_t = G_{M,t} M_{t-1}$$

$$G_{M,t} = \bar{G}_M \left[ \frac{U_{t-1}}{M_{t-1}} \right]^\alpha$$

$$\bar{G}_U = 1 + \bar{g}_U$$

$$\bar{G}_M = 1 + \bar{g}_M.$$

A magyar növekedési tényező azzal arányosan nagyobb, mint a potenciális, amely arányban az EU fejlettségi szintje meghaladja a magyart. Ha az uniós és a magyar potenciális növekedési tényező egymással megegyezik ( $\bar{G}_U = \bar{G}_M$ ), akkor mindaddig, amíg a magyar fejlettségi szint az EU szintje alatt marad, a magyar növekedési ütem meg fogja haladni azt. Az utolérés után viszont a két térség együtt halad, azonos szinten, azonos növekedési ütem mellett. Könnyű észrevenni, hogy ebben az esetben egyetlen meghatá-

rozó paraméter van, amely a konvergenciát szabályozza, az  $\alpha$  paraméter. Ez a paraméter tulajdonképpen azt mutatja, hogy az elmaradás milyen számszerű, a növekedési ütemben megmutatkozó előnyöket jelent.

Mélyebb betekintést nyerhetünk a (2) utolérési modell természetébe, ha egy kicsit átalakítjuk. Logaritmizálva az egyenleteket és kisbetűkkel jelölve a logaritmusokat, a következő jól kezelhető összefüggéseket kapjuk:

$$\begin{aligned} u_t &= \bar{g}_U + u_{t-1} \\ m_t &= g_{M,t} + m_{t-1} \\ g_{M,t} &= \bar{g}_M + \alpha(u_{t-1} - m_{t-1}). \end{aligned} \quad (3)$$

A behelyettesítések és némi átalakítás után a következő differenciaegyenlet adódik:

$$m_t = (1 - \alpha)m_{t-1} + \bar{g}_M + \alpha u_0 + (t - 1)\alpha \bar{g}_U. \quad (4)$$

A (4) megoldása megadja az  $m$  egyensúlyi értékét:

$$m_t^* = \frac{\bar{g}_M - \bar{g}_U}{\alpha} + u_0 + t\bar{g}_U. \quad (5)$$

Az (5) képletből világosan kitűnik, hogy nem fix, hanem mozgó egyensúlyi értékünk van, ami teljesen természetes, hiszen a felzárkózási mechanizmust nem egy rögzített szinthez, hanem az állandóan mozgásban lévő EU-s átlaghoz definiáltuk. (Ne felejtjük el, hogy  $u_0 + t\bar{g}_U = u_t$ !)

Az egyensúlyi érték és a kiegészítő megoldás segítségével felírható a magyar fejlődési folyamat időbeli alakulását mutató egyenlet:

$$m_t = \left[ m_0 - u_0 - \frac{\bar{g}_M - \bar{g}_U}{\alpha} \right] (1 - \alpha)^t + \frac{\bar{g}_M - \bar{g}_U}{\alpha} + u_0 + t\bar{g}_U. \quad (6)$$

Az  $\alpha$  alkalmazkodási paraméterre minden különösebb korlátozó jelleg nélkül kiköthetjük, hogy értéke 0 és 1 közé esik. Ebből következően az utolérési folyamat stabil lesz: a  $t$  növekedésével a kezdőértékek, illetve a potenciális növekedési ütemek különbsége elenyészik, s a folyamat tart az egyensúlyi értékéhez. Az (5) és (6) egyenlet tanúsága szerint a potenciális növekedési ütemek viszonya jelentős befolyással bír nemcsak az egyensúlyi érték meghatározása, hanem az alkalmazkodási folyamat alakulása szempontjából is. Éppen ezért célszerű a potenciális növekedési ütemek viszonya szempontjából három különböző esetet részletesebben megvizsgálni.

1. Amikor a két potenciális növekedési ütem megegyezik, akkor az egyensúlyi érték a következő egyszerű alakot ölti:

$$m_t^* = u_0 + t\bar{g}_U = u_t, \quad \text{ha} \quad \bar{g}_M = \bar{g}_U, \quad (5')$$

vagyis a mozgó egyensúlyi érték a mindenkori uniós fejlettségi szint lesz. A tényleges magyar növekedési ütem azonban mindaddig, amíg a fejlettségi szintek ki nem egyenlítődnek, magasabb lesz, s csak ezután tér vissza a potenciális növekedési ütem szintjére. Ettől kezdve a magyar és az európai szint nem fog különbözni egymástól, hiszen egyforma ütemben növekszenek (lásd az 1. ábrát).

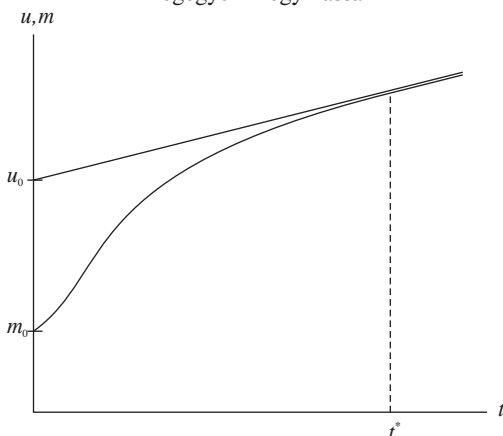
Arra a kérdésre, hogy a magyar gazdaság mikor éri el az EU átlagát, pontos válasz nem adható, de közelítő értékek igen, mégpedig az alkalmazkodási paraméter függvényében. Írjuk fel ismét a (6) összefüggést, a potenciális növekedési ütemek egyenlőségét feltételezve:

$$m_t = [m_0 - u_0](1 - \alpha)^t + u_0 + t\bar{g}_U. \quad (6')$$

Mivel a jobb oldal második és harmadik eleme nem más, mint  $u_t$ , ezért az alapkérdésünkre vonatkozó választ az adja meg, hogy a jobb oldal első elemét jelentő szorzat

1. ábra

Az utolérés, amikor az európai és a magyar potenciális növekedési ütem megegyezik egymással



mikor válik nullává. (Pontosabban: nullához igen közeli értékévé, mert nullává csak akkor válhat, eltérő kiinduló értékek és nem nulla alkalmazkodási paraméter mellett, ha  $t$  a végtelenbe tart.) A nullához való közelítés időigénye – az indulóértékek adott különbsége esetén – az  $\alpha$  alkalmazkodási paraméter nagyságától függ, mégpedig a fenti összefüggés értelmében nem lineáris, hanem exponenciális módon. Illusztrációként a 2. táblázatban közlünk néhány, a (6') alapján számított utolérési időt, különböző alkalmazkodási paraméterek esetén, az  $U_0 = 2$ , és  $M_0 = 1$  kezdőértékek alkalmazásával.

2. táblázat

Illusztráció az utolérés időigényére  $\alpha$  különböző értékei mellett

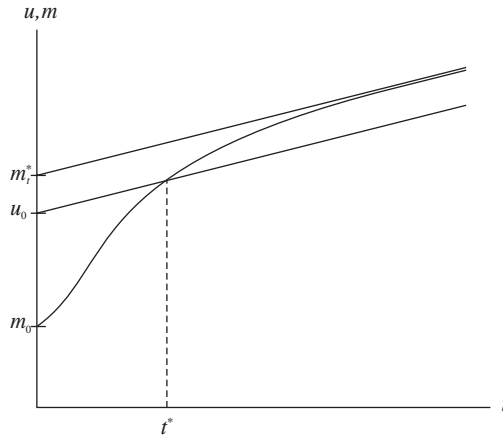
Megnevezés	Az $\alpha$ értéke									
	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,15	0,2	0,3	
Kezdő növekedési ütem-különbség (százalék)	3,5	4,2	4,9	5,5	6,2	6,9	10,4	13,9	20,8	
Utolérési idő (év)	82,6	68,5	58,4	50,8	44,9	40,2	26,1	19,0	11,8	

A számított adatokból jól látható, hogy az a paraméter növekedésével rohamosan csökken az utoléréshez szükséges idő, ami praktikusán azt jelenti: *minél intenzívebben jelentkezik a viszonylagos elmaradottságból következő előnyök növekedést gerjesztő hatása, annál gyorsabb lesz a felzárkózás.* Ezt az összefüggést azonban nem lehet mechanikusan értelmezni és tetszőleges tartományba kiterjeszteni. Jól látható, hogy már a 0,1-es paraméterérték mellett is a növekedési ütem igen magas, 6,9 százalékos kezdeti különbségére van szükség, vagyis ennyivel kell meghaladnia a magyar növekedési ütemnek az európai (és persze a magyar) potenciális növekedési ütemet. Praktikusán ez 10 százalék körüli növekedési ütemet feltételez a kezdeti időszakokban, amely a későbbiekben természetesen egyre csökken, egészen az európai és a magyar potenciális növekedési ütem szintjéig. De a gyakorlatban, még egészen rövid időszakokra is, igen nehéz ilyen magas növekedési ütemet fenntartani.

2. A másik esetben, amikor a hazai potenciális növekedési ütem nagyobb, mint az uniós érték,  $\bar{g}_M > \bar{g}_U$ , akkor az egyensúlyra vonatkozó (5) összefüggés alapján jó látható,

2. ábra

Felzárkózás, amikor a magyar potenciális növekedési ütem nagyobb, mint az európai uniós



hogy az egyensúlyi érték magasabb lesz, mint az EU átlagértéke. Vagyis itt már nem pusztán utolérésről, hanem elhagyásról van szó: elérve az uniós átlagot, a magyar gazdaság nem áll be a sorba, hanem a potenciális növekedési ütemkülönbségnek megfelelően egy ennél magasabb egyensúlyi értékre áll be, amely azonban párhuzamosan mozog az uniós átlaggal (lásd a 2. ábrát).

Az utolérési idők kiszámításához ismét a (6) összefüggést használhatjuk. Figyelembe véve az  $u_t = m_t$  feltételt, átrendezés után azt kapjuk, hogy

$$\left[ m_0 - u_0 - \frac{\bar{g}_M - \bar{g}_U}{\alpha} \right] (1 - \alpha)^t = - \frac{\bar{g}_M - \bar{g}_U}{\alpha}. \quad (6'')$$

Ha ismerjük a potenciális növekedési ütemek különbségét, akkor az indulóértékek adott különbségei mellett kiszámolhatók a különböző alkalmazkodási paraméterekhez tartozó utolérési idők. A különböző potenciális növekedési ütemkülönbségek mellett számított eredményeket a 3. táblázat tartalmazza (továbbra is az  $U_0 = 2$  és  $M_0 = 1$  kezdőértékek alkalmazásával).

A számítási eredmények azt a trivialitást erősítik meg, hogy a *potenciális növekedési ütem nagysága döntő jelentőségű a felzárkózáshoz szükséges idő szempontjából*. A po-

3. táblázat

Illusztráció az utolérés időigényére a potenciális növekedési ütemek különbségének ismeretében

Az $\alpha$ értéke	Utolérési idő, ha		
	$\bar{g}_M - \bar{g}_U = 0,5$ százalék	$\bar{g}_M - \bar{g}_U = 1$ százalék	$\bar{g}_M - \bar{g}_U = 2$ százalék
0,05	40,4	29,2	19,6
0,06	36,1	26,5	18,2
0,07	32,7	24,3	17,0
0,08	29,9	22,5	15,9
0,09	27,6	21,0	15,0
0,1	25,6	19,7	14,2
0,15	20,0	15,0	11,2
0,2	15,1	12,1	9,3
0,3	10,5	8,6	6,8

tenciális növekedési ütemek 1-2 százalékos különbsége viszonylag gyors, 15-25 éves utolérést biztosíthat. Érdeemes utalni rá, hogy minél magasabb a potenciális növekedési ütem, annál kevésbé van szerepe a viszonylagos elmaradottságból származó növekedési előnynek. Míg a potenciális növekedési ütem 0,5 százalékos különbsége mellett az  $\alpha$  paraméternek 0,05-ről 0,1-re történő változtatása az utoléréshez szükséges időtartamot 15 évvel hosszabbította meg, addig ugyanez a növekedési ütem 2 százalékos különbségénél már csak 5 évet jelentett.

3. Végezetül érdemes áttekinteni azt az esetet is, amikor a  $\bar{g}_U = 0$ . Ez a feltétel azt jelenti, hogy az Európai Unió egészében nem növekszik, hanem hosszabb időn át stagnáló átlagos fejlettségi szint jellemző rá. A feltételezés valóságtartalma felett nem érdemes vitát nyitni, mert számunkra most nem ez a fontos, hanem a „felzárkózás egy előre rögzített szinthez” problémája. A feladat megfogalmazható úgy is, hogy a magyar gazdaság mindaddig képes a potenciális fejlettségi szintjénél arányosan gyorsabban növekedni, amíg el nem ér egy bizonyos fejlettségi szintet (ami a mi esetünkben most éppen a stagnáló EU-szint).

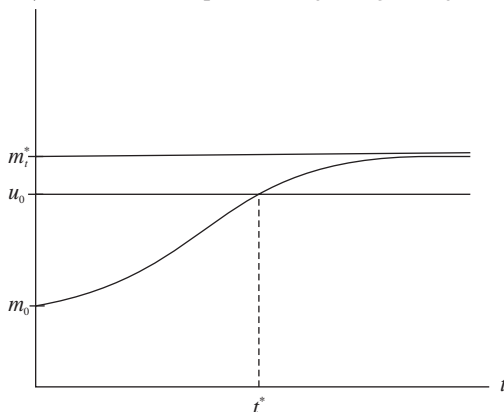
Az egyensúlyi érték ebben az esetben minőségileg is különbözni fog az (5)-ben megfogalmazottól, mert itt most fix, időtől független érték lesz:

$$m_t^* = \frac{\bar{g}_M}{\alpha} + u_0, \quad \text{ha } \bar{g}_U = 0. \quad (5'')$$

A folyamat ezúttal sem az EU-s, illetve az előre rögzített szinthez tart, hanem annál magasabb szinten stabilizálódik (lásd a 3. ábrát). Ez azzal magyarázható, hogy a magyar gazdaság növekedési képessége független a fejlettségi szintek arányától, s az utolérés után is hat, jóllehet egyre kisebb mértékben, mert hatását gyengíti a túlfutásból származó negatív növekedési tényező.

3. ábra

Felzárkózás, amikor az Európai Unió fejlettségi szintje nem változik



Az utolérési idők számításához ismét a (6) összefüggésből indulhatunk ki, amely most a következő alakot ölti:

$$\left[ m_0 - u_0 - \frac{\bar{g}_M}{\alpha} \right] (1 - \alpha)^t = -\frac{\bar{g}_M}{\alpha}. \quad (6''')$$

Néhány potenciális növekedési ütem mellett itt is kiszámítottuk az utolérési idők alakulását, különböző alkalmazkodási paraméterek függvényében. A számítási eredményeket a 4. táblázat tartalmazza.

## 4. táblázat

Illusztráció az utolérés időigényére a különböző alkalmazkodási paraméterek ismeretében

Az $\alpha$ értéke	Utolérési idő, ha		
	$\bar{g}_M = 3$ százalék	$\bar{g}_M = 4$ százalék	$\bar{g}_M = 5$ százalék
0,05	15,0	12,2	10,3
0,06	14,1	11,5	9,8
0,07	13,3	10,9	9,3
0,08	12,6	10,4	8,9
0,09	11,9	9,9	8,6
0,1	11,4	9,5	8,3
0,15	9,2	7,9	6,9
0,2	7,7	6,7	5,9
0,3	5,8	5,1	4,6

A számított eredmények alapján a felületes szemlélő egészen optimista következtetések levonására is hajlamos lehet. Nyomatékosan hangsúlyozni kell, hogy *a viszonylag rövid utolérési idők egyfelől a fix célból, az EU időben állandónak feltételezett fejlettségi szintjéből következnek, másfelől pedig igen magas induló növekedési ütemeket feltételeznek.* A 4. táblázatban a leghosszabb utolérési idő (15 év) esetében is 6,5 százalékos kezdő növekedési ütemre van szükség, a legrövidebb idő (4,6 év) esetében pedig 25,8 százalékra, amelynek elérése minden realitást nélkülöz.

E rész lezárásaként érdemes egy pontosító megjegyzést tenni az Európai Unió bővítése kapcsán. Joggal vethető fel, hogy a tagjelölt országok csatlakozása megváltoztatja az uniós átlagot, tehát az utolérési idők is ennek megfelelően rövidülhetnek. Ez minden bizonnyal így van, de túlzottan nagy jelentőséget erről az oldalról nem érdemes a csatlakozásnak tulajdonítani. Még a leginkább optimista forgatókönyvek szerint sem okozhat ez ugyanis 10 százaléknál nagyobb változást az uniós átlagban, ami viszont csak néhány százalékkal módosítja a szükséges utolérési időtávot. E miatt tehát nem érdemes megváltoztatni a modellt és pontosítani az eredményeket. Egyébként is a csatlakozási probléma ennél sokkal bonyolultabb, amelynek hatása van mind a két fél növekedési ütemére, éppen ezért erre a problémára a következő részben bővebben kitérünk.

### A két növekedési ütem kölcsönösen hatással van egymásra

Az előző rész egyváltozós dinamikus modelljének kézenfekvő kiterjesztése lehet a kétoldalú kölcsönhatások figyelembevételével, ahol az EU fejlettségi szintje nem külső adottságként, hanem endogén változóként jelenik meg. A kétváltozós modellre való kibővítés és a szimmetrikus kezelés természetesen nem jelenti azt, hogy az egymásra hatások erősségét vagy fontosságát azonosnak tekintenénk mindkét irányban. E közgazdasági szempontból is fontos lehet, mert segítségével vizsgálható az EU-csatlakozás utáni helyzet. Konkréten az, hogy a csatlakozás után megjelenő előnyök és hátrányok hogyan érint(het)ik az EU és Magyarország növekedési folyamatát – természetesen egy igen leegyszerűsített viszonyrendszer keretei között. Ebben az értelemben tehát a most következő modell nem pusztán általánosítása az előző rész modelljének, hanem időbeli követője is lehet.

A modell kiindulópontja tehát az, hogy mindkét területre adott a potenciális növekedési ütem, amelyet folyamatosan módosít a fejlettségbeli különbségekből származó növelő, illetve csökkentő rész. Konkréten:



$$U_t = \bar{G}_U \left[ \frac{M_{t-1}}{\Omega_1 U_{t-1}^\gamma} \right]^\beta U_{t-1} \tag{7}$$

$$M_t = \bar{G}_M \left[ \frac{\Omega_2 U_{t-1}^\delta}{M_{t-1}} \right]^\alpha M_{t-1}.$$

Az  $\alpha$ ,  $\beta$  alkalmazkodási paraméterek a korábbiaknak megfelelően a fejlettségbeli különbségek növekedési ütemre való hatását szabályozzák. Hasonlóan értelmezhető  $\gamma$  és  $\delta$ : azt szabályozzák, hogy az alkalmazkodás alapjául szolgáló európai uniós fejlettségi szint mennyire intenzíven hasson a két terület növekedési ütemeinek alakulására.

Az  $\Omega_1$  az EU átlagának azt a szintjét határozza meg, ameddig a kevésbé fejlett ország nettó terhet jelent az uniós számára. Például a 0,9-es érték azt jelenti, hogy mindaddig, amíg a kevésbé fejlett ország (esetünkben Magyarország) el nem éri az uniós szint 90 százalékát, addig terhet jelent, és ezért csökkenti az EU aktuális növekedési ütemét, e felett viszont már pozitívan hat, s emeli a növekedési ütemet. Hasonlóképpen az  $\Omega_2$  azt a szintet jelenti az uniós átlagához viszonyítva, amely alatt a kevésbé fejlett ország jogosult támogatásokra. A mai szabályok szerint ez a szám 0,75, ami a mi modellünkben azt jelenti, hogy a 75 százalékos szint alatti országnál ez arányosan emeli a növekedési ütemet, az e felettinél viszont már elveszik ez az előny, és az ország nettó befizetővé válik.

Általában feltételezhető, hogy  $\Omega_1 > \Omega_2$ , hiszen ez teremti meg az alapot a támogatások nyújtására. Ellenkező esetben nem teremtődne meg a kevésbé fejlett országok finanszírozási forrása, s az uniós jövedelem-újraelosztás állandóan deficitessé lenne.<sup>2</sup> Az EU és a csatlakozni vágyó országok eltérő érdekeltisége is ennek a relációnak fennállását valószínűsíti, miszerint ez utóbbiak minél hamarabb szeretnének csatlakozni, az uniós viszont minél később, minél magasabb fejlettségi szinten szeretné őket befogadni.

Az előző részhez hasonlóan, a könnyebb kezelhetőség érdekében a (7) összefüggéseket is átírhatjuk logaritmizált formába (továbbra is kisbetűkkel jelölve a logaritmizált változókat):

$$u_t = \bar{g}_U - \beta\omega_1 + \beta(m_{t-1} - \gamma u_{t-1}) + u_{t-1}$$

$$m_t = \bar{g}_M + \alpha\omega_2 + \alpha(\delta u_{t-1} - m_{t-1}) + m_{t-1}. \tag{8}$$

A logaritmizált formába átirrt összefüggésben némileg másként jelenik meg a paraméterek hatása. Mivel az  $\omega_1$ ,  $\omega_2 < 0$ , az első összefüggésben pozitív hatásként, a másodikban viszont negatívként jelenik meg a potenciális növekedési ütem mellett. Igazi jelentőségüket a határszintek változásainál érhetjük tetten. Ha például növekszik  $\Omega_1$ , ami gyakorlatban azt jelenti, hogy az Európai Uniónak tovább jelent terhet a felzárkózó ország, akkor  $\omega_1$  értéke is nő (abszolút értékben csökken), ami csökkentőleg hat az EU növekedési ütemére. Hasonlóan, ha az  $\Omega_2$  növekszik, ami a támogatási szint megemelését jelenti a felzárkózó ország számára, akkor  $\omega_2$  értéke is nő (abszolút értékben csökken), ami pozitívan hat a felzárkózó ország növekedési ütemére. A  $\gamma$  és  $\delta$  paraméterek az uniós viszonyítási alap beállítását végzik. Minél kisebb az értékük, annál kisebb a két terület közötti rés, tehát annál kisebb az EU növekedését visszahúzó tényező, illetve a kevésbé fejlett ország növekedését támogató hatás.

A (8) egy lineáris differenciaegyenlet-rendszer, ezért viszonylag könnyen kezelhető, az egyensúlyi értékek és a stabilitás feltételei egyszerűen meghatározhatók. Átrendevezés és mátrixformába átírva, a következőt kapjuk:

<sup>2</sup> Ez egy kicsit leegyszerűsített értelmezés, mert természetesen feltételezhető, hogy a csatlakozás önmagában megemeli az EU potenciális növekedési ütemét, mivel nagyobb egységes piac jön létre, érvényesül a skáláhozadékból stb., s ez legalább részben fedezetet nyújthat a kevésbé fejlettek finanszírozására.

$$\begin{bmatrix} u_t \\ m_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \beta\gamma & \beta \\ \alpha\delta & 1 - \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{t-1} \\ m_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{g}_U - \beta\omega_1 \\ \bar{g}_M + \alpha\omega_2 \end{bmatrix}. \quad (8')$$

Az egyenletrendszer gyökei a sajátértékekre vonatkozó összefüggés alapján adódnak:

$$\begin{aligned} \lambda^2 - \text{tr } A \lambda + \det A &= 0 \\ \text{tr } A &= 1 - \alpha - \beta\gamma \\ \det A &= (1 - \beta\gamma)(1 - \alpha) - \alpha\beta\delta. \end{aligned} \quad (9)$$

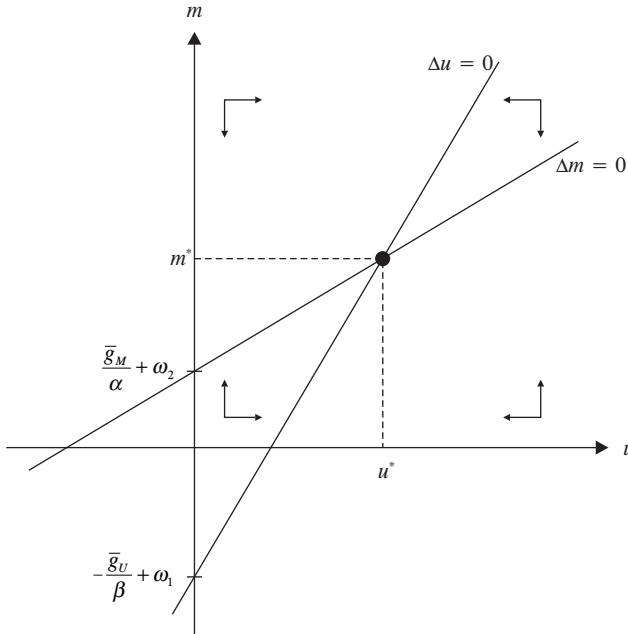
A közgazdasági probléma szempontjából realizztikus paraméterértékek [ $\alpha, \beta = 0,1 - 0,2$ ;  $\gamma, \delta = 0,05 - 0,3$ ;  $\omega_1, \omega_2 = -0,1 - (-0,3)$ ;  $\bar{g}_U, \bar{g}_M = 0,01 - 0,05$ ] mellett a  $\text{tr } A$  az  $[1, 2]$  és a  $\det A$  a  $[0, 1]$  intervallumokba esnek. Ilyen körülmények között többnyire mindkét gyök kisebb, mint 1, tehát a rendszer stabil lesz. Pontosabban ha a

$$(\text{tr } A)^2 > 4 \det A \quad \text{és} \quad \text{tr } A - 1 < \det A$$

feltételek teljesülnek, akkor lesz a rendszer stabil. A stabil egyensúlyi helyzet jól látható a modellt jellemző fázisdiagramról is (lásd a 4. ábrát).

4. ábra

A stabil egyensúlyi helyzet fázisdiagramja



A 4. ábráról az is leolvasható, hogy

$$\text{ha } \frac{\bar{g}_M}{\alpha} + \omega_2 > -\frac{\bar{g}_U}{\beta} + \omega_1, \quad \text{akkor a } \gamma > \delta \quad (10)$$

relációnak kell szükségképpen fennállnia ahhoz, hogy az egyensúlyi értékek a pozitív tartományba kerülhessenek. Ez a feltétel grafikusán azt jelenti, hogy a  $\Delta u = 0$  egyenes meredekségének nagyobbak kell lennie, mint a  $\Delta m = 0$  egyenesének, közgazdaságilag pedig azt, hogy az EU esetében a két terület fejlettségbeli különbsége nagyobb mérték-

ben jelentkezik [a fejlettebb számára], mint a fejletlenebb számára. Következésképpen a különbség az Európai Unió növekedését jobban csökkenti, mint amennyire a fejletlenebb ország növekedését elősegíti.

Természetesen az az eset is előállhat, amikor az egyik gyök nagyobb, mint 1, míg a másik továbbra is kisebb 1-nél. Ez akkor lehetséges, ha<sup>3</sup>

$$(\operatorname{tr} A)^2 > 4 \det A \quad \text{és} \quad \operatorname{tr} A - 1 > \det A.$$

Ilyen esetben csak nyeregvonal-megoldás képzelhető el, a rendszer nem stabil (lásd az 5. ábrát).

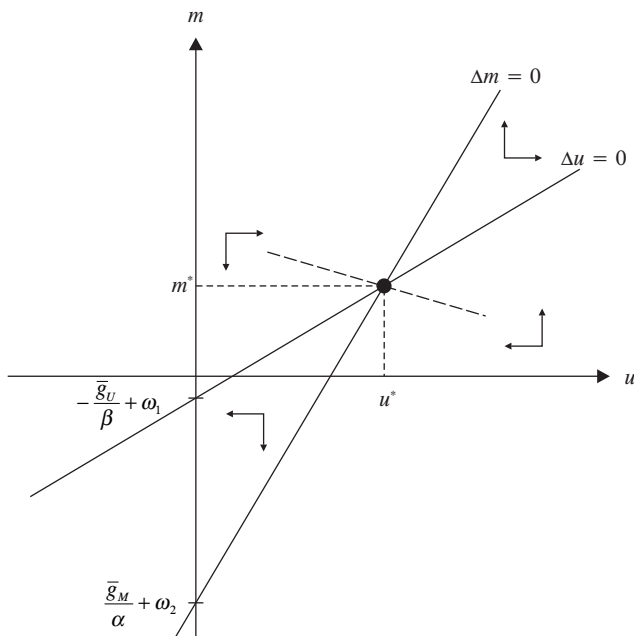
Az 5. ábráról az is látszik, hogy

$$\text{mivel} \quad \frac{\bar{g}_M}{\alpha} + \omega_2 > -\frac{\bar{g}_U}{\beta} + \omega_1, \quad \text{ezért} \quad \gamma < \delta \quad (11)$$

relációnak kell fennállnia, a pozitív egyensúlyi értékek létrejöttéhez. Ez nyilván azt is jelenti, hogy a  $\Delta u = 0$  egyenes meredekségének most kisebbnek kell lennie, mint a  $\Delta m = 0$  egyenesének, ami közgazdaságilag úgy interpretálható, hogy a fejlettségbeli különbségek nagyobb növekedési többlettel járnak a fejletlenebb ország számára, mint amekkora növekedést csökkentő terhet okoznak az EU számára.

Az egyensúlyi értékek a következőképpen határozhatók meg a paraméterértékek függvényében:

5. ábra  
A nyeregvonal-megoldás fázisdiagramja



<sup>3</sup> A  $(\operatorname{tr} A)^2 < 4\det A$  esettel, amikor komplex gyökök adódnak, e helyütt, az egyszerű kezelhetőség okán, nem foglalkozunk.

$$u^* = \frac{\alpha \bar{g}_U + \beta \bar{g}_M + \alpha \beta (\omega_2 - \omega_1)}{\alpha \beta (\gamma - \delta)} \quad (12)$$

$$m^* = \frac{\alpha \delta \bar{g}_U + \beta \gamma \bar{g}_M + \alpha \beta (\gamma \omega_2 - \delta \omega_1)}{\alpha \beta (\gamma - \delta)}$$

Most ismét abban a helyzetben vagyunk, hogy megpróbálhatunk választ adni arra a kérdésre, hogy mikor éri utol, vagy egyáltalán eléri-e a magyar gazdaság az EU-átlagot. A (12) összefüggést figyelembe véve, ez azt jelenti, hogy arra vagyunk kíváncsiak: milyen feltételek mellett áll elő az  $m^* = u^*$ , vagyis mikor és milyen körülmények között konvergál az EU és Magyarország is ugyanahhoz az egyensúlyi szinthez. Figyelembe véve az egyenlőség kritériumát, a következő összefüggést kapjuk a (12)-ből:

$$\frac{-\frac{\bar{g}_U}{\beta} + \omega_1}{\frac{\bar{g}_M}{\alpha} + \omega_2} = \frac{1 - \gamma}{1 - \delta}. \quad (13)$$

Ennek kell teljesülnie akkor, ha a két egyensúlyi érték megegyezik egymással. Mivel a (13) egyenlőségi feltétel közeli rokonságot mutat a stabil egyensúly (10), illetve a nyeregvonal-megoldás (11) feltételeivel, ezért célszerű ezek mentén vizsgálni teljesülését. Mind a stabil egyensúlyi, mind a nyeregvonal-megoldás körülményei között három esetet különböztethetünk meg.

1. *a)* Stabil egyensúly esetén, amikor  $\gamma > \delta$  és  $\gamma, \delta < 1$ , a (13) jobb oldala mindig pozitív lesz, és kisebb, mint 1. Mivel a bal oldal számlálója mindig negatív, a nevezőnek negatívnak kell lennie, és abszolút értékben nagyobbak, mint a számlálónak az egyenlőség fennállása érdekében. Ez a feltétel viszont ellentmond a (10)-ben foglalt követelménynek, következésképpen az  $m^* = u^*$  követelmény csak negatív értékek mellett állhat fenn. Másként fogalmazva ez azt jelenti, hogy pozitív egyensúlyi értékek mellett az  $u^* > m^*$  reláció érvényesül, vagyis a magyar fejlettségi szint tartósan az EU-s átlag alatt marad.

1. *b)* Továbbra is stabil egyensúlyi helyzetet vizsgálva, tehát  $\gamma > \delta$ , de most  $\gamma > 1$  és  $\delta < 1$  relációt feltételezve, azt állapíthatjuk meg, hogy ebben az esetben a jobb oldal negatív lesz. Az egyenlőség csak akkor állhat fenn, ha a bal oldal nevezője pozitív lesz (hiszen a számláló mindig negatív). Ez nem sérti a (10) követelményt, tehát ebben az esetben elképzelhető a két egyensúlyi érték kiegyenlítődése. Ha a (13) bal oldala nagyobb lesz, mint a jobb, akkor a magyar egyensúlyi érték magasabb lesz az uniósnál ( $m^* > u^*$ ). Fordított reláció esetén természetesen az EU egyensúlyi értéke lesz a magasabb. Az összefüggésből az is kiolvasható, hogy minél nagyobb  $\bar{g}_M$  és  $\omega_2$  ( $\Omega_2$ ), valamint minél kisebb  $\alpha$ , annál nagyobb az esélye az utolérésnek (a többi tényező változatlansága mellett). Az előző résszel ellentétben, ahol az alkalmazkodási paraméter növekedése pozitív szerepet játszott, mert gyorsította a konvergenciát, itt most az egyensúlyi érték meghatározásában negatív jellegű. A kétféle szerep között azonban nincs ellentmondás, hiszen a kisebb egyensúlyi érték esetén hamarabb lehet végrehajtani a konvergenciát.

1. *c)* Az előző pont csak annyiban módosul, hogy most  $\delta > 1$ . Ekkor a jobb oldal pozitív lesz, és nagyobb, mint 1. A bal oldal nevezőjének ekkor negatívnak kell lennie, és abszolút értékben kisebbnek, mint a számlálónak. Ez nem mond ellent a (10) követelménynek, tehát fennállhat a (13) pozitív egyensúlyi értékek mellett. Ha a (13) bal oldalának a nevezője negatív, akkor ennek az oldalnak a nagyobb volta a jobb oldalnál, az  $m^* > u^*$  reláció fennállását vonja maga után (és fordítva, természetesen). Ha viszont a bal oldal nevezője pozitív, akkor – egyéb tényezők változatlansága mellett – az  $m^* > u^*$  reláció fennállásának a feltétele az, hogy a jobb oldal legyen nagyobb a bal oldalnál. Az

előző ponthoz hasonlóan  $\bar{g}_M$  és  $\omega_2$  ( $\Omega_2$ ) növekedése itt is pozitív szerepet tölt be a felzárkózási folyamatban, míg  $\alpha$  növekedése negatív hatású.

2. a) Nyeregvonal-megoldás esetében, amikor  $\delta > \gamma$  és  $\delta, \gamma < 1$ , a (13) jobb oldala pozitív lesz, és nagyobb, mint 1. Ebből következően a bal oldal nevezőjének negatívnak és abszolút értékben kisebbnek kell lennie, mint a számlálónak. Ez viszont nem feleltethető meg a (11) követelménynek, következésképpen csak negatív egyensúlyi értékek mellett valósulhat meg a konvergencia. (Pozitív egyensúlyi értékek esetén az EU-s érték mindig magasabb lesz, mint a magyar.)

2. b) Nyeregvonal-megoldást feltételezve továbbra is ( $\delta > \gamma$ ), de most  $\delta > 1$  és  $\gamma < 1$  relációt feltételezünk. Ebben az esetben a jobb oldal negatív lesz, s ennek megfelelően a bal oldal nevezőjének pozitívnak kell lennie, ami viszont nem felel meg a (11) követelménynek. Tehát nem lehetséges az utolérés a pozitív tartományban.

2. c) Az előző esethez képest most  $\gamma > 1$  relációval számolunk. Ekkor a jobb oldal pozitív lesz, amiből következően a bal oldal nevezőjének mindig negatívnak kell lennie. Ez viszont nincs ellentmondásban a (11) követelménnyel, vagyis elképzelhető utolérés pozitív értékek mellett is. Amennyiben a (13) bal oldala nagyobb, mint a jobb oldal, akkor ez itt most az  $u^* > m^*$  reláció érvényesülését fogja előidézni. A számunkra kedvező,  $m^* > u^*$  reláció fennállásához ebben az esetben a (13) jobb oldalának kell nagyobbnak lennie a bal oldalnál. Az 1. b) és 1. c) esetekkel ellentétben, itt a  $\bar{g}_M$  és  $\omega_2$  ( $\Omega_2$ ) növekedése a felzárkózásban nem pozitív, hanem negatív szerepet játszik, az  $\alpha$  növekedése viszont pozitív jellegűvé válik. Mindez azzal magyarázható, hogy – a  $\delta > \gamma$  relációból következően – a működési mechanizmus az előzőekhez képest itt fordított irányúvá válik.

A hat eset áttekintéséből első látásra azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a lehetséges kimenetek felében megvalósulhat az utolérés. Ha azonban jobban szemügyre vesszük a kérdést, nem egészen így áll a helyzet. Az utolérés szempontjából kedvező 1. b), 1. c) és 2. c) esetek mindegyikénél alapvető kikötés volt, hogy  $\gamma > 1$ . Ennek a feltételnek a teljesülése viszont gyakorlati szempontból azt jelenti, hogy az EU számára különösen nagy teher a fejlettségbeli különbség, hiszen a tényleges résnél nagyobb mértékben csökkenti a növekedési lehetőségét. Kérdés, hogy a gyakorlatban az unió hajlandó-e magára vállalni ilyen többletterhet. Az utolérés szempontjából kedvezőtlen három esetenél viszont a  $\gamma$  mindenhol kisebb, mint 1, és a  $\delta$  is csak egy esetben nagyobb, mint 1. Éppen ezért a konkrét megvalósulás szempontjából realisabbnak kell tekintenünk ez utóbbi három, számunkra nem kedvező esetet.

\*

Az utolérés és az EU-csatlakozás bonyolult, soktényezős problémája még a leegyszerűsített dinamikus modellek keretei között is igen sok lehetőséget, alternatív kimenetet jelent. Nincs tehát egyszerű válasz arra az egyszerű kérdésre, hogy mikor éri el a magyar gazdaság az EU átlagát. Csak „ha ..., akkor” típusú válaszok adhatók, és még ezek sem fedik le az összes (vagy a legvalószínűbb) kimeneti lehetőséget.

A felzárkózás szempontjából kiemelkedő fontosságú az uniós szabályozás jellege, a támogatások nagysága és a hozzájárításuk feltételei, valamint ezek hatása a jelölt országokra, illetve visszahatásuk a tagországokra. Ahogy a modellkísérletekből is kitűnt, ez némiképpen hasonlóvá teszi a problémát a cikk elején idézett „egymáshoz szabályozott technóbékák” esetéhez. Ez önmagában elég reménytelennek tünteti fel a helyzetünket. Nem szabad viszont megfélemednünk a felzárkózási folyamat másik igen fontos tényezőjéről, a potenciális növekedési ütemünkről. Ennek emelése, megfelelő szinten tartása alapvetően tőlünk függ, a mi jó vagy rossz gazdaság- és társadalompolitikánk szerint alakul.

Nincs tehát végzettszerűen összekötte a két teknőc!

*Hivatkozások*

- AZARIADIS, C. [1993]: *Intertemporal Macroeconomics*. Blackwell, Cambridge, Massachusetts.
- BORGES, J. L. [1999]: *Az örökkévalóság története. Esszék*. Európa Könyvkiadó, Budapest.
- GANDOLFO, G. [1997]: *Economic Dynamics*. Springer Verlag, Berlin–Heidelberg.
- SHONE, R. [1997]: *Economic Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- SIMONOVITS ANDRÁS [1998]: *Matematikai módszerek a dinamikus közgazdaságtanban. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest*.
- THE GDP OF THE CANDIDATE COUNTRIES... [2001] *The GDP of the Candidate Countries, Statistics in Focus. Economy and Finance, Theme 2-18, Eurostat, Luxembourg*.



*A lap minden kedves Olvasójának  
és Szerzőjének  
eredményekben gazdag,  
békés, boldog új évet kíván*

*a Szerkesztőség*