Közgazdasági Szemle, XLVIII. évf., 2001. május (393–408. o.)

SIMONOVITS ANDRÁS

Szolgálati idő, szabadidő és nyugdíj – ösztönzés korlátokkal

Ebben a tanulmányban a társadalombiztosítási nyugdíjrendszer két jellemzőjét vizsgáljuk: a nyugdíjjárulékot és a szolgálati időt. Egyszerűsítésként feltesszük, hogy az egyén minden pillanatban vagy teljes időben dolgozik, vagy semmit sem dolgozik: nyugdíjban van. Egy egyszerű optimalizálási modellt állítunk föl, ahol a pillanatnyi haszon a fogyasztás és a szabadidő Cobb–Douglas-függvénye, az életpályahaszon pedig a pillanatnyi hasznok CES-függvénye. További feltevés, hogy az egyéni paraméterek (például a hasznosság fogyasztás szerinti rugalmassága és az élettartam) különböznek a kormányzatitól. Először a kormányzat kiszámítja a számára optimálisnak tűnő nyugdíjjárulékot és szolgálati időt. A kormányzati optimális nyugdíjjárulékot kell az egyénnek fizetnie, ugyanakkor a kormányzat megengedi, hogy az egyén többet/kevesebbet dolgozzon, mint a kormányzati optimum – „arányosan” változó nyugdíjért. Fő eredményünk: a hosszabb életet remélő és szorgalmasabb egyén a kormányzati optimumnál többet dolgozik. Mivel a nyugdíjképlet szükségképpen egységes élettartammal számol, a továbbdolgozó egyén több nyugdíjat kap, mint ami valójában járna neki. Ezt az igazságtalanságot csak az ösztönzés tompításával lehet csökkenteni.

A társadalom elöregedésével párhuzamosan egyre több figyelmet kap a társadalombiztosítási (röviden: tb) nyugdíjrendszer különösen fenyegető válsága. Egyesek (például *Augusztinovics* [1999]) a rendszer átfogó racionalizálását is elegendőnek tartják a kérdések kezeléséhez, mások a tb-rendszer részleges (*World Bank* [1994]) vagy teljes (például *Kotlikoff* [1996]) magánosításában látják a válságból kivezető utat.

Ebben a tanulmányban a tb-nyugdíjrendszernek csupán két, bár kétségkívül nagyon fontos elemével, a *nyugdíjjárulékkal* és a *szolgálati idővel* foglalkozunk. Világos, hogy – teljes foglalkoztatottságot, teljes hatékonyságot és adott *helyettesítési hányadot* feltételezve – minél később mennek nyugdíjba a dolgozók, annál kisebb nyugdíjjárulékot kell szedni.[1] Előrebocsátjuk, hogy itt most a nyugdíjjárulékot, illetve a helyettesítési hányadost csupán eszköznek tekintjük, bennünket igazából a szolgálati idő választása érdekel.

Bár az emberek egyre több helyen egyre jobb egészségben egyre tovább élnek, egyre hamarabb mennek nyugdíjba. Például *Coile–Gruber* [2000] szerint az Egyesült Államokban 1950-ben még a 62 éves férfiak 81 százaléka dolgozott, 1995-ben ez az arány 51 százalékra esett vissza.[2]

[1] Persze ha a csökkent munkaképességű idősebb dolgozót feleslegesen foglalkoztatják, és a fiatal dolgozó nem kap munkát, akkor a nyugdíjprobléma csupán foglalkoztatási problémává alakul át.

[2] Mellesleg az Egyesült Államokban 62 év a minimális és 65 év a normális nyugdíjkorhatár.

Simonovits András az MTA KTK tudományos tanácsadója.

Természetesen mindenki egyetért abban, hogy célszerű lenne megállítani, sőt megfordítani ezt a folyamatot. Az egyik kézenfekvő megoldás a továbbdolgozás ösztönzése és a korai nyugdíjba vonulás büntetése (például *Börsch–Supan* [1998]; *Samwick* [1998] és *Coile–Gruber* [2000]). Az irodalomban *biztosításmatematikailag tisztességesnek* nevezett rendszer szerint a nyugdíjnak a szolgálati idővel úgy kell nőnie, hogy a halálozásig „várható" össznyugdíj egyenlő legyen a nyugdíjazásig befizetett összjárulékkal (a várható érték mibenlétével hamarosan foglalkozunk).

Ez a megoldás nagyon vonzónak tűnik, hiszen minden egyén szabadon választhat: nagyobb nyugdíjat kap rövidebb ideig, vagy kisebb nyugdíjat hosszabb ideig, anélkül hogy felborítaná az egyensúlyt. Igen ám, de milyen alapon teszik föl a törvényhozók azt, hogy a különböző életkorban nyugdíjba menőknek a nyugdíjkorhatár-minimum elérésekor a várható élettartamuk azonos! Márpedig a számítások – hallgatólagosan – erre a rejtett feltevésre épülnek.

Válaszul e javaslatokra, néhány kutató a következő sejtéssel állt elő: minél később megy valaki nyugdíjba, statisztikailag annál tovább él. Tehát az állítólagosan tisztességes rendszer a hosszabb életűeknek kedvez, míg a rövidebb életűeket bünteti (*Simonovits* [1998*a*], [2000]; *Gruber–Orszag* [1999] és *Guegano* [2000]). Ezt a torzítást vélhetőleg tovább fokozza az a tény, hogy a nagyobb keresetűek statisztikailag tovább élnek – és tovább is dolgoznak (*World Bank* [1994]).

A lehető legegyszerűbb modellcsaláddal[3] próbáljuk meg elemezni a kérdéskört.

1. Először fölállítunk egy modellt, ahol élete során mindenki egyformán egészséges, a nyugdíjjárulék és a szolgálati idő pedig választás kérdése. Az egyszerűség kedvéért föltesszük, hogy az egyén vagy teljes időben dolgozik, vagy semmit sem dolgozik: nyugdíjban van. További feltevés, hogy az életpálya-hasznosságfüggvény időben additív CES-függvény, és a pillanatnyi hasznosság a pillanatnyi fogyasztás hatványának és a pillanatnyi szabadidő hatványának szorzata. A két kitevő a hasznosság fogyasztás, illetve szabadidő szerinti rugalmassága, mindkettő pozitív valós szám, összegük 1 (vö. *Correira* [1999], Section 3). Ekkor az optimális szolgálati idő a munkába lépéstől számított élettartammal arányos, és az arányossági szorzó a hasznosságfüggvények paramétereinek bizonyos függvénye.

2. Tegyük föl, hogy a kormányzat átlagos paraméterértékek esetén megoldja az optimumfeladatot, az optimumként kapott nyugdíjjárulékot kötelezően előírja az egyéneknek, de a szolgálati időt az egyén megválaszthatja, s ezzel „arányos" nyugdíjat kap. Ha például a célfüggvényben szereplő várható élettartamot az egyén másként becsli előre, mint a költségvetési feltételben szereplőt a kormányzat (aszimmetrikus információ), akkor megsérül a helyesen értelmezett biztosításmatematikai tisztesség.

3. Az eredeti ösztönzést *tompítani* kell, hogy csökkentsük az információs torzítást. Analitikus elemzésünket numerikus számítások egészítik ki. Például aki öt évvel többet él, az optimális esetben két évvel többet dolgozik tompítatlan ösztönzés, és egy évvel többet a tompított esetén. Az ösztönzéssel kapcsolatos egyensúlytalanságok viszont kisebbek és egyenletesebbek a második esetben, mint az elsőben. A *Függelékben* a rendszer makroegyensúlyát vizsgáljuk tompítatlan ösztönzés esetén.

Tudomásunk szerint az összes tb-nyugdíjrendszer szakaszonként lineáris szabályokon keresztül tompított ösztönzőket alkalmaz: minden ledolgozott többlethónapért/évért ad valamennyi százalékot. Diamond bírálja ezt a gyakorlatot: „Egy lineáris képlet nem megfelelő. Ahogy a dolgozók idősödnek, a halandósági valószínűség emelkedik. Ha kárpótolni akarjuk a dolgozókat a halasztott nyugdíjfizetésért, akkor egyre jobban kell a nyugdíjakat emelni, ahogyan a dolgozó idősödik." (*Diamond* [2000] 11. o.) Vélemé-

[3] *Stock–Wise* [1990] elvileg hasonló, de jóval bonyolultabb modellt alkalmazott, amikor az amerikai magán- és tb-nyugdíjrendszer egymásra hatását vizsgálta, diszkrét időben.

nyem szerint nem az a kérdés, hogy lineáris-e az ösztönzés, vagy sem, hanem az, hogy megfelelő-e az ösztönzés és a biztosítás összhangja. Egyelőre nem világos számomra, hogyan kell ezt az összhangot konkrétan meghatározni.

A jelen cikkben egy úgynevezett *kontraszelekciós* helyzetet vizsgálunk, ahol az átlag feletti (várható) életkorú személyek aránytalan mértékben részesülnek ösztönzésben (lásd például *Arrow* [1963] és *Vincze* [1991]). Két hasonló kérdést említünk meg, amelyet itt nem vizsgálunk:

1. Az emberek jelentős része tényleg megrokkan, és kénytelen nyugdíjba menni (lásd *Réti* [2000]). *Diamond–Mirrlees* [1986] olyan modellt vizsgált, ahol az egyének életkora és hasznosságfüggvénye azonos, viszont véletlenül bármikor megrokkanhatnak, sőt úgy tehetnek, mintha megrokkantak volna. A szerzők kiszámítják, hogy a kormányzatnak milyen (egyébként bonyolult) tompított ösztönzési rendszert kell bevezetnie a maximális hatékonyság érdekében.

2. Minél nagyobb az életjáradékként szolgáló éves nyugdíj (beleértve az időskorra felduzzadó egészségügyi kiadásokat is), annál tovább él az egyén. Ezért az egyének az egyébként optimálisnál többet költenek egészségük megóvására és élettartamuk megnövelésére (*Philipson–Becker* [1998]).

Megemlítem, hogy *Augusztinovics* [2000*a*] cikkében foglalkozik a nyugdíjbiztosítási rendszereken belüli újraelosztással, de ő semmi kivetnivalót nem lát az általam anomáliának nevezett helyzetben.

Optimális járulékkulcs és szolgálati idő

E tanulmányban olyan modellcsaládot állítunk föl, amelyben a felnőttkori kereseti és fogyasztási pálya éles kettéválását dolgozói és nyugdíjas szakaszra a fogyasztás és szabadidő együttes optimalizálásából vezetjük le, tudatosan eltekintve az öregedéstől. Ebben a pontban a legegyszerűbb esetet vizsgáljuk, ahol az egyén szabadon választja meg, hogy milyen intenzitással és meddig tesz félre időskorára.

Az egyszerűség kedvéért eltekintünk a gyerekkor kérdéskörétől, a növekedéstől, az inflációtól és a reálkamatlábtól. Az idő folytonos változó. A bevezetésben elmondottak értelmében a következő feltevéseket tesszük.

F1. Az egyén valamilyen életkorban kezd el dolgozni. Az egyszerűség kedvéért ezt az életkort 0-val jelöljük.

F2. Az egyén a munkába lépésétől számított várható értékben D évig él, D egy pozitív valós szám, amely előre ismert.

F3. Oszthatatlanság miatt az egyén a t pillanatban vagy a *minimális* l_m *szabadidőt* vagy a *maximális* l_M *szabadidőt* választja, ahol $0 < l_m < l_M$. Normalizálva, az egyén vagy $l_M - l_m = 1$ intenzitással *dolgozik*, vagy *nyugdíjba* vonul és maximálisan pihen. A *szolgálati idő* hossza R pozitív valós szám.

F4. Életkorától függetlenül, az egyénnek változatlan a pillanatnyi ledolgozott időre jutó *keresete*, normálva: 1. Az egyszerűség kedvéért itt a személyi jövedelemadótól és az egészségügyi hozzájárulástól eltekintünk.

F5. Fogyasztási pályáját a pillanatnyi $c(t)$ fogyasztás időfüggvénye írja le. Egységnyi keresetből egységnyi fogyasztás fedezhető – időben tetszőlegesen elosztva.

Keresetfogalmunk és a nulla reálkamatláb miatt a költségvetési korlát a következő: az életfogyasztás értéke azonos az életkeresettel. Képletben:

$$\int_0^D c(t)dt = R.$$

F6. Az egyén célfüggvényét – az (l_m, l_M) paraméterpáron kívül – egy (σ, ν) valós skalárpár jellemzi: $\sigma < 1$, ahol $1/(1-\sigma)$ az *időbeli helyettesítés rugalmassága* és ν ($0<\nu<1$) a *pillanatnyi hasznosság fogyasztás szerinti rugalmassága*. Az egyén t pillanatbeli hasznossága két tényező szorzata – a pillanatnyi $c(t)$ fogyasztás ν-edik hatványáé: $c(t)^\nu$ és a pillanatnyi $l(t)$ szabadidő ($1-\nu$)-edik hatványáé: $l(t)^{1-\nu}$. A teljes hasznosság a pillanatnyi hasznosságok CES-függvénye:

$$u=\sigma^{-1}\int_0^R \left[c(t)^\nu l_m^{1-\nu}\right]^\sigma dt+\sigma^{-1}\int_R^D \left[c(t)^\nu l_M^{1-\nu}\right]^\sigma dt.$$

A (σ, ν)-típusú egyén diszkontálatlan, σ-kitevős CES hasznosságfüggvényét maximalizálja az költségvetési feltétel mellett.

Megjegyzések. Mielőtt elemeznénk a modellt, röviden taglaljuk a feltevéseket.

Ad 2. Az életciklus-elmélet egyik legfontosabb eleme éppen a bizonytalan élettartam elleni biztosítás. Az időben additív hasznosságfüggvény miatt – legalábbis akkor, ha az élettartam szóródása nem túl nagy –, a bizonytalan, $\tilde{D}$ felső határú integrál által képviselt várható hasznosság azonos a $D=\mathbf{E}\tilde{D}$ várható élettartamra számolt, biztos felső határú integrállal:

$$\mathbf{E}\int_0^{\tilde{D}} c(t)dt=\int_0^{\mathbf{E}\tilde{D}} c(t)dt,$$

s hasonlóan az időben additív hasznosságfüggvény esetében.

Ad 3. Nagyon fontos, hogy kizárjuk a részmunkaidőt, amikor a szabadidő a két korlát közé esne: $l_m < l(t) < l_M$. E feltevés nélkül a szabadidő igazi optimuma a teljes életpályán állandó $l(t) \equiv l$ lenne. Elhanyagoljuk az öregedés biológiai folyamatát, amelyet l_M kor szerinti csökkenése fejezne ki. Ebből fakad az az általunk elhanyagolt tény, hogy a munkával kezdődik és a nyugdíjjal végződik a felnőtt élet.

Ad 4. Felsoroljuk a munkagazdaságtan következő megfigyeléseit: *a)* a keresetek az életkorral nőnek, és a növekedés mértéke csökkenő, sőt egy ponton meg is áll; *b)* a különböző képzettségű dolgozók kereset–kor görbéje eltérő; *c)* egy egészséges gazdaságban hosszabb távon nőnek a keresetek. Elemi modellünkben mindhárom ténytől eltekintünk.

Ad 5. Nem kívánunk belemerülni a különböző hitelfelvételi és megtakarítási bonyodalmakba, ezért eltekintünk a dolgozói és nyugdíjas korszakon belüli változásoktól. Egyébként a társadalom jelentős része minden jövedelmét minden pillanatban elfogyasztja, e csoport tagjaira jó a közelítésünk. Vegyük észre, hogy a munkanélküliséget kizártuk!

Ad 6. Ha nem osztanánk el az integrált, akkor negatív σ-nál az életpálya hasznossága csökkenő, nem pedig növekvő függvénye lenne a pillanatnyi hasznosságnak. Realista fogyasztót feltételezve, a továbbiakban negatív σ-val dolgozunk (vö. *Simonovits* [1998*b*]).

Ezen a ponton bevezetjük a minimális és a maximális szabadidő hányadosát is: $\lambda = l_m/l_M$, természetesen $0<\lambda<1$. Szükségünk lesz még a dolgozó *megtakarítási hányadára* is: τ, $0<\tau<1$.

Először bizonyítás nélkül kimondunk egy elemi lemmát:

1. segédtétel. a) *Feltevéseink esetén a dolgozó optimális fogyasztása időben állandó*: $a=1-\tau>0$, a *nyugdíjasé szintén:* $b>0$,

b) *ezért az integrálként kifejezett költségvetési korlát algebrai egyenletre egyszerűsödik:*

$$\tau R=b(D-R),\qquad 0<R<D; \tag{1}$$

c) *és az integrálként kifejezett életpálya-hasznosságfüggvény algebrai függvénnyé egyszerűsödik (nem vezetünk be külön jelölést az új hasznosságfüggvényre):*

$$u=\sigma^{-1}\left[\lambda^{(1-\nu)\sigma}(1-\tau)^{\nu\sigma}R+b^{\nu\sigma}(D-R)\right]. \tag{2}$$

A nyugdíjirodalom a kereset és a dolgozói fogyasztás $\tau=1-a$ különbségét *nyugdíjjáruléknak*, a nyugdíj és a nettó kereset $\beta=b/a$ hányadosát *helyettesítési hányadosnak* nevezi. Szükségünk lesz még (1) és β következő változataira:

$$b = \frac{\tau R}{D-R}, \quad \beta = \frac{\tau R}{(D-R)(1-\tau)} \text{ és } \tau = \frac{\beta(D-R)}{R+\beta(D-R)}. \tag{3}$$

Rátérünk az egyéni optimum jellemzésére.

1. tétel. *Adott és ismert (σ, λ, ν, D) paraméterértékek esetén a (2) hasznosságfüggvényét az (1) költségvetési korlát mellett optimalizáló egyén helyettesítési hányadosa (az optimalitási indexet majd elhagyjuk)*

$$\beta^\circ = \lambda^{(1-\nu)\sigma/(\nu\sigma-1)},$$

és szolgálati ideje (R°) *arányos az élettartammal, és a következő másodfokú egyenlet pozitív gyöke:*

$$q(R) = \sigma^{-1}\mu(1-\beta)R^2 + \mu\beta(\sigma^{-1}+\nu)DR + \beta^{\nu\sigma+1}\nu D^2 = 0, \quad \left(\mu = \lambda^{(1-\nu)\sigma} - \beta^{\nu\sigma}\right), \tag{4}$$

feltéve, hogy

$$q(D) = \sigma^{-1}\mu + \mu\beta\nu + \beta^{\nu\sigma+1}\nu < 0. \tag{5}$$

Megjegyzések. 1. Normálisnak azt az esetet tekintjük, amikor a helyettesítési hányad 1-nél kisebb, s ez a kívánság $0<\lambda<1$ és $\sigma<0$ miatt most teljesül is. A félreértések elkerülése végett érdemes kiemelni két eltérést az optimális fogyasztás hagyományos modelljétől. Ott a pillanatnyi hasznosság csak a fogyasztástól függ, és a későbbi fogyasztás hasznosságát egy adott leszámítolási tényező diszkontálja, s 1-nél nagyobb l_M/l_m tényező (és nulla kamatláb) esetén a későbbi fogyasztás nagyobb, mint a korábbi, függetlenül σ előjelétől. Itt viszont a kiemeléssel adódó diszkonttényező attól függően nagyobb vagy kisebb, mint 1, hogy σ pozitív-e vagy negatív.

2. Mivel $q(R)$ főegyütthatója negatív, és állandó tagja pozitív, $q(R)$-nek tényleg pontosan egy pozitív gyöke van: jele R°.

3. Nem olyan egyszerű átlátni, hogy mennyire megszorító (5), mert μ és β° függ σ-től, λ-tól és ν-től. A bizonyítás után ismertetendő Cobb–Douglas-esetben látni fogjuk, hogy a belső optimum létezéséhez bizonyos korlátnak kell fennállnia ν *és* λ között. Ha azt kapjuk, hogy valakinek érdemes a haláláig dolgoznia, akkor ne feledkezzünk el feltevésünkről: az egyén munkaképessége haláláig változatlan.

Bizonyítás. Először rögzített szolgálati időnél meghatározzuk a hozzá tartozó optimális nyugdíjjárulékot, majd optimalizáljuk a szolgálati időt.

a) (3) első képletét behelyettesítve (2)-be:

$$u(\tau) = \sigma^{-1}\lambda^{(1-\nu)\sigma}(1-\tau)^{\nu\sigma}R + \sigma^{-1}(\tau R)^{\nu\sigma}(D-R)^{1-\nu\sigma}. \tag{6}$$

Deriválva u-t τ szerint és nullává téve a kapott kifejezést:

$$u'(\tau) = \lambda^{(1-\nu)\sigma}\nu(1-\tau)^{\nu\sigma-1}(-R) + \nu\tau^{\nu\sigma-1}R^{\nu\sigma}(D-R)^{1-\nu\sigma} = 0.$$

Rendezve:

$$\frac{\tau}{1-\tau} = \lambda^{(1-\nu)\sigma/(\nu\sigma-1)}\frac{D-R}{R}.$$

A (3) második és harmadik képlete értelmében tehát meghatároztuk a rögzített szolgálati időhöz tartozó optimális helyettesítési hányadost és a nyugdíjjárulékot. Az előbbi független, az utóbbi függ a szolgálati időtől.

b) Most $b(R)=\beta\, a(R)$ (a β független az R-től) és az optimálisan megválasztott nyugdíjjárulék melletti hasznosságfüggvény (2) értelmében

$$u^\circ(R) = \sigma^{-1}\left[\lambda^{(1-\nu)\sigma}R + \beta^{\nu\sigma}(D-R)\right]a(R)^{\nu\sigma} = \sigma^{-1}\left(\mu R + \beta^{\nu\sigma}D\right)a(R)^{\nu\sigma}. \tag{7}$$

Deriválva u°-t R szerint:

$$u^{\circ\prime}(R) = \sigma^{-1}\mu a(R)^{\nu\sigma} + (\mu R + \beta^{\nu\sigma} D)\nu a(R)^{\nu\sigma-1} a'(R).$$

Vegyük figyelembe, hogy a (3) harmadik képlete értelmében

$$a(R) = \frac{R}{(1-\beta)R + \beta D} \quad \text{és} \quad a'(R) = \frac{\beta D}{[(1-\beta)R + \beta D]^2} = \frac{\beta D a(R)}{(1-\beta)R^2 + \beta DR}.$$

Visszahelyettesítve $a'(R)$-t $u^{\circ\prime}(R)$-be és elhagyva az $a(R)^{\nu\sigma}$ tényezőt, adódik a lokális optimum szükséges feltétele:

$$\sigma^{-1}\mu + (\mu R + \beta^{\nu\sigma} D)\nu \frac{\beta D}{(1-\beta)R^2 + \beta DR} = 0.$$

Rendezéssel adódik a (4). Ha D^2-tel elosztjuk a (4)-et, akkor R/D-re olyan egyenletet kapunk, amelynek együtthatói tényleg csak a hasznosságfüggvények paramétereitől függnek. Ekkor (3) harmadik képlete miatt az optimális járulék is független az élettartamtól! Mivel $q(0) > 0$ és $q'(0) > 0$, a $0 < R^{o} < D$ feltétel ekvivalens $q(D) <$ < 0-val, azaz az (5)-tel.

Szemléltetésül egy olyan példát mutatunk be, amely meg nem engedett határeset.

1. példa. Cobb–Douglas-féle életpálya-hasznosságfüggvény. Legyen a pillanatnyi hasznosságfüggvény $\nu\log c + (1-\nu)\log l$, amely határátmenetben az $\sigma = 0$ esetnek felel meg.

a) Ekkor $\beta^{\circ}=1$ és $a(R)=b(R)=R/D$. Ha nem adódna most a bántóan irreális és megszorító egységnyi helyettesítési hányados, akkor a tanulmányban talán felesleges lenne az általános CES-függvénnyel bajlódni. (A pillanatnyi hasznosságfüggvénynél viszont elegendőnek tűnik a Cobb–Douglas-specifikáció.)

b) A szolgálati idő optimalizálásához eléggé bonyolult lenne a határátmeneteket elvégezni, ezért az első feladat megoldására támaszkodva inkább újra megoldjuk a második maximumfeladatot.

$$u^{\circ}(R) = D\nu \log\frac{R}{D} + (1-\nu)R\log\lambda + (1-\nu)D\log l_M \to \max,$$

$$u^{\circ\prime}(R) = \nu\frac{R}{D} + (1-\nu)\log\lambda = 0,$$

azaz az optimális szolgálati idő

$$R^{\circ} = \frac{\nu}{(1-\nu)\log(1/\lambda)} D,$$

feltéve, hogy $R^{o} < D$, azaz $[\nu/(1-\nu)]\log(1/\lambda) < 1$. Ez a korlát ν-re mindig hatásos, például $\lambda = 1/e$-re $\nu < 1/2$.

Az 1. tételt az *1. táblázatban* egy számpéldasorozattal szemléltetjük. Egyetlen paraméterértéket rögzítünk: $D = 50$ év. Az eredmények értelmezésénél ne feledkezzünk meg arról, hogy a kort a munkaba lépéstől (például 20 évtől) számítjuk.

Látható, hogy mennyire érzékenyek az optimumok a paraméterértékekre. Az első sorban irreálisan kicsiny a min/max szabadidő-hányados és a hasznosság fogyasztás szerinti rugalmassága: 0,2, illetve 0,3. Ekkor az optimális szolgálati idő nevetségesen rövid: kisebb, mint 10 év, és az optimális helyettesítési hányados is kicsiny: 1/4-nél is kisebb. A rugalmasság növelése önmagában meredeken emeli mindkét mutatót: 40,5 évre, illetve 44,5 százalékra. A min/max hányados növelése is hasonló hatású; az egyes blokkok azért rövidülnek, mert a nagyobb rugalmasságokhoz tartozó optimális szolgálati idő hosszabb az élettartamnál – s ez nincs megengedve.

1. táblázat
Paraméterek és optimumok

Min/max hányados (λ)	Fogyasztási rugalmasság (ν)	Optimális	
		szolgálati idő (év) (R^o)	helyettesítési hányados (β^o)
0,2	0,3	9,7	0,245
	0,4	20,8	0,342
	0,5	40,5	0,447
0,3	0,3	16,1	0,349
	0,4	32,5	0,448
0,4	0,3	24,4	0,449
	0,4	47,5	0,543
0,5	0,3	36,0	0,545

Optimális szolgálati idő, adott járulékkulcs

Ebben a pontban az egyénnek a kormányzat előírja, hogy évente keresetének hányadrészét tegye félre, de az egyén dönthet arról, hogy mennyi időt dolgozik, és mennyit tölt nyugdíjban *(kötött választás)*.

A probléma akkor érdekes, ha feltesszük, hogy az egyének λ min/max hányada, σ és ν rugalmassági együtthatója, valamint D élettartama szóródik, az egyének ismerik jellemzőjüket, de a kormányzat nem; különösen az egyéneknek más a várakozásuk saját élettartamukra, mint a kormányzatnak (aszimmetrikus információ). Mint a tanulmány bevezetésében említettük, az utóbbi alapvető tény elkerülte a legtöbb kutató figyelmét.

A kormányzatnak – mint bármely egyénnek – van valamilyen σ^*, ν^*, λ^* és D^* paraméterértéke, amelyek szerint meghatározza az előző pont optimálizálási feladatából a számára optimális β^* helyettesítési hányadost és az optimális τ^* nyugdíjjárulékot, valamint az optimális R^* szolgálati időt.

Az előző pont feltevései módosulnak.

F$\widetilde{1}$. Minden dolgozó azonos életkorban kezd el dolgozni.

F$\widetilde{2}$. Minden dolgozónak torzítatlan várakozása van saját élettartamáról, jele D.

F$\widetilde{3}$. A minimális l_m szabadidő és a maximális l_M szabadidő, valamint λ hányadosuk egyénenként változhat, de az $l_M - l_m = 1$ normalizálásnak érvényben kell maradnia.

F$\widetilde{4}$. Életkortól függetlenül, minden dolgozónak ugyanannyi a teljes pillanatnyi keresete, és ennek τ^* részét befizeti a tb-nyugdíjrendszerbe. A teljes (munkavállalói és munkáltdíjjárulékot beleértjük a keresetbe.

F$\widetilde{5}$. A kormányzat meghirdeti, hogy ha valaki R évig dolgozik, az a D^* átlagos élettartamra vett (1) korlát szerint adódó nyugdíjat kapja haláláig:

$$\widetilde{b}(R) = \frac{\tau^* R}{D^* - R}, \quad 0 < R < D^*. \qquad (\widetilde{3})$$

Ebben az esetben *tompítatlan ösztönzésről* beszélünk.

F$\widetilde{6}$. A kormányzat és az egyének saját hasznosságfüggvényüket maximalizálják.

A módosított feltevésekre a következő megjegyzéseket tesszük.

Ad $\widetilde{1}$. A tanulásban és a gyerekszülésben/-nevelésben az egyének különböző mértékben vesznek részt, ezért azonos szolgálati idő esetén is különböző életkorban mennek nyugdíjba. Ettől a fontos körülménytől itt eltekintünk.

Ad $\widetilde{2}$. Tegyük föl, hogy egy egyén várhatóan $D = \mathbf{E}\widetilde{D}$ évet él, s várakozása torzítatlan. A kormányzat az egyéni várakozások átlagát veszi: D^*, s ez ismét torzítatlan becslés, csak most az aggregált szinten az. A kétfajta várakozás közti különbség az *aszimmetrikus információ*.

Az irodalom zöme fölteszi, hogy az egyének és a kormányzat várakozása azonos: $\widetilde{D} = D^*$, de legalábbis nincs statisztikai korreláció a szolgálati idő és az élettartam között. Mint már hangsúlyoztuk, ebben a tanulmányban elutasítjuk ezt a feltevést. A legegyszerűbb esetben a dolgozók ismerik saját élettartamukat: $\widetilde{D} = D$, amelyek egyénektől függhetnek. Burkoltan feltettük még, hogy a dolgozóknak csupán egy kis része hal meg nyugdíjazás előtt, és saját élettartamát mindenki a nyugdíjazásához közeli időpontban várja.

Ad $\widetilde{3}$. Az egyéni hasznosságparaméterek ingadozása jóval kevéssé érdekes, mint az élettartamé. Ha azonban az egyének csupán az élettartamban különböznének egymástól (és a kormányzat ismerné a közös paraméterértékeket), akkor elvben a kormányzat visszakövetkeztethetne a szolgálati idő optimalizálásából az élettartamra, és valamit ügyeskedhetne.

Ad $\widetilde{4}$. Érdekes lenne mérlegelni az egyéni keresetek szórását is, mivel a legtöbb nyugdíjrendszer nem szigorúan keresetarányos. Sőt, erős korreláció van az életpálya-keresetek és az élettartamok között, amelyről már a bevezetésben beszéltünk.

Ad $\widetilde{5}$. A valóságban a nyugdíjba vonuláskor fizetett *kezdeti nyugdíjtól* a különféle indexálási szabályok miatt eltér a *már korábban megállapított nyugdíjak* új értéke. További bonyodalom, hogy a kezdeti nyugdíj legtöbbször a befizetéseknek csak egy rövidebb-hosszabb szakaszát veszi figyelembe – és azt is csak részlegesen. A saját jogú öregségi nyugdíjon kívül fontos szerepet játszik a rokkantsági és hozzátartozói nyugdíj. A férfi és női élettartam közti többéves különbséget a tb-nyugdíj tudatosan nem veszi figyelembe a nyugdíjképletben. Végül megemlítjük a mesterkélt korlátozást: senki sem mehet nyugdíjba a legkorábbi nyugdíjazáskor (mondjuk $R_{\mathrm{m}} = 55$ éves korban) várható átlagos élettartama eltelte után, mert negatív nyugdíjat kapna!

Ad $\widetilde{6}$. A kötelező nyugdíjrendszer bevezetésének egyik oka az, hogy a felelőtlen egyéneket kényszeríteni kell arra, hogy idős korukra gondoskodjanak magukról. Ha az egyének paraméterértékei nagyon eltérnének a kormányzatétól, akkor olyan rövid optimális szolgálati idők (például az *1. táblázat* már említett első sorában szereplő 9,7 év) adódnának, amelyek inkább munkanélküli-segélyt, mintsem nyugdíjat jelentenének.

Természetes, hogy modellünk nem alkalmazható olyan szeszélyesen változó nyugdíjrendszerre, mint amilyen a magyar volt az elmúlt ttíz évben. Ott gyakran előfordult, hogy valaki néhány év többletszolgálat után kevesebb nyugdíjat kapott, mint az, aki „idejekorán" visszavonult, és élvezte a viszonylagosan tisztességesen indexált nyugdíját.

Felhívjuk az olvasó figyelmét azokra a nyugdíjmodellekre, amelyekben a nyugdíjjárulék értékét nem a kormányzat, hanem a választók határozzák meg (például a legfrissebb munka *Casamatta és szerzőtársai* [2000]).

Új feltevéseink mellett igaz a

2. tétel. *Ha a kormányzat saját* τ^* *optimális megoldását írja elő nyugdíjjárulékként, és az egyéni* (σ, λ, ν, D) *paraméterértékek a kormányzati értékektől eltérnek, de nem nagyon, akkor a* ($\widetilde{3}$) *nyugdíjszabályt követő egyén optimális szolgálati ideje* ($\widetilde{R}$) *a következő implicit egyenlet pozitív megoldása:*

$$\widetilde{p}(R) = \sigma^{-1}\lambda^{(1-\nu)\sigma}(1-\tau)^{\nu\sigma} + \left[\nu\frac{(D-R)D^*}{(D^*-R)R} - \sigma^{-1}\right]\left(\frac{\tau^* R}{D^*-R}\right)^{\nu\sigma} = 0, \qquad (\widetilde{8})$$

feltéve, hogy

$$\tilde{p}(D) < 0. \qquad (\tilde{9})$$

Bizonyítás. Mivel a kormányzat által meghatározott optimális nyugdíjjárulék általában nem optimális az egyének számára, (7)-től vissza kell térnünk (6) megfelelőjéhez, de most nem τ, hanem R szerint kell optimalizálni:

$$\tilde{u}(R) = \sigma^{-1}\lambda^{(1-\nu)\sigma}\left(1-\tau^*\right)^{\nu\sigma} R + \sigma^{-1}\tilde{b}(R)^{\nu\sigma}(D-R).$$

Deriváljuk $\tilde{u}$ -ot R szerint:

$$\tilde{u}'(R) = \sigma^{-1}\lambda^{(1-\nu)\sigma}\left(1-\tau^*\right)^{\nu\sigma} + \nu\tilde{b}(R)^{\nu\sigma-1}\tilde{b}'(R)(D-R) - \sigma^{-1}\tilde{b}(R)^{\nu\sigma}. \qquad (1\tilde{0})$$

A $(\tilde{3})$ figyelembevételével adódik

$$\tilde{b}'(R) = \frac{\tau^* D^*}{\left(D^*-R\right)^2} = \tilde{b}(R)\frac{D^*}{\left(D^*-R\right)R}. \qquad (1\tilde{1})$$

A $(1\tilde{1})$-ot behelyettesítve $(1\tilde{0})$-ba, és nullává téve a kapott kifejezést, adódik $(\tilde{8})$.

Feltevésünk szerint a két paramétervektor nem nagyon tér el egymástól, ezért folytonosság miatt $(\tilde{9})$ esetén létezik a belső optimum.

A $(1\tilde{1})$ képletből könnyű kiszámítani az úgynevezett tisztességes nyugdíj százalékos változását. Például R = 35 évre, $\tilde{b}'(R)/\tilde{b}(R) = 50/(15\cdot 35) = 0{,}095$ / év egész jól közelíti az Egyesült Államokban érvényes évi 7 százalékos jutalmat/büntetést, de messze felülmúlja a 3,6 százalékos magyar adatot.

Külön megfogalmazást érdemel a

Következmény. *a) Minél hosszabb/rövidebb az egyén az élettartama, annál később/hamarabb megy nyugdíjba. b) Ha az adott egyén hasznosságfüggvénye megegyezik a kormányzatival, de élettartama nagyobb/kisebb, mint a kormányzati becslés, akkor az illető optimális szolgálati ideje hosszabb/rövidebb, mint a kormányzati optimum, és nyugdíjszámlájának az egyenlege* $(\tilde{z})$ *negatív/pozitív, ahol*

$$\tilde{z} = \tau^* - \frac{\tilde{b}(\tilde{R})(D-\tilde{R})}{\tilde{R}}.$$

c) Ha az adott egyén élettartama megegyezik a kormányzatival, de a hasznosság fogyasztás szerinti rugalmassága nagyobb/kisebb, mint a kormányzati, akkor az illető optimális szolgálati ideje hosszabb/rövidebb, mint a kormányzati optimum, de nyugdíjszámlájának az egyenlege nulla.

Bizonyítás. *a)* A $(\tilde{4})$ egyenletben D egyetlen helyen szerepel, s ott egy pozitív mennyiség szorzója, azaz adott R-re $\tilde{q}$ növekvő függvénye D-nek. Tehát $D_1 > D_2$ esetén $\tilde{q}_1 > \tilde{q}*$, tehát $\tilde{R}_1 > \tilde{R}_2$.

b) $D > D^*$ esetén *a)* értelmében $\tilde{q}_1 > q^*$, tehát $\tilde{R}_1 > R^*$. Mivel az egyén az átlagosnál tovább él, az átlagos élettartamra számított nyugdíjat is tovább kapja, mint a kormányzati számolásban szereplő nullaszámlás egyén.

c) Magától értetődik.

Folytatjuk a szemléltetést.

1. példa. Folytatás. Cobb–Douglas-hasznosságfüggvény. Röviden végigfutunk az általános levezetésen:

$$\tilde{u}(R) = \nu R\log\left(1-\tau^*\right) + (1-\nu)R\log l_{\mathrm{m}} + \nu(D-R)\log\tilde{b}(R) + (1-\nu)(D-R)\log_{\mathrm{M}},$$

$$\tilde{u}'(R) = \nu\log\left(1-\tau^*\right) + (1-\nu)\log l_{\mathrm{m}} - \nu\log\tilde{b}(R) + \nu(D-R)\left[\log\tilde{b}(R)\right]' - (1-\nu)\log_{\mathrm{M}},$$

ahol

$$\left[\log \widetilde{b}(R)\right]' = \frac{1}{R} + \frac{1}{D^* - R}, \text{ azaz } v(D-R)\left[\log \widetilde{b}(R)\right]' = v\frac{(D-R)D^*}{(D^*-R)R},$$

$$\log(1-\tau^*) = \log R^* - \log D^* \text{ és } \log \tau^* = \log(D^* - R^*) - \log D^*.$$

Behelyettesítve a lokális szélsőérték szükséges feltételébe, összevonással:

$$v \log R^* + (1-v)\log \lambda - v \log \widetilde{R} - v\frac{(D-\widetilde{R})D^*}{(D^*-\widetilde{R})\widetilde{R}} = 0.$$

Összehasonlítva a példa elejével, láthatjuk, hogy még a speciális $D^* = D$ esetben is általában $R^* \neq \widetilde{R}$. Figyelemre méltó, hogy még a Cobb–Douglas-példa sem ad explicit megoldást a kötött optimumra.

Most már végképp jogosult a számítógépes szimuláció. Szemléltetésül a következő paraméterértékeket választjuk: $\lambda^* = 0{,}4$; $v^* = 0{,}35$; $D^* = 50$ év, amelyhez $\tau^* = 0{,}183$ optimális kormányzati nyugdíjjárulék tartozik; és a rugalmasság, illetve az egyénileg várt élettartam a megfelelő kormányzati érték körül ingadozik.

2. táblázat

Optimumok tompítatlan ösztönzőknél

Egyéni élettartam (év) D	Fogyasztási rugalmasság v	Optimális szolgálati idő (év) $\widetilde{R}$	Optimális helyettesítési hányados $\widetilde{\beta}$	Egyéni éves egyenleg $\widetilde{z}$
45	0,30	29,1	0,310	0,044
	0,35	32,5	0,413	0,052
	0,40	34,9	0,516	0,060
50	0,30	31,0	0,365	0
	0,35	34,5	0,496	0
	0,40	37,0	0,633	0
55	0,30	32,9	0,431	–0,054
	0,35	36,5	0,605	–0,068
	0,40	39,0	0,792	–0,083

Látható, hogy mennyire nő az optimális szolgálati idő az egyéni életkorral és a fogyasztási rugalmassággal: ha az élettartam 5 évvel nő, akkor az optimális szolgálati idő körülbelül 2 évvel nő [vö. *2. tétel a)* következmény]. Ha a hasznosság fogyasztás szerinti rugalmassága 0,05-tel nő, akkor viszont az optimális szolgálati idő körülbelül 3 évvel. Külön felhívjuk a figyelmet, hogy – kivéve a középső harmadot, ahol az egyéni élettartam megegyezik a kormányzati becsléssel – a befizetések éves egyenlege nincs egyensúlyban: az első harmadban a rövid életűek minden szolgálati évben többet fizetnek be, mint ami indokolt lenne; a harmadik harmadban viszont a hosszabb életűek kevesebbet [vö. *2. tétel b)* következmény]. A kilengés mindkét irányban annál nagyobb, minél szorgalmasabb az illető. Az esetek egyéni összehasonlításával is belátható, hogy összességében a kormányzat fizet rá a rugalmas ösztönzésre (lásd a *Függeléket*).

A tompított ösztönzés

Az előző pontban láttuk, hogy az úgynevezett biztosításmatematikailag tisztességes megoldás inkonzisztens. Az információ-gazdaságtanból ismert módon a biztosítás és a hatékonyság összehangolását a kellően tompított ösztönzés jelentheti.

A gyakorlatban a kormányzat tompíthatja a tovább dolgozásra való ösztönzést. Természetesen minél gyengébb az ösztönzés, annál erősebb a biztosítás. Hasonló eredményt adhat a *progresszív* amerikai vagy magyar rendszer, ahol a nagyobb kereseteknek, illetve a további éveknek egyre kisebb részét írják jóvá nyugdíjként.

A *3. táblázat* a különféle német megoldásokat idézi föl. Az 1. sor az 1972-ben bevezetett gyenge ösztönző rendszert mutatja, a 2. sor az 1997-ben tervezett, tompított ösztönző-büntető rendszert, amelyet az új szociáldemokrata-zöld kormányzat 1998 végén elvetett. Végül az utolsó sor a „semleges” megoldás (vö. *Börsch–Supan* [1998] ábrája).

3. táblázat

Büntetés és jutalmazás a rugalmas nyugdíjnál százalékban: Németország

Megnevezés	Életkor (év)				
	60	63	65	67	70
Nyugdíj (1972)	100	100	100	105	105
Nyugdíj (2004)	80	90	100	110	130
Semleges	72	85	100	120	160

Tompított ösztönzésről beszélünk, ha *1.* a nyugdíj a szolgálati idő nem csökkenő pozitív függvénye: $b(R)$ nem csökken; és *2.* a nyugdíj kisebb/nagyobb az úgynevezett biztosításmatematikailag tisztességes nyugdíjnál, ha a szolgálati idő nagyobb/kisebb a kormányzati optimumnál:

$$b(R) < \tilde{b}(R), \quad \text{ha } R > R^* \text{ és } b(R) > \tilde{b}(R), \quad \text{ha } R < R^*.$$

Módosítjuk az F$\tilde{5}$. feltevést.

F$\tilde{5}$. A kormányzat tompított ösztönzést használ.

A 2. tétel módosításaként kimondható a

3. tétel. *Ha a kormányzat tompított ösztönzést használ, akkor a* $(\hat{3})$ *nyugdíjszabályt követő egyén optimális szolgálati ideje* $(\hat{R})$ *a következő implicit egyenlet pozitív megoldása:*

$$p(R) = \sigma^{-1}\lambda^{(1-\nu)\sigma}\left(1-\tau^*\right)^{\nu\sigma} + \nu b(R)^{\nu\sigma-1} b'(R)(D-R) - \sigma^{-1} b(R)^{\nu\sigma} = 0. \qquad (\hat{8})$$

Bizonyítás. A *2. tétel* bizonyításában $(\tilde{10})$-ben a $\tilde{b}$ helyére b-t írunk.

Szemléltetésként most két speciális tompított ösztönzést taglalunk, amelyeket a tompítatlan esettel együtt az *1. ábrán* mutatunk be.

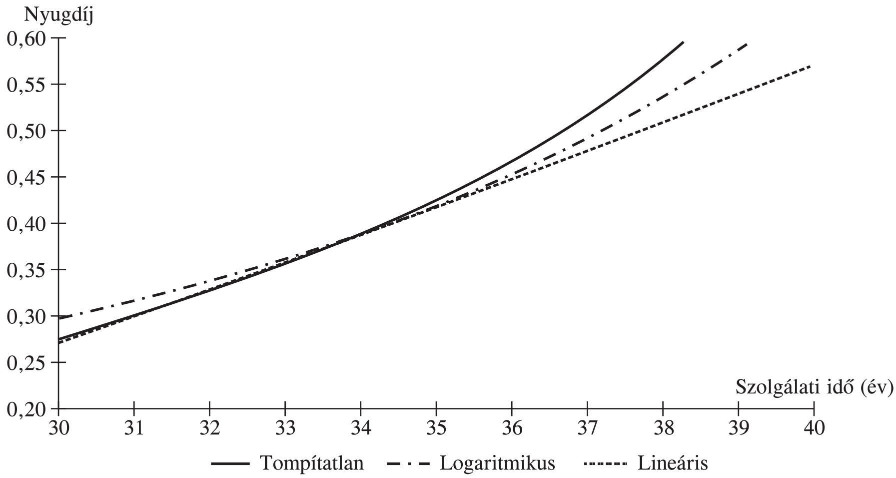
2. példa. Logaritmikus tompítás α együtthatóval, $0 < \alpha < 1$. Elméletileg vonzó, ha a nyugdíj két tényező hatványának a szorzata: a kormányzati b^* optimum (1-α)-adik hatványáé és az előző pontban vizsgált $\tilde{b}$ nyugdíj α-adik hatványáé. Képletben:

$$b(R) = b^{*1-\alpha}\left(\frac{\tau^* R^*}{D^* - R}\right)^{\alpha}, \qquad 0 < R_m \le R \le R_M < D^* \qquad (\hat{3})$$

ahol R_m és R_M a minimális és maximális nyugdíjkorhatár.

1. ábra

Tompítatlan és tompított ösztönzés



Ha α 1-hez közeli, akkor a $(\hat{3})$ nyugdíjszabályt követő egyén optimális szolgálati ideje $(\hat{R})$ a következő implicit egyenlet pozitív megoldása:

$$p(R) = \sigma^{-1}\lambda^{(1-\nu)\sigma}\left(1-\tau^*\right)^{\nu\sigma} + \left[\alpha\nu\frac{(D-R)D^*}{(D^*-R)R} - \sigma^{-1}\right]b^{*(1-\alpha)\nu\sigma}\left(\frac{\tau^* R}{D^*-R}\right)^{\nu\sigma\alpha} = 0,$$

feltéve, hogy

$$p(D) < 0.$$

Helyettesítsük be $(\hat{8})$-ba a $(\hat{3})$ szerinti

$$b'(R) = b^{*1-\alpha}\left[\tilde{b}(R)^{\alpha}\right]' = b^{*1-\alpha}\alpha\tilde{b}(R)^{\alpha-1}b'(R) = \alpha b(R)\frac{\tilde{b}'(R)}{\tilde{b}(R)}$$

összefüggést.

Ha ügyesen választjuk meg α-t, akkor csökkenthetjük a túlösztönzést, de megőrizhetjük az ösztönzést. Ezt szemlélteti a *4. táblázat* $\alpha = 0{,}8$-nál.

4. táblázat

Optimumok logaritmikusan tompított ösztönzésnél

Egyéni élettartam (év) D	Fogyasztási rugalmasság ν	Optimális szolgálati idő (év) $\tilde{R}$	Optimális helyettesítési hányados $\tilde{\beta}$	Egyéni éves egyenleg $\tilde{z}$
45	0,30	26,5	0,289	0,018
	0,35	30,8	0,381	0038
	0,40	33,9	0,475	0,055
50	0,30	28,5	0,328	–0,020
	0,35	32,8	0,440	–0,006
	0,40	36,1	0,561	0,005
55	0,30	30,4	0,372	–0,064
	0,35	35,0	0,515	–0,058
	0,40	38,3	0,677	–0,059

A tompítás hatására valamennyire csökken az egyenlegek kilengése: a legelső sor 4,4 százalékos többlete 1,8 százalékra csökken, míg a legutolsó sor –8,3 százaléka –5,9 százalékra „nő”. Ugyanakkor az átlagos élettartamú szereplőknél is felborul az egyenleg, ha nem is túlzottan. Sajnálatos viszont, hogy még egy ilyen szerény tompítás is mennyire visszafogja a kevésbé munkakedvelők teljesítményét és nyugdíját: az első sorban szereplők 29,1 éves szolgálati ideje lecsökken 26,5 évre, míg a helyettesítési hányados 31 százalékról 28,9 százalékra süllyed; s még az utolsó sorban szereplők 39 éves szolgálati ideje is 0,7 évvel csökken, s a helyettesítési hányados 79,2 százalékról 67,7 százalékra.

3. példa. A kormányzat tompított lineáris nyugdíjszabályt alkalmaz $\alpha = 0{,}8$ tényezővel: $b(R) = b^* + \alpha\tilde{b}^{*\prime}(R - R^*)$, ahol $\tilde{b}^{*\prime} = \tilde{b}'(R^*)$. Vegyük észre, hogy most nemcsak felső, hanem alsó korhatárra is szükség van ahhoz, hogy elkerüljük a negatív nyugdíj őrültségét.

5. táblázat

Optimumok lineárisan tompított ösztönzésnél

Egyéni élettartam (év) D	Fogyasztási rugalmasság v	Optimális szolgálati idő (év) $\tilde{R}$	Optimális helyettesítési hányados $\tilde{\beta}$	Egyéni éves egyenleg $\tilde{z}$
45	0,30	30,6	0,351	0,047
	0,35	32,4	0,418	0,049
	0,40	34,1	0,482	0,057
50	0,30	31,6	0,391	–0,003
	0,35	33,6	0,464	–0,002
	0,40	35,4	0,532	0,004
55	0,30	32,6	0,428	–0,057
	0,35	34,8	0,507	–0,059
	0,40	36,7	0,579	–0,053

Most csak egy szimulációsorozatot mutatunk be az *5. táblázatban*.

Nem ismételjük meg az előző esetek részletesebb elemzését, csupán annyit említünk meg, hogy a szabályozás finomabb részletei is számítanak.

Két kérdéssel zárjuk ezt a pontot. *1.* Lehet-e olyan ösztönzőfüggvényt találni, amely makroszinten egyensúlyt biztosít? *2.* Hogyan kellene meghatározni a rendszer jóléti optimumát?

Az első kérdésre előzetes válaszként megemlítjük, hogy egyéni szinten általában lehetetlen eltüntetni a többleteket és a hiányokat, hiszen erre csak a $b(R) = \tau^* R/(D - R)$ függvény lenne képes. Márpedig különböző élettartam és különböző hasznosságfüggvény esetén is adódhat azonos optimális szolgálati idő, s akkor több értéke lenne $b(R)$-nek.

A második kérdésre egy lehetséges válasz a következő: Legyen $n > 1$ természetes szám, és legyen n-féle egyén a népességben D_k élettartammal, p_k súllyal, $k = 1, \ldots, n$. Legyen $b(R)$ egy lehetséges nyugdíj–szolgálati idő függvény. A k-adik egyén optimális szolgálati ideje $\hat{R}_k$, időszaki nyugdíjegyenlege $\hat{z}_k = \tau^* - \tau^*\left(D_k - \hat{R}_k\right)/\left(D^* - \hat{R}_k\right)$.

Legyen a b függvénytől függő *jóléti funkcionál* az egyéni hasznok növekvő függvénye. Ismét elkerüljük a hasznok egyszerű összegét, helyette negatív kitevőjű ($\varepsilon < 0$) CES-függvényt használunk. Ezáltal korlátozzuk az egyének hasznossága közötti helyettesítést.

Mivel $u_k < 0$, a következő transzformációt kell alkalmaznunk: $U[b]\sum_k p_k|u_k(R_k)|^{\varepsilon}$; most nincs szükség ε^{-1} szorzóra. Az *aggregált egyenleg* természetesen $Z[b] = \sum_k p_k z_k$. Ekkor egy olyan b^o függvényt kell találni, amelyre a jóléti funkcionál maximális: $U[b^\circ] \geq U[b]$, feltéve, hogy csak olyan nyugdíjfüggvényeket mérlegelünk, amelyekre az aggregált egyenleg nulla: $Z[b^\circ] = Z[b] = 0$.

Ha diszkrét típusok helyett folytonosakat tekintünk, akkor egy elfajult izoperimetrikus variációszámítási feladattal van dolgunk (*Simonovits* [1998], 192. o. 9.4. példa), amelynek az alapfüggvényét numerikusan kell meghatároznunk.

Következtetések

Ebben a cikkben egy olyan modellcsaládot elemeztünk, ahol a kormányzat saját preferenciái szerint alakítja ki az optimális nyugdíjjárulékot és a szolgálati idővel arányos nyugdíjképletet, és az egyén csak a szolgálati időt választhatja meg e képlet mellett. Mint a megbízó–ügyvivő irodalomból ismert, a hatékonyság és az erkölcsi kockázat közti ellentét nem szüntethető meg, csak tompítható. Szemléltető számpéldáink jól mutatják, milyen hatalmas lehet a túlösztönzés, és mennyire korlátozott a tompítás ereje.

További vizsgálatot érdemel, hogy eredményeink mennyire érzékenyek a modellcsalád feltevéseire. Úgy hisszük, hogy egyszerűsítő feltevéseink (időben állandó keresetek, nulla reálkamatláb) érdemben nem módosítják következtetéseinket. Sokkal problematikusabb a valóságos nyugdíjrendszerek sajátosságainak elhanyagolása: például a befizetések és kifizetések közötti kapcsolat eredendő gyengesége és az ebből fakadó járulékfizetés kikerülése vagy a keresetek és a nyugdíjak eltérő adóztatása.

Hivatkozások

ARROW, K. J. [1963]: Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care. American Economic Review, 53. 941–969. o.

AUGUSZTINOVICS MÁRIA [1999]: Nyugdíjrendszerek és reformok az átmeneti gazdaságokban. Közgazdasági Szemle, 46, 7–8. sz. 657–672. o.

AUGUSZTINOVICS MÁRIA [2000*a*]: Újraelosztás nyugdíjbiztosítási rendszerekben. Megjelent: *Augusztinovics* (szerk.) [2000] 318–339. o.

AUGUSZTINOVICS MÁRIA (szerk.) [2000*b*]: Körkép reform után. Tanulmányok a nyugdíjrendszerről. Közgazdasági Szemle Alapítvány, Budapest.

BÖRSCH-SUPAN, A. [1998]: Incentive Effects of Social Security on Labor Force Participation: Evidence in Germany and Across Europe. NBER Working Paper, 6780. Cambridge, MA.

CASAMATTA, G.–CREMER, H.–PESTIEAU, P. [2000]: The Political Economy of Social Security. Scandinavian Journal of Economics, 102. 503-522.

COILE, C.–GRUBER, J. [2000]: Social Security Incentives for Retirement. NBER Working Paper, 7651.

CORREIRA, I. H. [1999]: On the Efficiency and Equity Trade-off. Journal of Monetary Economics, 44. 581–603. o.

DIAMOND, P. [2000]: Taxation, Incomplete Markets and Social Security. Draft v3, december 18.

DIAMOND, P.–MIRRLEES, J. [1986]: Payroll-Tax Financed Social Security with Variable Retirement. Scandinavian Journal of Economics, 88. 25–50. o.

GRUBER, J.–ORSZAG, P. [1999]: What to Do About the Social Security Earning Test. Issue in Brief 1. Center for Retirement Research, Boston College.

GUEGANO, Y. [2000]: Cessation d'activité, départ en retrait et décisions individuelles: vers la neutralité actuarielles de barémés de retraites et une plus grande liberté de choix. (Kilépés a munkából, nyugdíjba vonulás és egyéni döntés: a biztosításmatematikailag semleges nyugdíj és az egyéni választás szabadságának maximuma felé.) Caisse des Dépots et Consignations, Párizs.

KIRÁLY JÚLIA–SIMONOVITS ANDRÁS–SZÁZ JÁNOS (szerk.) [2000]: Racionalitás és méltányosság. Tanulmányok Augusztinovics Máriának. Közgazdasági Szemle Alapítvány, Budapest.

KOTLIKOFF, L. [1996]: Hogyan privatizáljuk a tb-nyugdíjrendszert. Közgazdasági Szemle, 43, 12. sz. 1045–1071. o.

PHILIPSON, T. J.–BECKER, G. S. [1998]: Old-Age Longevity and Mortality Contingent Claims. Journal of Political Economy, 106. 551–573. o.

RÉTI JÁNOS [2000]: A kockázatok járulékterhei a kilencvenes évek végén. Adalékok a magyar nyugdíjreform történetéhez. Megjelent: *Király és szerkesztőtársai* [2000] 134–156. o.

SAMWICK, A. [1998]: New Evidence on Pensions, Social Security and the Timing of Retirement. Journal of Public Economics, 70. 207–236. o.

SIMONOVITS ANDRÁS [1998*a*]: Az új magyar nyugdíjrendszer és problémái. Közgazdasági Szemle, 45. 7–8. sz. 689–708. o.

SIMONOVITS ANDRÁS [1998*b*]: Matematikai módszerek a dinamikus közgazdaságtanban. Közgazdasági és Jogi könyvkiadó, Budapest.

SIMONOVITS ANDRÁS [2000]: Új eredmények a nyugdíjmodellezésben. Közgazdasági Szemle, 47. 7–8. sz. 487–508. o.

STOCK, J.–WISE, D. [1990]: Pensions, the Option Value of Work, and Retirement. Econometrica, 58. 1151–1180. o.

VINCZE JÁNOS [1991]: Fejezetek az információ közgazdaságtanából: I. A morális kockázat, II. A kontraszelekció, III. Morális kockázat és kontraszelekció az időben. Közgazdasági Szemle, 37. 2–4. sz.: 134–152. o., 289-306. és 435-445. o.

WORLD BANK [1994]: Averting the Old-Age Crisis. Oxford University Press, New York, N.Y.

Függelék

Makroegyensúly tompítatlan ösztönzés esetén

Az Optimális szolgálati idő, adott járulékkulcs című fejezet végén, a *2. táblázatra* hivatkozva azt mondtuk, hogy tompítatlan ösztönzés esetén a kormányzat összességében veszít az üzleten. Ebben a függelékben ezt az állítást szeretnénk pontosítani.

Azt a *2. táblázatból* is láthatjuk, hogy ha rövid élettartamú és szorgalmas egyént (3. sor) párosítunk hosszú élettartamú és kényelemszerető egyénnel (7. sor), akkor az aggregált egyenleg 0,006, tehát a kormányzat ezúttal jól jár. Vegyük észre, hogy itt a rövidebb életű egyén jóval többet dolgozik, mint a hosszabb életű, s ezért fordul meg az aggregált egyenleg előjel! A továbbiakban olyan feltevéseket keresünk, amelyek kiküszöbölik ezt az esetet.

Most nem lesz szükségünk optimalizálásra, ezért a szolgálati idők jeleire nem tesszük ki a hullámot. Kezdjük a legegyszerűbb példával!

F1. példa. Kétféle egyén van: a rövid és a hosszú életű; élettartamuk rendre D_1, D_2, $D_1 < D_2$, szolgálati idejük rendre R_1 és R_2, a monotonitási feltétel szerint $R_1 < R_2$. A népességen belül az első fajta aránya p, a másodiké $1 - p$, $0 < p < 1$. Tehát az átlagos élettartam $D^* = pD_1+(1-p)D_2$. Az úgynevezett tisztességes nyugdíj $\tilde{b}_k = \tau^* R_k/(D^* - R_k)$, $k=1$, 2. Egyszerű számolással adódik az egyenleg:

$$\tilde{z}_k = \tau^* - \tau^*(D_k - R_k)/(D^* - R_k) = \tau^*(D^* - D_k)/(D^* - R_k).$$

Az aggregált egyenlegről belátjuk, hogy negatív: $\tilde{Z} = p\tilde{z}_1 + (1-p)z_2 < 0.$ Valóban a τ^* szorzót elhagyva, számolással adódik, hogy

$$\tilde{Z} \approx p\frac{(1-p)(D_2 - D_1)}{D^* - R_2} + (1-p)\frac{p(D_1 - D_2)}{D^* - R_1} = \frac{p(1-p)(D_1 - D_2)(R_2 - R_1)}{(D^* - R_1)(D^* - R_2)}.$$

Egyenlőtlenségeink értelmében $\widetilde{Z} < 0$.

Az *F1. példát* általánosítandó, folytatjuk A tompított ösztönzés című fejezet végén adott elemzést. Legyen a k-adik típusnak Az Optimális szolgálati idő, adott járulékkulcs című pontban tárgyalt „tisztességes" nyugdíja $\widetilde{b}_k = \tau^* R_k/(D^* - R_k)$. Tegyük föl, hogy aki várhatóan tovább él, az tovább is dolgozik. Megfelelő indexeléssel:

$$D_1 < D_2 < \ldots < D_{n-1} < D_n \text{ és } R_1 < R_2 < \ldots < R_{n-1} < R_n. \qquad (F1)$$

F1. tétel. *Az (F1.) monotonitási feltevés mellett a tompítatlan ösztönzés makroegyenlege negatív:* $\widetilde{Z} = \sum_k p_k \widetilde{z}_k < 0$.

Megjegyzés. Ha $R_1 = R_2 = \ldots = R_{n-1} = R_n$, akkor $\widetilde{Z} = 0$.

Bizonyítás. Lássuk először a megjegyzést! Azonos szolgálati idők esetén a $D^* - R_1$ közös nevező kiemelhető, $\widetilde{Z} \approx \sum_k p_k \left(D^* - D_k\right) = 0$.

Teljes indukcióval bizonyítunk. $n = 2$-re az állítást az *F1. példában* beláttuk. Legyen $n \geq 3$!. Ha van olyan k, amelyre $D_k = D^*$, akkor ennek a csoportnak az egyenlege nulla, tehát elhagyható. Feltehetjük tehát, hogy minden k-ra $D_k \neq D^*$. Szimmetria miatt föltehetjük, hogy $D_k > D^*$ legalább két k-ra teljesül: például $n - 1$-re és n-re. Egyszerű számolással igazolható, hogyha R_n-t lecsökkentjük R_{n-1}-re, akkor az egyenleg nő. Viszont a megjegyzés szerint a két csoport egyesíthető, de indukciós feltevésünk szerint továbbra is negatív marad.

A *2. táblázatban* azonban adott élettartamhoz különböző szolgálati idejű egyének tartoznak. Mit lehet ilyenkor mondani? Tegyük föl, hogy adott élettartam esetén a szolgálati időben jelentkező szorgalom szempontjából m-féle egyént különböztetünk meg: indexük $l = 1, \ldots, m$: $R_{k,l}$, súlyuk $r_{k,l}$. Tegyük föl, hogy minden l típus esetén igaz, hogy aki várhatóan tovább él, az tovább is dolgozik. Megfelelő indexeléssel:

$$D_k < D_{k+1} \quad \text{és} \quad R_{k,l} < R_{k+1,l}, \quad k = 1, \ldots, n-1, \quad l = 1, \ldots, m. \qquad (F2)$$

Szükségünk lesz még az élettartam és a szorgalom függetlenségnek a feltevésére: létezik olyan $\{p_k\}_{k=1}^n$ és $\{q_l\}_{l=1}^m$ peremeloszlás, amelyre

$$r_{k,l} \equiv p_k \, q_l. \qquad (F3)$$

Következmény. *Az (F2) monotonitási és az (F3) függetlenségi összefüggés esetén a tompítatlan ösztönzés makroegyenlege negatív*:

$$\widetilde{Z} = \sum_k \sum_l p_k q_l \widetilde{z}_{k,l} < 0.$$

Bizonyítás. Rögzítve l-t, a részösszegekre alkalmazható az *F1. tétel.*