Közgazdasági Szemle, XLVIII. évf., 2001. május (363–392. o.)

SIMON ANDRÁS–VÁRPALOTAI VIKTOR

Eladósodás, kockázat és óvatosság

A tanulmány a fogyasztói magatartás elméletének legújabb vonulatát, az úgynevezett óvatossági megtakarítás modelljét alkalmazza ahhoz, hogy következtetéseket vonjon le az egyes országok eladósodási politikájára vonatkozóan. A hagyományos modellek determinisztikus jövedelemvárakozások mellett elemezték a fogyasztók döntéseit. Ilyen feltevések mellett nem magyarázható meg kielégítően, hogy miért nem „bátrabbak" a gyorsan növekvő országok a külső hitelek felvételében. Ha figyelembe vesszük a jövedelem sztochasztikusságát, és feltesszük, hogy a fogyasztó fél a szélsőséges ingadozásoktól, akkor „tartalékol'" a bizonytalan jövőre, vagyis óvatosabb lesz, nem vesz fel annyi hitelt. Túl nagy többletet sem fog felhalmozni, mert a fogyasztó előnyben részesíti a jelenbeli fogyasztást a jövőbelivel szemben. Így kialakul egy optimális pénzügyi pozíció (kinnlevőség vagy adósság), amelyben egyensúlyban van a türelmetlenség (és/vagy gyors növekedés) követelte eladósodási indíték és az óvatosságból származó többletfelhalmozási motívum. Az egyensúly feltételeit és tulajdonságait fogalmazza meg a tanulmány modell segítségével. A tanulmány kiegészíti *Darvas–Simon* [1999] számításait, amennyiben elméleti megalapozását adja a számításokból adódó következtetéseknek.*

Azt, hogy a jóléti függvény kockázatfélő, óvatos viselkedést implikálhat, régóta ismert a közgazdaságtudományban.[1] Ennek a jelentőségét a fogyasztás intertemporális elosztásában azonban csak az utóbbi évtizedben kezdik megfelelően értékelni. *Skinner* [1988], *Zeldes* [1989*a*], *Kimball* [1990], *Carroll* [1992], *Ayiagari* [1994] művei voltak talán a legfontosabbak a kérdés megvilágításában. E tanulmányban ezeknek a kutatásoknak az eredményeit használjuk fel ahhoz, hogy egy kis, nyitott ország optimális külső eladósodásának meghatározó tényezőit elemezzük.

Tanulmányunk célja alapjában véve nem az, hogy ismertesse a téma elméletét és irodalmát, hanem az, hogy az elméletet tovább gondolva új következtetésekre jusson. Ennek ellenére úgy gondoltuk, nem kerülhetjük meg, hogy bizonyos mértékű ismertetést is adjunk, hiszen a felhasznált irodalom tankönyvi feldolgozása még angol nyelven sem történt meg, magyarul pedig a témáról semmilyen forrás nem áll rendelkezésre. Ezért tanulmányunk első fejezetében ismertetést adunk arról, hogyan módosítja az óvatossági

* A szerzők köszönettel tartoznak *Darvas Zsoltnak, Madarász Kristófnak, Valkovszky Sándornak* és *Vincze Jánosnak* értékes észrevételeikért és sok hiba kijavításáért. A fennmaradó hibákért a felelősség a szerzőket terheli.

[1] A történeti áttekintés nem célja ennek a tanulmánynak, ezért csak a jelenség első megfogalmazójára, *Leland* [1968]-ra hivatkozunk.

Simon András a Magyar Nemzeti Bank közgazdasági főosztályának főosztályvezető-helyettese.

Várpalotai Viktor a Magyar Nemzeti Bank közgazdasági főosztályának munkatársa, a BKÁE PhD hallgatója.

motívum létezése az életpályamodellben megfogalmazott fogyasztói döntési problémát. Ismertetésünkben a végtelen horizontú életpálya-feltevésre építünk. A második fejezetben *1.* átfogalmazzuk a problémát egy társadalmi tervező feladatára, aki kis, nyitott gazdaság jólétét maximalizálja; *2.* bemutatjuk, hogy a társadalmi tervezés optimuma nem azonos az egyének optimalizálásának aggregált eredményével; *3.* belátjuk, hogy a társadalmi tervező a fiskális politika révén az egyéni döntéseket úgy tudja befolyásolni, hogy bármilyen, számára optimális megoldást meg tud valósítani; kis, nyitott ország esetében ez tetszőleges kívánt külső eladósodottsági szintet jelent; *4.* bemutatjuk, hogy mondanivalónk lényege nem változik, ha a vagyonportfóliót az eddigi kötvények mellett kiegészítjük a részvényekkel. A harmadik fejezetben kalibrált paraméterekkel végzett néhány szimulációs számítás eredményét ismertetjük.

A fogyasztói döntési probléma

A pontvárakozásos modell

Az intertemporális fogyasztói optimalizáció determinisztikus világra kialakított modellje a következő mikroökonómiai feltevéseken alapul.[2]

A fogyasztó egyetlen terméket fogyaszt. Minden árat ebben a termékben fejezünk ki. A kamatláb tehát a fogyasztott termékben kifejezett reálkamatláb, a jövedelem is és a pénzügyi eszközök értéke is ebben van kifejezve. Egyetlen vagyoneszköz áll rendelkezésére, amelynek a hozama a kamatláb. Ennek a vagyoneszköznek a mennyiségét nevezzük pénzügyi vagyonnak (a humánvagyontól való megkülönböztetés érdekében).

A fogyasztó egy intertemporálisan additív hasznossági függvényt maximalizál végtelen időhorizonton úgy, hogy adott kamatláb mellett korlátlan és költségmentes hitelpiac áll rendelkezésére. A fogyasztó hasznossági függvénye additívan szeparábilis:

$$U(c_0, c_1, c_2, \ldots) = \sum_{s=0}^{\infty} u_s(c_s), \tag{1}$$

ahol feltesszük, hogy:

$$u_s(c_s) = \beta^s u(c_s) \qquad u' > 0 \textit{ és } u'' < 0 . \tag{2}$$

A jövőbeli jövedelemre és kamatlábra vonatkozóan a fogyasztó egy adott értéket tételez fel, aminek nincs szórása. Ezért nevezzük „pontvárakozásosnak” a modellt. A fogyasztó haszonmaximalizálási feladata ebben a determinisztikus világban a következőképpen fogalmazható meg:

$$\max_{\{c_s\}} \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(c_s) \tag{3}$$

$$W_s = (W_{s-1} - c_{s-1})(1 + r_s^e) + y_s^e \qquad s = 1, 2, 3, \ldots, \tag{4}$$

ahol jelöléseink:

c_s – az s időszaki fogyasztás,

$u(c_s)$ – a c_s fogyasztás hasznossága,

β – az intertemporális preferencia ($\beta < 1$ esetén a jelenbeli fogyasztás előnyben részesül a jövőbelivel szemben),

[2] Ez az ismertető csak összefoglalását adja a végtelen horizontú reprezentatív háztartás modelljének annak érdekében, hogy a tanulmányunkban hivatkozott eredményeket bemutassuk. Az alaposabb didaktikai ismertetést igénylő olvasónak *Muellbauer–Lattimore* [1995] vagy *Deaton* [1992] művét ajánljuk.

r_s^e – az s időpont várt kamatlába,
y_s^e – az s időpont várt jövedelme,
W_s – az s időszakban rendelkezésre álló pénzügyi vagyon a jövedelem beérkezése után, de a fogyasztási kiadás előtt.

Amiatt, hogy most pontvárakozásos modellel dolgozunk, jelöléseinket egyszerűsíthetjük, elhagyhatjuk a várakozásokra utaló ^{e} felső indexeket: $r_s^e = r_s$ és $y_s^e = y_s$. A kamatlábat időben változatlannak tételezzük fel ($r_s = r$). A kamatlábat akkor is változatlannak tekintjük majd, amikor a pontvárakozási feltevést feloldjuk. Ezek a feltevések kizárólag a tárgyalás egyszerűsítését szolgálják: a változó kamatláb feltevése nem vezet minőségileg új modellhez.

A maximalizálási feladatban az (4) intertemporális vagyonkorlátokban a vagyont arra az időpontra értelmezzük, amikor az előző időszaki vagyon kamatozott és az adott időszaki jövedelem realizálódott, de még nem történt fogyasztás. E feltevésnek nincs érdemi jelentősége.[3]

Ha feltételezzük, hogy a fogyasztó adóssága nem növekszik gyorsabb ütemben, mint a kamatláb (Ponzi-játék kizárása[4]):

$$\lim_{s\to\infty} \frac{W_s}{(1+r)^s} = 0, \tag{5}$$

akkor a (4) vagyonkorlát-sorozat behelyettesítésekkel a következő formában összegezhető:

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{c_s}{(1+r)^s} = W_0 + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{y_s}{(1+r)^s} \equiv W_0 + H_0 \equiv L_0, \tag{6}$$

ahol H az életpálya során várható összes jövőbeli munkajövedelem kamatlábbal diszkontált jelenértéke, amit humántőkének vagy humánvagyonnak nevezünk. A humánvagyon és a pénzügyi vagyon összegét L-lel jelöljük. Így a (6) feltétel úgy értelmezhető, hogy a fogyasztás jelenértéke egyenlő a vagyonnal.

A (6) feltétellel képezhetjük a maximumfeladat Lagrange-függvényét:

$$\Lambda = \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(c_s) - \lambda\left(\sum_{s=0}^{\infty} \frac{c_s}{(1+r)^s} - W_0 - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{y_s}{(1+r)^s}\right), \tag{7}$$

amelynek c_s szerinti deriváltjai adják a maximumhely elsőrendű feltételét:

$$\beta^s u'(c_s) = \lambda\left(\frac{1}{1+r}\right)^s. \tag{8}$$

Hasonlóan deriválva c_{s+1} szerint:

$$\beta^{s+1} u'(c_{s+1}) = \lambda\left(\frac{1}{1+r}\right)^{s+1}, \tag{9}$$

majd a (9)-t elosztva a (8)-cal megkapjuk a fogyasztás határhasznának arányát két szomszédos időpontban (Euler-egyenlet):

$$u'(c_s) = (1+r)\beta u'(c_{s+1}). \tag{10}$$

[3] A pénzügyi vagyon fogalmát kétféleképpen értelmezik az irodalomban. Az egyik értelmezés a periódus elején méri a vagyont, amikor az még nem kamatozott, nem folyt be a munkajövedelem, és fogyasztás sem történt. A másik értelmezés azt tételezi fel, hogy a munkajövedelem már befolyt, de még mindig nem kamatozott a vagyon. A fogyasztás ez esetben is a kamatozás után történik. Az értelmezés különbsége kizárólag kényelmi okból származik, a képletek alakját egyszerűsíti. A probléma Lagrange-függvénnyel való megközelítése esetén mindkét értelmezés egyforma bonyolultságú képlethez vezet, de a dinamikus programozási feladatként való megfogalmazás – mint Skinneré is – az első változatban ad kényelmesebb képletet. Előbbi esetben a W-vel, utóbbi esetben inkább a B-vel való jelölés terjedt el.

[4] Charles Ponzi, Boston szülöttjeként, az 1920-as években nagy vagyont halmozott fel az általa szervezett piramisjátékon *(chain letter),* majd börtönbe került és szegényen halt meg. Lásd *Blanchard–Fischer* [1989] 84. o.

Az eredmény az intertemporálisan maximalizálandó hasznosságfüggvény additív voltán alapul, hiszen ekkor a jelenbeli fogyasztás helyettesítési határrátája csak az időpreferenciától függ. A következőkben az $u(.)$ hasznossági függvény matematikai formájára vonatkozóan specifikus feltevést alkalmazunk, az úgynevezett CRRA-függvényt,[5] amely egyrészt tulajdonságaiban jól követi az *a priori* elméleti feltevéseket a fogyasztó magatartására vonatkozóan, másrészt lehetővé teszi, hogy az optimális fogyasztást zárt függvényalakban fejezhessük ki. A függvény a következő:

$$u(c)=\begin{cases} \dfrac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}, & \text{ha } \gamma > 0,\ \gamma \neq 1, \text{ és} \quad (11) \\ \ln c, & \text{ha } \gamma = 1. \quad (12) \end{cases}$$

E függvény szerint a fogyasztás határhaszna $c^{-\gamma}$, az intertemporális helyettesítés elaszticitása konstans $1/\gamma$, kockázatkerülése pedig konstans γ.

Az $u'(c)=c^{-\gamma}$ összefüggést a (10) Euler-egyenletbe helyettesítve kapjuk:

$$c_{s+1} = (1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}c_s. \tag{13}$$

Vagyis a tervezett optimális fogyasztási pályán két szomszédos időpont fogyasztásának aránya a kamatláb, a szubjektív diszkontráta, valamint a helyettesítési elaszticitás függvénye.

Az Euler-egyenletet és a költségvetési egyenlőséget felhasználva az optimális c_0 fogyasztás kifejezhető az egyén vagyonának változatlan arányaként, ahol a vagyon a pénzügyi vagyon és a humánvagyon összege.[6]

Behelyettesítve (13)-t az (6) egyenletbe, kapjuk:

$$c_0\sum_{s=0}^{\infty}\left(\frac{(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}}{1+r}\right)^s = L_0. \tag{14}$$

A bal oldal egy mértani sor, ami attól függően véges vagy végtelen, hogy a számláló kisebb-e a nevezőnél: $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma} \lesseqgtr 1+r$. Tegyük fel, hogy teljesül az $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}<1+r$ egyenlőtlenség. Ha a fogyasztás valóban az (13) egyenlet által meghatározott ütemben nő, akkor ez a feltevés egyenértékű azzal, hogy a fogyasztás nem nőhet gyorsabb ütemben, mint a kamatláb. Ekkor az (14) egyenlet zárt alakban is megfogalmazható:

$$c_0 = \frac{1}{\sum_{s=0}^{\infty}\left(\frac{(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}}{1+r}\right)^s}L_0 = \frac{1}{1-\frac{(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}}{1+r}}L_0 \equiv \frac{r+\vartheta}{1+r}L_0, \tag{15}$$

ahol:

$$\vartheta=1-(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}. \tag{16}$$

Az, hogy fogyasztás növekvő vagy csökkenő pályán mozog, csak a β szubjektív diszkonttényezőtől, az (r) kamattól és a (γ) kockázatkerüléstől függ. A fogyasztás „lejtését” $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}$ értéke határozza meg. Ha a szubjektív diszkonttényező megegyezik a kamattényezővel $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}=1$, akkor $\vartheta=0$ és a fogyasztás megegyezik az aktuális vagyon hozamával, $rL/(1+r)$-rel.

A modell által implikált megtakarítási állomány elemzéséhez egyszerűsítő feltevést teszünk a jövedelem pályájára vonatkozóan. Tegyük fel, hogy a munkajövedelem *várható értéke* egyenletesen g ütemben növekszik.[7]

[5] CRRA: Constant Relative Risk Aversion.

[6] Természetesen c_0 ismeretében már minden s időszakra kiszámítható a fogyasztás az (13) egyenlet segítségével.

[7] A pontvárakozásokat továbbra is megtartjuk, tehát ez a jövedelempálya is valójában determinisztikus.

Továbbra is feltesszük, hogy a várakozások pontvárakozások, vagyis a fogyasztó nem veszi figyelembe a várható értéktől való eltérések hatását hasznossági függvényének értékére.

A fogyasztó humánvagyonának értéke ekkor:

$$H_t = y_t \sum_{s=1}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^s = y_t \frac{1+g}{r-g}, \tag{17}$$

feltéve, hogy $g < r$.

A $g < r$ feltevés a humánvagyon végességéhez kell. E nélkül a fogyasztás mint a vagyon lineáris függvénye végtelen lenne, vagyis a feladat értelmetlenné válna.

A pénzügyi vagyon stacionárius értékének meghatározásához az (4) egyenletet használjuk, melynek mindkét oldalát osszuk el y_{s-1}-gyel, kihasználva, hogy $y_s = y_{s-1}(1+g)$:

$$(1+g)\frac{W_s}{y_s} = \frac{W_s}{y_{s-1}} = \left(\frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - \frac{c_{s-1}}{y_{s-1}} \right)(1+r) + \frac{y_s}{y_{s-1}}. \tag{18}$$

Behelyettesítve a (15)-t c_{s-1} helyére a (18)-ban, kihasználva (17)-t:

$$(1+g)\frac{W_s}{y_s} = (1+r)\frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - (1+r)\frac{\frac{r+\vartheta}{1+r}\left(W_{s-1} + H_{s-1}\right)}{y_{s-1}} + (1+g),$$

amiből átrendezéssel adódik:

$$\frac{W_s}{y_s} = \frac{1-\vartheta}{1+g}\frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - \frac{\vartheta + g}{r-g}. \tag{19}$$

Innen a pénzügyi vagyonráta stacionárius értéke:

$$\overline{W/y} = -\frac{1+g}{r-g} = -\frac{H}{y}. \tag{20}$$

A fogyasztási hányad stacionárius értékét is meghatározhatjuk (20) segítségével:

$$(1+g)\overline{W/y} = \left(\overline{W/y} - \overline{c/y}\right)(1+r) + (1+g) \tag{21}$$

$$\overline{c/y} = \frac{\overline{W/y}(r-g) + 1 + g}{1+r} = \frac{-\frac{1+g}{r-g}(r-g) + 1 + g}{1+r} = 0. \tag{22}$$

Néhány kedvezőtlen tulajdonság. Ebben a modellben a fogyasztás intertemporális ütemezése csak a fogyasztó időpreferenciájától, a kamatlábtól és az időbeli helyettesítés rugalmasságától függ, és *független a jövedelem pályájától*. Fogyasztásának szintje csak összes jövedelmének jelenértékétől függ, vagyis aktuális jövedelmétől csak annyira függ, amennyire az információt nyújt jövőbeli teljes jövedelmére vonatkozóan.

Ez a tulajdonság ellentmond a megfigyelt tényeknek. Empirikus vizsgálatok egyértelműen bizonyítják, hogy a fogyasztás pályája nem szakad el a fogyasztó jövedelemétől. A fogyasztó nemcsak akkor növeli fogyasztását, ha váratlan jövedelemre tesz szert, vagy jövőbeli jövedelmére vonatkozóan új információhoz jut, hanem akkor is, ha egy korábban is várt jövedelme megvalósul. A gyorsan növekvő országokban például a fogyasztás is gyorsan növekszik – a modell szerint ez csak úgy lenne magyarázható, hogy a gyors növekedés évről évre váratlanul érné a lakosságot.

A tényekkel szembeni eltérés nemcsak a fogyasztás pályájában mutatkozik, hanem a megtakarítási állományban is. A modell paramétereinek nincs olyan kombinációja, amelyet feltételezve ne ütköznénk a tényekkel szemben álló tulajdonságokba.

Vegyük sorra a modell értelmezéséhez szükséges megszorításokat és a következmények egyes tulajdonságait.

1. Ha – ki tudja, milyen véletlen folytán – olyan paraméteregyüttesünk van, hogy éppen $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}=1+g$, akkor a fogyasztás növekedési üteme megegyezik a jövedelem növekedési ütemével, de a (19) egyenletből következően $\overline{W/y}$ meghatározatlan.

2. Ha $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}>1+g$, akkor az ország jövedelméhez képest végtelenül nagy pénzügyi vagyont halmoz fel, azaz $\lim_{t\to\infty} W/y=\infty$.

3. Ha $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}<1+g$, akkor az ország jövedelméhez mért pénzügyi vagyona konver gál ugyan egy egyensúlyi értékhez, $\lim_{t\to\infty} W/y=\overline{W/y}$, de a modell szerint olyan nagymértékű eladósodás jön létre (a jövedelem 20-50-szerese), amely nagymértékben ellentmond a megfigyelt értékeknek.

Átfedő nemzedékek figyelembevétele. Az aggregált megtakarításokra vonatkozóan megszüntethetjük a tulajdonságok 1–3. pontban sorolt furcsaságait, ha olyan átfedő nemzedékeket tételezünk fel, amelyek között nincs öröklési kapcsolat, vagyis preferenciáik szempontjából elkülönülnek. A makroökonometriai modellek legtöbbje a pontvárakozásos modellnek *Blanchard* [1985], *Buiter* [1988], *Weil* [1989] ilyen irányú fejlesztéseire épül.[8] A kiutat az adja ezekben a modellekben, hogy mindig vannak belépő új generációk, amelyek „tiszta lappal”, vagyis pénzügyi eszközök nélkül indulnak. Így – megfelelő növekedési és elhalálozási paraméterek esetén – *1.* mégha az idősek esetleg végtelenül tartalékfelhalmozók is lennének, az idősek helyébe lépő új generációk az átlagos állományt valamilyen egyensúlyi szinten tudják tartani, *2.* mégha az idősek nagy adósséghalmozók is lennének, az új generációk csökkenthetik az egy főre vagy egységnyi jövedelemre jutó *átlagos* állományt.

A modellel így „utánozható” az aggregált fogyasztás és megtakarítás valóságban megfigyelt alakulása. Sőt, az összes kereslet fiskális befolyásolhatósága is biztosított, hiszen a fiskális politika generációk közötti jövedelmeket tud átcsoportosítani.

Az átfedő generációk figyelembevétele természetesen hasznosan gazdagítja az eredeti pontvárakozásos modellt. Véleményünk szerint azonban az a tulajdonsága, hogy nem kerül ellentmondásba a fogyasztás és megtakarítás megfigyelt aggregált pályáival, inkább csak jó utánzásnak, mintsem a tényleges viselkedés helyes megfogalmazásának az eredménye. Ennek az az oka, hogy a modell mikrogazdasági alapja továbbra is a pontvárakozásos modell. Így minden egyes fogyasztó egyenletesen fogyaszt a saját életpályája során. Annak, hogy a fogyasztók összességére a fogyasztás mégis a jövedelmet követi, az az oka, hogy az egymást követő generációk egyre magasabb szinten fogyasztanak. A tapasztalat azonban arra mutat, hogy a fogyasztás nemcsak aggregáltan, hanem egyénenként is együtt mozog a jövedelemmel: a gyorsan növekvő Japánban a fogyasztás nemcsak generációnként nőtt a jövedelemmel arányosan, hanem egy-egy generáción belül is.

Az átfedő nemzedékes modellek tehát nem adnak megoldást arra a problémára, ami a pontvárakozásos modell alapvető hátránya. Mint a determinisztikus modellek sokszor, ez is szélsőséges megoldásokhoz vezet. A következőkben láthatjuk, hogy a bizonytalanság megfelelő figyelembevételén alapuló modell a pontvárakozásos modellhez képest alapvetően más viselkedést mutat, amely sokkal jobban tükrözi a megtakarítási viselkedésről megfigyelteket.

[8] A Multimod modell (*Laxton és szerzőtársai* [1998]), az új-zélandi modell (*Black és szerzőtársai* [1997]), a finn modell (*Willman és szerzőtársai* [1998]) például ilyen alapon nyugszanak.

Az óvatosság figyelembevétele

Oldjuk fel a pontszerű várakozásokra vonatkozó feltevést! A módosított modellben továbbra is adottnak tekintjük az egyszerűség kedvéért a kamatlábat, de bizonytalannak a jövedelmet.

A maximális jólétet ekkor várható értékként értelmezzük, vagyis az (3)–(4) feladat a következőre módosul:

$$\max_{\{c_s\}} E_0\left[\sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(c_s)\right] \tag{23}$$

$$W_s = (W_{s-1} - c_{s-1})(1+r) + y_s \qquad s = 1, 2, 3, \ldots, \tag{24}$$

ahol E_0 a várakozást jelenti a rendelkezésre álló információk szerint akkor, amikor a 0. időpontban a jövedelem már befolyt. A következőkben az E_0 kifejezésben a $_0$ indexet elhagyjuk, és az információs halmaz időpontjára utaló indexet csak akkor tesszük ki, ha hangsúlyozni akarjuk vagy amikor az különbözik 0-tól.

Ebben a modellben y_s *valószínűségi változó*. Ez azt jelenti, hogy a fogyasztás korlátjára, a várt jövedelemre vonatkozóan nem egy-egy érték áll rendelkezésre, hanem egy teljes eloszlásfüggvény. Ennek megfelelően $u(c_s)$ is valószínűségi változó.

Az (13) egyenlettel analóg módon a maximum elsőrendű feltétele a 0. időpontra (Euler-egyenlet) a következőre módosul:

$$u'(c_0) = (1+r)\beta E[u'(c_1)]. \tag{25}$$

A feladat visszavezethető lenne a pontvárakozásos modellre, ha teljesülne, hogy $E[u'(c)] = u'(E[c])$. Ez csak lineáris $u'(c)$ függvény esetén áll fenn. Ilyen $u(.)$ függvény egyszerűen konstruálható, ilyen például az $u(c) = bc - c^2/2$ alakú kvadratikus függvény. A feladatban ekkor a várható érték adja a *biztos egyenértékest*. A bizonytalanság ilyen formában való bevezetése kényelmes lehet egyes jelenségek tárgyalásakor, de valójában megkerülését jelenti annak a problémának, amely éppen abból származik, hogy a hasznosság várható értékének optimuma máshol lesz akkor, ha a jövedelem bizonytalan, mint akkor, ha bizonyos. Ehhez képest már nem is döntő az az érv, hogy egyébként a kvadratikus hasznossági függvény sok tulajdonsága implauzibilis.[9]

A következőkben mi a már korábban feltételezett CRRA-függvényt alkalmazzuk, mint hasznossági függvényt. Ebben $E[c^{-\gamma}] > (E[c])^{-\gamma}$, tehát a fogyasztás várható értékének határhaszna kisebb, mint határhasznának várható értéke. Ez azt jelenti, hogy a (25) egyenletben $E[u'(c_1)]$ helyébe nem helyettesíthetünk $u'(E[c_1])$-t, csak $(1+v_1)u'(E[c_1]$-t, ahol $1+v_1$ $(v_1 > 0)$ a kockázattól és a hasznossági függvény alakjától függő szorzó. Az Euler-egyenlet tehát a következő lesz:

$$c_0^{-\gamma} = (1+r)\beta(1+v_1)(E[c_1])^{-\gamma}, \tag{26}$$

azaz:

$$E[c_1] = (1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}(1+v_1)^{1/\gamma}c_0. \tag{27}$$

Vagyis láthatjuk, hogy azonos r és β paraméterek esetén a fogyasztás növekedési üteme gyorsabbnak adódik, mint a pontvárakozásos modellben. Ennek intuitív értelme az, hogy a fogyasztó „óvatosságból” eleinte kevesebbet fogyaszt, és inkább megtakarít. Azt is láthatjuk a (27) egyenletből, hogy a fogyasztás biztos egyenértékese – az a jövőbeli biztos fogyasztás, ami a várható hasznossággal egyenértékű hasznosságot hoz $-E[c_1]/(1+v_1)^{1/\gamma}$.

[9] Például negatív fogyasztásnak is pozitív határhasznot tulajdonít, vagyis egy ilyen feltevés nem jól írja le a fogyasztó viselkedését.

A következőkben v értékét határozzuk meg. *Skinner* [1988], *Kimball* [1990] megoldása, amelyet *Muellbauer–Lattimore* [1995] is ismertet, másodfokú Taylor-sorral való közelítésen alapul, ahol a jövedelem eloszlásának első két momentumát használják fel.[10] Nyomukban ezt az utat követjük mi is. Két időszakra a levezetés egyszerű, és ezért be is mutatjuk, az általános esetre vonatkozóan *Skinnerre* [1988] hivatkozunk.

A biztos egyenértékes két periódus esetén. Nézzük először azt az esetet, amikor a világ az 1. periódus végén megszűnik! A W_t vagyon definíciója ekkor a következő:

$$W_1 = (W_0 - c_0)(1+r) + y_1. \tag{28}$$

Az (28) egyenletben azonban y_1 már valószínűségi változó, ismert véges várható értékkel és szórással. Az Euler-egyenlet a CRRA-függvény esetére:

$$c_0^{-\gamma} = (1+r)\beta E\left[W_1^{-\gamma}\right], \tag{29}$$

ahol kihasználtuk, hogy az 1. – egyben utolsó – periódusban minden vagyon fogyasztásra kerül ($c_1 = W_1$).

A jövőbeli vagyon biztos egyenértékesének W_1^*-nek közelítő számítása érdekében fejtsük Taylor-sorba $W_1^{-\gamma}$-t $E[W_1]$ körül.

Másodrendű Taylor-sort alkalmazunk,[11] vagyis nem használjuk fel W_1 eloszlásának minden momentumát, csak a szórását és varianciáját:

$$\begin{aligned} W_1^{-\gamma} \approx {} & (E[W_1])^{-\gamma} - \gamma (E[W_1])^{-(1+\gamma)}(W_1 - E[W_1]) + \\ & + \frac{\gamma(1+\gamma)}{2}(E[W_1])^{-(2+\gamma)}(W_1 - E[W_1])^2. \end{aligned} \tag{30}$$

Ennek várható értékét számolva a második tag 0 lesz:

$$E\left[W_1^{-\gamma}\right] \approx (E[W_1])^{-\gamma} + \frac{\gamma(1+\gamma)}{2}(E[W_1])^{-(2+\gamma)} E\left[(W_1 - E[W_1])^2\right]. \tag{31}$$

A jobb oldalon a Taylor-sor első tagja mutatja a fogyasztás várható értékének határhasznát, amely – mint tudjuk – kisebb, mint a határhaszon várható értéke, vagyis a teljes jobb oldal értéke. A polinom magasabb rendű tagjai adják meg a különbséget.[12] A két érték közötti összefüggést arány formában megadva:

$$E\left[W_1^{-\gamma}\right] \approx (E[W_1])^{-\gamma}\left(1 + \frac{\gamma(1+\gamma)}{2}\sigma_{W_1}^2\right) \tag{32}$$

$$E\left[W_1^{-\gamma}\right] \approx (E[W_1])^{-\gamma}(1 + v_1), \tag{33}$$

ahol $v_1 = \dfrac{\gamma(1+\gamma)}{2}\sigma_W^2$ és σ_W^2 a W_1 vagyon relatív szórásnégyzete.

Így az 1. periódus vagyonának biztos egyenértékese:

$$W_1^* = \frac{E[W_1]}{(1+v_1)^{1/\gamma}}, \tag{34}$$

[10] *Lattimore* [1993] a Taylor-sor több tagú kifejtésével a valószínűségi eloszlás több momentumát is figyelembe veszi.

[11] Emlékeztetőül a másodrendű Taylor-sor $E[y]$ körül:

$$f(y) = f(E[y]) + f'(E[y])(y - E[y]) + f''(E[y])\frac{(y - E[y])^2}{2} + o^2(y),$$

ahol $o^2(y)$ másodrendű kis ordó függvény.

[12] Itt is láthatjuk, hogy a kvadratikus hasznossági függvény esetén miért egyezik meg a hasznosság várható értéke a várható érték hasznosságával: a Taylor-sorba fejtés ugyanis már a másodrendű tagoktól (deriváltaktól) kezdődően nullát eredményez, így csak az első tag különbözik nullától.

Mivel feltevésünk szerint a fogyasztó csak egy évre tekint előre, σ_W^2 számlálójában a (munka)jövedelem szórásnégyzete áll, nevezőjében a vagyon várható értékének a négyzete. Később, a több időszakra való általánosításkor fontossá válik majd az a körülmény, hogy a számláló egyben a vagyon szórásnégyzete is. Az intuitív értelmezés magától értetődő, a fogyasztó óvatosságát két tényező befolyásolja: jövedelmének bizonytalansága és vagyona. Jövedelmének ingadozása kedvezőtlen fogyasztásának biztonságára nézve, és minél kisebb a vagyona (például nagyon el van adósodva), a fogyasztó annál inkább ki van téve ennek az ingadozásnak, és ezért annál óvatosabb.

A biztos egyenértékes: általános eset. A fogyasztó természetesen nemcsak egy periódussal előre tekintve veszi figyelembe jövőbeli vagyonát, hanem teljes életpályája vagyonát nézi. *Skinner* [1988] erre az általános esetre is levezette v értékét és a kétperiódusos modellbeli képlettel analóg összefüggésekre jutott.

Legyen L a pontvárakozásos modellben megismert életpályavagyon:

$$L_t = W_t + E_t\left[\sum_{s=t+1}^{\infty}\frac{y_s}{(1+r)^{s-t}}\right]. \tag{35}$$

Arra az esetre, ha a jövedelem autokorrelációja 0, az optimális fogyasztási pályára *Skinner* [1988] alapján a következő differenciaegyenlet jellemző:[13]

$$c_t = [(1+r)\beta(1+v_t)]^{1/\gamma}\frac{L_t}{E_{t-1}[L_t]}c_{t-1}, \tag{36}$$

ahol:

$$v_t = \frac{\gamma(1+\gamma)}{2}\mu_t^2\sigma_{\varepsilon_t}^2, \tag{37}$$

$$\mu_t = \frac{E_{t-1}[y_t]}{E_{t-1}[L_t]}, \qquad 38)$$

a $\sigma_{\varepsilon_t}^2$ paraméter pedig az y_t jövedelem relatív varianciája. μ_t-t értelmezhetjük úgy is a (38) alapján, mint az y_t-t érő egységnyi sokknak a teljes vagyonra gyakorolt várható hatását. Ez az értelmezés lehetővé teszi a (37)–(38) képletek általánosítását arra az esetre, ha y_t tetszőleges ARMA tulajdonságú folyamat. Az y_t-t érő egységnyi sokk hatása ekkor tovább gyűrűzik a későbbi periódusok y_t értékeibe. Nem reprodukáljuk az általános képletet e továbbgyűrűzés leírására. Az egyszerűség kedvéért és azért, mert a valóságot valószínűleg jól közelíti, azt tételezzük fel, hogy a jövedelem egy egységgyökfolyamat,[14] ami azt jelenti, hogy a jövedelmet érő bármilyen sokk végtelen ideig fennmarad. Ekkor az y_t-t érő σ_{ε_t} nagyságú (relatív) sokk hatására a teljes vagyont érő relatív sokk a következő lesz:[15]

$$\mu_t = \frac{E_{t-1}\left[H_t\dfrac{1+r}{1+g}\right]}{E_{t-1}[L_t]}. \tag{39}$$

[13] A feladat Skinner-féle megoldásához fel kell tételezni, hogy a véletlen változók – az y_t jövedelem – *függetlenek* egymástól, azaz egy következő periódusra várt jövedelmet nem befolyásolják a korábbi, már realizálódott jövedelmek. Azonban a megoldás egy kis „fogással” érvényes maradhat akkor is, ha ez a függetlenség nem teljesül. (Lásd a későbbieket!)

[14] Pontosan legyen $y_t = (1+g)y_{t-1}\varepsilon_t \quad \ln(\varepsilon_t) \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I)$.

[15] Az általános képletet és annak alkalmazását az egységgyökfolyamatra lásd *Simon–Várpalotai* [2001].

Hasonlóan a pontvárakozásos modellhez, az optimális fogyasztást kifejezhetjük az életpályavagyon arányában:

$$c_t = \left[\sum_{j=t}^{\infty} (1+r)^{t-j} \prod_{s=t+1}^{j} \left(\frac{(1+r)(1+v_s)}{(1+\beta)} \right)^{1/\gamma} \right]^{-1} L_t \, . \tag{40}$$

Első pillantásra úgy tűnhet, hogy a pontvárakozásos modellhez képest nem sok változás történt: a fogyasztás éppen úgy a vagyonnal arányos, csak az $(1+v_t)$ tényező miatt kisebb hányadot fogyasztunk a vagyonból. Vagyis úgy tűnhet, mintha ez a tényező hatásában egyenértékű lenne azzal, hogy a fogyasztó türelmesebb (β nőne). Valójában van még egy fontos különbség: v_t nem egy konstans paraméter, hanem az életpályavagyontól függ. Nézzük meg, hogy ennek mi lesz a következménye!

A pontvárakozásos modellben a fogyasztás és a jövedelem növekedési üteme a paraméterektől függően hosszú távon eltérhet egymástól. Mint az 1.–3. tulajdonságok tárgyalása során (368. oldal) láttuk, a türelmetlen fogyasztó hosszú távon kisebb ütemben növeli fogyasztását, mint ahogy a vagyona nő (mert magas fogyasztással kezd), a türelmes fogyasztó pedig nagyobb ütemben (mert felhasználja a kezdeti felhalmozásból származó kamatjövedelmét). A növekedésükhöz képest viszonylag türelmes fogyasztók (országok) – akiknél $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma} > 1+g$ – lesznek a hitelezők, és azok, akiknél $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma} < 1+g$ lesznek az adósok. Kissé bizarr ugyan az a következmény, hogy a viszonylag türelmesek vagy lassan növekvők tőkerátája végtelenül nő,[16] de a modell keretei között nincs más lehetőség arra, hogy a világot adósokra és hitelezőkre felosszuk. A modellben a β paraméternek kulcsszerepe van, mert ha értéke túlságosan elszakadna a kamatláb és a növekedési ütem különbségétől, akkor vagy hitelezők, vagy adósok nem lennének.

Carroll [1992] vetette fel, hogy az óvatossági modell megfelelő értelmezése esetén nincsen szükség arra, hogy az egyensúlyi növekedés lehetőségét ennyire függővé tegyük β-tól, és ezáltal a β paraméter értékét ilyen szűk határokon belülre szorítsuk. A β értéke lehet akár lényegesen alacsonyabb is, mert a fogyasztók türelmetlenségét ellensúlyozza óvatosságuk. β mérése közvetlenül ugyan nem lehetséges, de szólnak érvek amellett, hogy értéke esetleg alacsonyabb, mint a 0,95–1,00 tartomány. A pontvárakozásra épülő modellek erre vonatkozó feltevését nem a megfigyelések, hanem a modellek által adott kényszerűség magyarázza. Akár 20 százalékos szubjektív diszkontráta is elképzelhető,[17] mert v értéke a fogyasztás ütemét még mindig elég magasra kényszerítheti. Ehhez még azt is hozzátehetjük, hogy ebben az esetben – erre Carroll érdeklődése nem terjedt ki – a világ úgy is felosztható hitelezőkre és adósokra, hogy mindkét fél stabil állományokra törekedjen. Nézzük meg, hogyan!

Mindehhez először definiáljuk modellünk egyensúlyi állapotát:

Definíció. A (36)–(38) optimális fogyasztás sztochasztikus pályájának egyensúlya az a W_{t-1}/y_{t-1} és c_{t-1}/y_{t-1} *állapot, melyben:* $W_{t-1}/y_{t-1} = E_{t-1}[W_t]/E_{t-1}[y_t]$ *és* $c_{t-1}/y_{t-1} = E_{t-1}[c_t]//E_{t-1}[y_t]$.[18]

Hogy ez az egyensúly létezzen, tekintsük a modell instabil paraméterezését értelmezhetetlennek, tehát tegyük fel, hogy a fogyasztó elég türelmetlen ahhoz, hogy hosszú távon teljesüljön:

[16] E következmény természetellenességén nem sokat segít a modell védelmében általában felhozott, matematikailag egyébként korrekt érv, hogy a világ részei között végtelen ideig nem maradhatnak fenn növekedési ütemkülönbségek, mert a lassabban növekvők súlya a világban 0-hoz tart, így előbb-utóbb a világ a leggyorsabban növekvő részből (fogyasztó, ország stb.) állna.

[17] *Friedman* [1957], akit a pontvárakozásos modell kényszerűségei nem befolyásoltak, még 30 százalékos diszkontrátára gondolt.

[18] Figyeljünk fel arra, hogy itt a *várható értékek hányadosáról* és nem a *hányadosok várható értékéről* van szó!

$$(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma} \le 1+g. \tag{41}$$

Beláthatjuk, hogy ekkor az egyensúlyban a következő egyenlőségnek kell fennállnia:

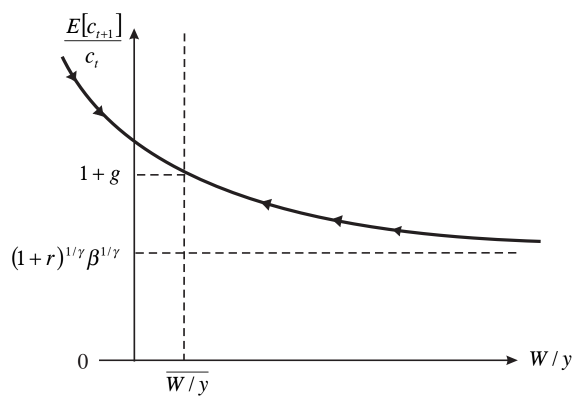
$$(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}(1+v)^{1/\gamma} = 1+g. \tag{42}$$

Ha a bal oldal nagyobb, mint a jobb oldal, akkor az azt jelenti, hogy a fogyasztás gyorsabban nő, mint a jövedelem, vagyis a *c/y* arány a ∞-hez tart. Ezt a fogyasztó csak akkor engedheti meg magának, ha vagyona a jövedelméhez képest is a ∞-hez tart. Ekkor a kockázat, v a 0-hoz tart. Ez azonban az (41) feltétel miatt ellentmondáshoz vezet. Ha a bal oldal kisebb, mint a jobb oldal, akkor a *c/y* arány a 0-hoz tart. Ebben az esetben a fogyasztó vagyona a jövedelméhez képest 0-hoz tart, ami v végtelenhez tartását jelenti.

A pontvárakozásos modell stabil egyensúlyi adósságállománya, ahol a fogyasztó vagyona 0-hoz tart, végtelenül nagy kockázatot rejt magában, amit az óvatos fogyasztó nem vállal. Az óvatos fogyasztó kialakít egy olyan *W/y* arányt, ami mellett a kockázat és a hozam egyensúlyban van. Ha valamilyen meglepetés miatt *W/y* kisebb, mint a megcélzott arány, akkor nagy lesz v, ami az (27) egyenlet szerint c_t csökkenését vonja maga után. Ám c_t csökkenése a költségvetés egyenlegének értelmében a megtakarítást növeli, vagyis *W/y* egyensúlya helyreáll. Hosszú távon tehát W is és c is y-nal arányosan g ütemben nő.

Az *1. ábrán* $E[c_{t+1}]/c_t$-t láthatjuk, mint *W/y* függvényét. Ha *W/y* hányados kisebb, mint az egyensúlyi arány, akkor a kockázat túl nagy, ezért a jelenlegi (t-beli) fogyasztás csökken, hogy elegendő W halmozódjon fel. A felhalmozott W csökkenti a kockázatot, ezért a fogyasztás növekedhet, vagyis $E[c_{t+1}]/c_t$ csökken.

1. ábra
A fogyasztás alkalmazkodása a vagyonhoz



Ha *W/y* a végtelenhez tart, akkor $v\to 0$ és a fogyasztás növekedési üteme $(1+r)^{1/\gamma}\beta^{1/\gamma}$.

A vagyonhányad stacionárius értéke az (37), (42) egyenletekből határozható meg, ha a (39)-ből behelyettesítünk a (37)-be. Az egyenletrendszer grafikus megoldását a *2. ábrán* látjuk. A megoldás $\overline{W/y}$-ra a következő:[19]

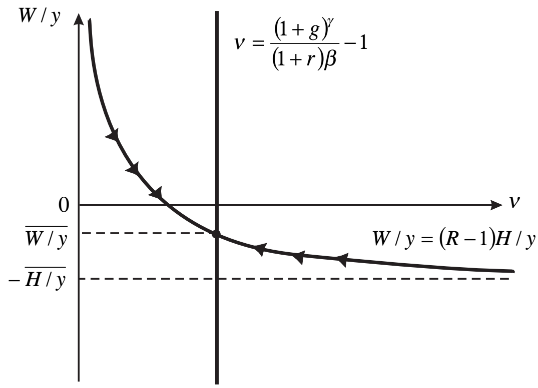
[19] A részletes levezetést lásd a *Simon–Várpalotai* [2001] tanulmányban.

$$\overline{W/y} = \sigma_\varepsilon \frac{1+r}{r-g}\sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)\beta}-1\right)}} - \frac{1+g}{1+r} = \left(\sigma_\varepsilon \frac{1+r}{1+g}\sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)\beta}-1\right)}} - 1\right)\overline{H/y}. \quad (43)$$

Láthatjuk, hogy mivel $r > g$, az eladósodás felső korlátja a humántőke, de ez csak akkor valósul meg, ha $\sigma_\varepsilon = 0$.

2. ábra

Az egyensúlyi eladósodás mint a kockázat függvénye



Ha az eladósodás közelít a humánvagyonhoz, akkor a kockázat végtelenné válik. A kockázat teljes megszűnéséhez a tartalékoknak a végtelenbe kell tartaniuk. Az ábrán $R = \sigma_\varepsilon \frac{1+r}{1+g}\sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)\beta}-1\right)}}$.

Ismerve $\overline{W/y}$ stacionárius értékét, könnyen meghatározhatjuk a $\overline{c/y}$ fogyasztási hányad stacionárius értékét is: [20, 21]

$$\overline{c/y} = \overline{W/y}\frac{1+g}{1+r} + \frac{1+g}{1+r} = \frac{1+g}{1+r}\overline{L/H}. \quad (44)$$

A megszokás. Eddig azt tételeztük fel, hogy a hasznossági függvény intertemporálisan additív, vagyis egy adott periódusban a hasznosság mértéke csak az ugyanabban a periódusban fogyasztott mennyiségtől függ. Most egy kissé finomítjuk a hasznossági függvény jellegére vonatkozó feltevésünket, amikor az úgynevezett megszokás *(habit)* létezését vesszük figyelembe.

A fogyasztó a múltból örököl valamilyen életformát, fogyasztási szokásokat. A megszokás fogalmának bevezetésével ezt vesszük figyelembe, amikor azt mondjuk, hogy a fogyasztó által érzékelt hasznosság attól függ, hogy az adott periódusban fogyasztása mennyire tér el a múltból örökölt, viselkedésébe „beépült”, megszokott szinttől. Ezt az örökölt fogyasztást mint valamilyen követelményt értelmezzük, azaz olyan szintnek, ami alá a fogyasztó nem hajlandó lemenni, vagyis semmilyen jövőbeli fogyasztás érdekében nem hajlandó lemonda-

[20] A levezetést lásd a *Simon–Várpalotai* [2001] tanulmányban.

[21] A (44) képletben *L/H* az összvagyon osztva a humánvagyonnal, azaz *L/H* = *(W+H)/H* = *W/H*+1.

ni. A CRRA-függvénnyel megfogalmazva ez azt jelenti, hogy a fogyasztás határhaszna nem 0 fogyasztáshoz tartva válik végtelenné, hanem a $c - h$ fogyasztáshoz tartva, ahol h a megszokás. A megszokás értékeként az előző időszak fogyasztásának ρ-szorosát tekintjük. A ρ paraméter tehát a fogyasztói magatartás „tehetetlenségének" paramétere.

A ρ paraméter és a függvény különféleképpen értelmezhető. Egy-egy fogyasztónál ρ nagyon alacsony is lehet, értelmezhetjük valahol az éhhalál szintjének környékén, hiszen adott esetben elképzelhető, hogy valaki hajlandó egy-két évig a fizikai létminimum szintjén élni, ha ezzel sokat nyer a jövőben. Egy ország egészét illetően, amikor a fogyasztás intertemporális elosztását mint gazdaságpolitikai feladatot fogalmazzuk meg, talán célszerűbb a fogyasztás alsó korlátját mint társadalmilag elfogadható minimumot értelmezni. Ebben az összefüggésben valahogy úgy fogalmazhatunk, hogy ρ az az érték, ami olyan fogyasztást implikál, amelyet a társadalom nem tűrne meg, fellázadna, felbomlana. Modellünkben a periódusokat években számolva a 0,8 körüli sávot tekintjük az ilyen veszélyekkel járó szintnek. Ez tehát azt jelenti, hogy az intertemporális fogyasztás tervezésekor a fogyasztót megtestesítő gazdaságpolitikának ki kell zárnia egy olyan lehetőséget, hogy a fogyasztás – a véletlen körülmények kedvezőtlen kimenetele esetén – egyik évről a másikra 20 százalékkal csökkenhessen. Ez a korlát nem szoros, hiszen azt megengedi, hogy több éven át évi 19 százalékos legyen a csökkenés, hiszen a megszokás feltevés azt jelenti, hogy a fogyasztó képes alkalmazkodni, de csak fokozatosan.

A megszokás (habit) feltevése valamelyest módosít a modell megfogalmazásán. A részletes levezetést itt nem közöljük,[22] csak azt, hogy a stacionárius $\overline{W/y}$ értéke ebben az esetben a következő lesz:[23]

$$\overline{W/y} = \left(\frac{\sigma_\varepsilon}{1-\rho} \frac{1+r}{1+g} \sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)\beta} - 1 \right)}} - 1 \right) H/y. \quad (45)$$

A közelítés. A Taylor-sorral való közelítés miatt a hasznossági függvénynek csak a várható értéke körüli tulajdonságai játszanak szerepet a modellben. A közelítés előnye, hogy a számítások végrehajtása egyszerűbb, mint a dinamikus sztochasztikus programozási feladat explicit megoldása. Előnynek tűnhet az is, hogy a modellezőnek nem kell foglalkoznia annak a következményeivel, hogy a CRRA-függvény a 0 fogyasztásnak végtelen negatív határhasznot tulajdonít. Ez az előny azonban egyben hátrány is lehet, ha a modellt ki akarjuk terjeszteni a likviditási korlát figyelembevételével. Az explicit megoldáshoz pontos feltevést kell tennünk arra vonatkozóan, hogy a jövedelem milyen sávja az, amelyen kívül az előfordulás valószínűsége 0, és fel kell tételeznünk egy ennek megfelelő hitelfelvételi korlátot, mert ellenkező esetben nem zárható ki, hogy az optimális fogyasztás nem 0 valószínűséggel negatív értéket is felvegyen. Ezzel a feltevéssel egyben lehetőség nyílik arra is, hogy a hitelfelvételi korlát változtatásának hatását is kiszámítsuk. *Zeldes* [1989*b*], *Deaton* [1992], *Carroll* [1992], *Ayiagari* [1994], *Ayiagari–McGratten* [1998] és mások végeztek ilyen számításokat.

[22] A levezetést lásd a *Simon–Várpalotai* [2001] tanulmányban.

[23] Vegyük észre, hogy a (45) képletben az eltérés a (43) képlettől mindössze az első tagban szereplő $1-\rho$ osztó.

Közösségi optimumfeladat

A fogyasztó általánosan felírt problémájának adhatunk egy aggregált értelmezést, ahol a gazdaságpolitika – a „társadalmi tervező” – egy kis, nyitott ország közösségi hasznossági függvényét maximalizálja végtelen időhorizonton. A feladat formája azonos a korábbival, de annak érdekében, hogy az eredményeket megkülönböztessük a fogyasztói modell eredményeitől, a pénzügyi pozíció értékét F-fel jelöljük az eddigi W helyett.

Az *1. táblázatban* közöljük a külső pénzügyi pozíció stacionárius értékét az (45) egyenlet alapján, különféle paraméterértékek feltevése mellett. A pénzügyi pozíciót a GNP-hez viszonyítottuk.

1. táblázat

Egyensúlyi vagyonpozíciók a paraméterek függvényében

Megnevezés	A paraméterek értéke		
		Alapváltozat	
A jövedelem szórása	0,018	*0,020*	0,022
β	0,94	*0,95*	0,96
γ	2	*3*	4
g	0,015	*0,020*	0,025
r	0,04	*0,05*	0,06
Megszokás	0,79	*0,80*	0,81
	$(F - y)/y$ értékei a paraméterek megfelelő értékével számolva úgy, hogy a többi paraméterérték az alapváltozat szerinti		
A jövedelem szórása	–3,950	*–0,500*	2,950
β	–3,203	*–0,500*	2,949
γ	–5,272	*–0,500*	3,575
g	4,005	*–0,500*	–4,914
r	–4,412	*–0,500*	1,953
Megszokás	–2,692	*–0,500*	0,709

Az $(F–y)/y$ a hitelkihelyezés (ha pozitív) vagy az eladósodás (ha negatív) egyensúlyi értéke a GNP arányában.

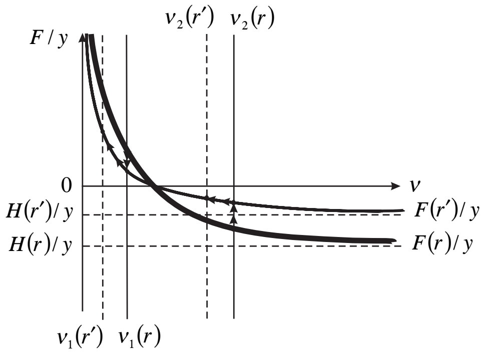
A paraméterek változásának hatása az F/y-ra természetesen tükrözi a függvényekben megfogalmazott összefüggéseket. Minél nagyobb a g, annál nagyobb az eladósodás, minél nagyobb a türelmetlenség, vagyis ha csökken β, akkor is nő az eladósodás. A kockázatfélés γ paraméterének növelése csökkenti az eladósodást. Ugyanilyen hatású a megszokásnak vagy a jövedelem szórásának a növekedése.

Érdekes a kamatláb hatása, amelynek az előjele a függvények formájából nem következik egyértelműen. Létezik egy jövedelmi vagy vagyonhatás, valamint egy helyettesítési hatás. A vagyonhatás abból származik, hogy a humánvagyon függ a kamatlábtól. A *3. ábrán* ez azt jelenti, hogy a H/y egyenes eltolódik. Ha a v függvény változatlan, akkor ez a hatás növekvő kamatláb esetén kisebb adóssághoz (ha F/y negatív) és kisebb hitelállományhoz (ha F/y pozitív) vezet.

Intuitív magyarázatként a jövedelmi hatást a következőképpen értelmezhetjük: a kamatláb növelése növeli az adósságszolgálat terhét, ezért kisebb lesz a fogyasztásra fennmaradó várható jövedelem, ami (mivel a jövedelem abszolút szórása nem változik) növeli a kockázatot. Ez óvatosabbá teszi a fogyasztót, csökkenti eladósodásának a mértékét. Ha a fogyasztó hitelezői pozícióban van, akkor a magas kamatláb éppen fordított hatású: a kamatbevétel növeli a várható jövedelmet, ezzel a relatív szórás csökken, a

3. ábra

A kamatláb változásának hatása a megtakarításra



Két eset szerepel az ábrán, egy adósi és egy hitelezői eset. A kockázati diszkontlábat v_2-vel jelöljük abban az esetben, amikor a fogyasztó egyensúlyban adós, v_1-gyel akkor, amikor hitelező.

fogyasztó „bátrabb” lehet, nem kell akkora óvatossági vagyonkészletet tartania. Tulajdonképpen e modell keretei között ezt a hatást nevezhetnénk „kockázati hatásnak” is.

A helyettesítési hatás azt jelenti, hogy a fogyasztó számára megdrágul a jövőbeli fogyasztás: a v függvény balra tolódik. A hatás azonos azzal, mintha a „türelmetlenség” nőne (β csökkenése).

Negatív vagyonállomány esetén a vagyonhatás hozzáadódik a helyettesítési hatáshoz, pozitív vagyonállomány esetén azonban csökkenti azt. Így a negatív vagyontartományban az egyensúlyi vagyon érzékenyebb a kamatlábra. A pozitív vagyontartományban a vagyonhatás akár ki is olthatná a helyettesítési hatást. A *3. ábrán* a jövedelmi hatás erősebb, összhangban azzal az eredménnyel, amit a feltételezett paraméterértékek is implikálnak.

A számokat tekintve feltűnő, hogy az eredmények nagyon érzékenyek az egyes paraméterek változására. Ráadásul a paraméterekre vonatkozóan nincs közvetlen mérési lehetőség, csak nagyon bizonytalan feltevésekre vagy becslésekre támaszkodhatunk. A kamatláb, a várható növekedés, a jövedelem szórása valamilyen kapcsolatban van megfigyelt statisztikai értékekkel. A társadalmi jóléti függvény paramétereire különféle kutatások eredményei alapján tudunk következtetéseket levonni.[24]

Ezek az információk nem alkalmasak arra, hogy segítségükkel olyan számítási eredményekre jussunk, amelyek a gazdaságpolitika gyakorlatában számszerű útmutatást adhatnának. Modellünk segítségével csak azt láthatjuk be, hogy léteznek a modellhez olyan, eddigi ismereteinkkel összhangban lévő paraméterértékek, amelyek a nemzetközi statisztikai megfigyelésekkel szinkronban lévő eladósodási predikcióhoz vezetnek.

A pontvárakozásos modellről ez nem mondható el, mert bárhogyan is választjuk meg a paramétereket, az általa implikált GDP-arányos pénzügyi pozíciók vagy a végtelenhez tartanak, vagy a 20–50-es tartományba konvergálnak.

[24] A CRRA-függvény γ paraméterének empirikus mérésével sokan foglalkoztak már, az eredmények többsége 2 és 4 között szóródik. A v és közvetve β paraméterre *Friedman* [1957], [1963] 0,8-as értéket is lehetségesnek tartott. *Hayashi* [1982], *Weale* [1990] elemezték ezt a feltevést. A közvetlen mérés valójában nem lehetséges. Mi is azt az utat követjük, amit például *Ayiagari–McGratten* [1997], akik „visszafelé” következtetnek az értékére, az egyéb paraméterekből kiindulva valamilyen modell alapján. A *megszokás* tényező irodalmában nem ismerünk olyan empirikus munkát, amely megkísérelt volna társadalmi hasznossági függvényben való számszerűsítést.

Az egyéni döntések összege nem a közösségi optimum

Tegyük fel, hogy az egyének ízlése (hasznossági függvénye) egyforma, valamint jövedelmeik várható értéke és szórása is azonos. Az egyes egyéneket érő véletlen hatások azonban egyediek, ezért a jövedelmek összegének relatív szórása nem lesz azonos az egyes egyének jövedelmének relatív szórásával. Ez csak akkor lenne igaz, ha az egyének jövedelmüket tökéletesen diverzifikálni tudnák, vagyis „biztosítást" tudnának kötni rá a közösséggel. Az ilyen lehetőséget nyújtó piacot nevezzük teljes piacnak *(complete market)*. Ebben az esetben a CRRA-függvény feltevése mellett az aggregált feladat megoldása az egyéni feladatok megoldásainak összege lenne, vagyis jogos lenne a reprezentatív fogyasztó feltevése. Valójában azonban a piacok sem nemzetközileg, sem országon belül nem teljesek. A teljesség, vagyis a biztosítás fokában különbség van jövedelmek szerint. A részvényjövedelmek portfóliódiverzifikálással meglehetősen jól „biztosíthatók" az egyedi kockázattal szemben. Ezért a részvényhozamok aggregált szórása irányadó lehet az egyének részvényjövedelmére is. A munkajövedelemre azonban gyakorlatilag nincs biztosítás. Ezért itt az egyéni relatív szórás jóval nagyobb, mint az aggregált.

A közösségi és egyéni döntési feladat közötti másik különbség a tervezési horizontban lehet. Az egyéni döntések modellezésének egyik megközelítése véges életpályában vagy legalábbis egymással vagyonátutalási kapcsolatban nem álló generációkban való gondolkodást tételez fel. A társadalmi tervező horizontja ebben az esetben nyilvánvalóan túlnyúlik az egyes generációkon, és az aggregálás értelmét veszítheti. Ezzel a problémával, amely az irodalomban alaposan kidolgozott,[25] modellünkben nem foglalkozunk. Egyszerű megközelítésünkben csak arra keressük a választ, hogy a társadalmi tervező hasznossági függvényének paraméterei hogyan térnek el egy háztartásétól a kockázathoz való viszony különbözősége miatt.

Azt tételezzük fel, hogy a háztartások életpályája végtelen, és az egyedi *(idiosyncratic)* sokkok átmenetiek, az aggregált jövedelmet ért sokkok pedig permanensek.

Ez a feltevés jogosnak látszik. E mellett szól például az a megfigyelés, hogy az egymást követő generációk egyéni jövedelme között viszonylag kicsi a kapcsolat. (*Jenks* [1972] szerint a szülők és gyermekeik jövedelme közötti korrelációs együttható értéke: 0,12-0,15.) A dinasztiák jövedelme ezért semmiképpen sem írható le olyan véletlen bolyongásként, amelynek növekményszórása azonos az egyéni jövedelem növekményszórásával. Az azonban nyilvánvaló, hogy az aggregált jövedelem szórása a dinasztiák jövedelmében is megjelenik. A végtelen horizontú egyéni (dinasztia) jövedelem tehát feltevésünk szerint olyan folyamat, amelynek sokkjai felbonthatók egyedi és aggregált sokkokra – más és más autokorrelációs tulajdonságokkal.

Az amerikai jövedelmekre vonatkozóan vannak empirikus becslések az egyéni jövedelmek szórására. Ezek mintegy 30 százalékosra becsülik a jövedelem növekményének szórását, 40 százalékos autokorreláció mellett.[26] Korábbi feltevésünk szerint a közös szórás 2,5 százalék volt évente, 1 autokorreláció mellett.[27] A dinasztiák jövedelmét ezért olyan folyamatként fogalmazzuk meg, amely két sztochasztikus tényező szorzata, az egyik szórása 30 százalékos, autokorrelációja 0,4, a másik egy olyan véletlen bolyongás, amelynek a paraméterei megegyeznek az aggregált jövedelemével. Az egyén jövedelme tehát:

[25] *Weil* [1989] szintézisét adja annak a *Blanchard* [1985]-féle és *Buiter* [1988]-féle elemzésnek, amely feltárta az elkülönülő életpályák és az aggregálási probléma közötti kapcsolatot.

[26] Lásd például *Lillard–Willis* [1978] és *Abowd–Card* [1989].

[27] Természetesen az aggregált jövedelemnek is van átmeneti komponense. Ettől az egyszerűség kedvéért itt eltekintünk.

$$\breve{y}_s = (1+g)\breve{y}_{s-1}\varepsilon_s \qquad \ln(\varepsilon_s) \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I), \tag{46}$$

$$q_s = (q_{s-1})^\alpha \xi_s \quad 0<\alpha<1 \quad \ln(\xi_s) \sim N(0, \sigma_\xi^2 I), \tag{47}$$

$$y_s = q_s \breve{y}_s \tag{48}$$

Tegyük fel, hogy ε és ξ függetlenek: $\sigma_{\varepsilon\xi}=0$. Az életpályavagyon (logaritmikus) szórásnégyzete ekkor a következő:[28]

$$\sigma_L^2 = \frac{\left(\frac{1+r}{1+g}H\right)^2 \sigma_\varepsilon^2 + \left(\frac{1+r}{1-\alpha+(r-\alpha g)}\right)^2 \sigma_\xi^2}{L^2}. \tag{49}$$

Ha r = 0,05, α = 0,4, g= 0,03, σ_ξ= 0,3, σ_ε= 0,02, akkor behelyettesítéssel meggyőződhetünk róla, hogy a végtelen horizontú dinasztia-életpályavagyon varianciája úgy jön létre, hogy a közös kockázatból származó varianciához feleakkora egyéni variancia adódik hozzá. Ha az egyéni hasznossági függvény paraméterei azonosak lennének a közösségiével, akkor ez azt jelentené, hogy az egyéni óvatossági megtakarítások összege nagyobb lenne, mint ami a közösség szempontjából indokolt.

Nincs azonban okunk arra, hogy feltételezzük, hogy a közösségi hasznossági függvény paraméterei azonosak legyenek az egyéni függvényekével. Az egyének kockázatviselő képessége ugyanis valószínűleg nagyobb. Ennek egyszerű megfogalmazása az, ha az egyéneknél kisebb megszokási paramétert tételezünk fel. Egy-egy háztartás egyik évről a másikra elviselhet 20-30 százalékos jövedelemcsökkenést is, de ha egy ilyen sokk az egész országot éri, azt a társadalom kevésbé viselné el.

Bármi legyen is a különbség a kétféle feladat paramétereiben, az nyilvánvaló, hogy a fogyasztók döntéseinek aggregálása nem adja ki szükségszerűen a közösségi optimumot. A közösségi optimum csak úgy jöhet létre, ha a társadalmi tervező „felülbírálja" az egyéni döntések eredményét, és megfelelő fiskális politikával hozza létre az általa kívánt óvatossági tartalékot. E politika hatásossága azon múlik, hogy az államkötvények állománya befolyásolja-e az egyének megtakarítási döntését.

A közösségi optimum kikényszeríthetősége: a ricardói beszámítási elv irrelevanciája

Annak érdekében, hogy az óvatossági magatartás hatását a ricardói beszámítási elv érvényességére el tudjuk különíteni, tegyük fel, hogy a dinasztiák intertemporálisan tökéletesen össze vannak kötve olyan értelemben, hogy a generációk örök életűek és nincsenek új generációk. Ez az az eset, amikor a pontvárakozásos modellben az aggregált feladat megfogalmazása azonos az egyéni feladatéval, és a ricardói ekvivalencia érvényesül. A kérdés, amire a választ keressük: ha ezt a modellt az óvatossági viselkedés feltevésével kibővítjük, mikor érvényes továbbra is a ricardói ekvivalencia elve.

Tegyük fel, hogy az állam D értékben kötvényt bocsát ki, amely a külföldi kötvénnyel homogén, vagyis mindkét kötvény kockázatmentes $r = r^*$ kamatot hoz, és nincs árfolyamkockázat sem. Minden kibocsátott kötvény azonos jelenértékű adóterhet jelent, vagyis a kötvénykibocsátás a ricardói beszámítás elve alapján az életpálya-vagyont nem befolyásolja. Kérdés az, hogy a kibocsátott államkötvény az életpályavagyon relatív varianciáját befolyásolja-e, és ha igen, annak mekkora a hatása az összes kötvénykeresletre, vagyis a belföldi kibocsátás kiszorítja-e a külföldit, és ha igen, milyen mértékben.

[28] A levezetést lásd a *Simon–Várpalotai* [2001] tanulmányban.

Az egyének pénzügyi vagyona:

$$W = F + D \tag{50}$$

ahol:

W – a rezidensek aggregált kötvényvagyona,

D – a rezidensek birtokában lévő belföldi államkötvények állománya,

F – a rezidensek birtokában lévő külföldi kötvények állománya.

Tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy az adó csak a sztochasztikus jövedelmet terheli, a kamatjövedelmet nem. Az egyének adózás utáni humánvagyona ekkor:

$$\widetilde{H} = H - D \tag{51}$$

Nézzünk két esetet!

1. Az adó egyösszegű *(lump sum)*. Ez azt jelenti, hogy az államadósságot olyan adóval ellentételezzük, amelyet végtelen időtartamra felosztunk az államkötvény kibocsátása pillanatában *várható* jövedelem arányában, és amely adóteher jelenértéke megegyezik az államkötvény értékével. Ezzel nemcsak az összes vagyon, de annak varianciája sem változik.

A (45) egyenletben W-t behelyettesítve (50)-ből, és H helyébe $\widetilde{H}$ értékét helyettesítve (51)-ből:

$$\overline{F/y} + D/y = \frac{1}{y}\left(\operatorname{var}(L)\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^{\gamma}}{(1+r)\beta}-1\right)}\right)^{0,5} - (H/y - D/y). \tag{52}$$

Innen triviálisan adódik, hogy:

$$\frac{\Delta\overline{F/y}}{\Delta D/y} = 0\,,$$

vagyis a ricardói ekvivalencia elv érvényesül.

2. Tegyük fel, hogy az adórendszer jövedelemarányos, vagyis az adóterhet nem a kötvénykibocsátáskor várt jövedelem, hanem a tényleges jövedelem arányában osztjuk fel. Ekkor az adóteher a humánvagyon csökkentése mellett a humánvagyon varianciáját is arányosan csökkenti, vagyis $(H–D)^2/H^2$ arányban, így a (45) egyenlet a következőre módosul:

$$\overline{F/y} + D/y = \frac{1}{y}\left(\frac{(H-D)^2\operatorname{var}(L)}{H^2}\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^{\gamma}}{(1+r)\beta}-1\right)}\right)^{0,5} - (H/y - D/y). \tag{53}$$

D/y szerint deriválva:

$$\frac{\Delta\overline{F/y}}{\Delta D/y} = -\frac{1}{H}\left(\operatorname{var}L\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^{\gamma}}{(1+r)\beta}-1\right)}\right)^{0,5} + 1 - 1 = -\frac{L}{H}. \tag{54}$$

A jobb oldalon zárójelben lévő tag a teljes vagyon stacionárius értékével azonos. A kiszorító hatás tehát a teljes vagyon és a humánvagyon arányától függ. A gyakorlatban tudjuk, hogy a pénzügyi vagyon – akár negatív, akár pozitív – a humánvagyonnak szinte elenyésző hányadát teszi ki, ezért a teljes vagyon és a humánvagyon aránya 1-hez igen közeli szám. Ez azt jelenti, hogy a belső adósság növekedése megközelítően egy az egyben lecsapódik külső adósságként. Ricardói beszámítás tehát gyakorlatilag nincsen.

A ricardói ekvivalencia érvényességének elméleti cáfolata kétféle modellezési irányon alapul. Az egyik az átfedő generációk *Blanchard* [1985]–*Buiter* [1988]–*Weil* [1989] modellje, a másik irányhoz az adózás kockázati tulajdonságokat befolyásoló szerepét bemutató modellek tartoznak. Ez utóbbi irány alapját *Chan* [1983] tette le, majd *Barsky–Mankiw–Zeldes* [1986], *Kimball–Mankiw* [1989] végeztek olyan számításokat, amelyekkel összevethető a mi eredményünk. Barsky és szerzőtársai egyszerű modellben mutatták be, hogy a jövedelemarányos adórendszer biztosítási hatása fontos lehet; számszerű eredményeik a mi 1-hez közeli együtthatónkat valószínűsítik. A Kimball–Mankiw-szerzőpáros végtelen horizontú fogyasztókat és véletlen bolyongásos jövedelmet feltételezve, ezzel szemben 1-nél határozottan kisebb együtthatóhoz jutott. Az eltéréshez két tényező járulhatott hozzá: *1.* A Kimball–Mankiw-modellben CARA (konstans *abszolút* kockázatfélés) van, míg nálunk a kockázatfélés a fogyasztással arányos. *2.* Modellünkben – részben éppen a relatív kockázatfélés miatt – az eredmények nagyon érzékenyek a paraméterválasztásra. A mi parametrizálásunk szempontja az volt, hogy a paraméterek *a)* mindegyike egyenként legyen olyan tartományban, amelyet más kutatások alapján elfogadhatónak tartunk, *b)* vezessenek olyan predikcióra, amely egybevág a ténylegesen megfigyelt pénzügyi pozíciókkal. Ilyen paraméterrendszert sikerült ugyan találnunk, de a józan észnek és egyéb információinknak megfelelő paraméterek lehetséges skálája nagyon széles, az eredmények pedig érzékenyek a feltevéseinkre, ezért sok olyan paraméterrendszert is találhatnánk, amely az *a)* követelményt kielégíti, de más predikcióhoz, például a humánvagyonhoz képest nagy pénzügyi többlethez vagy nagy hiányhoz vezet. Kimball és Mankiw csak az első követelményt tartották szem előtt, ezért nem kalibrálták paramétereiket megcélzott valósághű pénzügyi pozíciókra, és így a kiszorítási hatás mértéke sem volt ennek megfelelő.

Valószínűnek tűnik, hogy a pénzügyi pozíciók meghatározásában fontos szerepe van a hitelfelvételi („likviditási") korlátoknak. Ezért a valóságot jobban közelítő modellnek kombinálnia kellene az óvatossági és a likviditásikorlát-tényezőt. Sajnos az utóbbi hatás figyelembevételére közelítő eljárásunk nem ad lehetőséget. *Ayiagari–McGratten* [1998] a sztochasztikus dinamikus programozási feladat explicit megoldásával vette figyelembe mindkét tényezőt, zárt gazdaságot feltételezve. A paraméterek kiválasztásában a mienkéhez hasonló „célirányos" módszert választottak: olyan paramétereket engedtek csak meg, amelyek mellett az egyensúlyi reálkamatláb az Egyesült Államokra jellemző 0,66-os D/y mellett a megfigyelt 4,5 százalékkal azonos. (Ennek a módszernek a nyitott gazdasági megfelelőjét alkalmaztuk, amikor adott pénzügyi pozícióhoz kerestünk paramétereket.) Számításaikból csak az egyensúlyi kamatláb és az államadósság közötti összefüggés derül ki, sajnos nem állapítható meg, hogy változatlan kamatláb mellett a modelljük által implikált kiszorítási együttható mennyi lenne.

Annyit számítások nélkül is tudunk,[29] hogy az államadósság lazítja az egyének likviditási korlátját. Az egyéneknél lévő állampapírok ugyan nem növelik követeléseik nettó értékét (mert jövőbeli tartozást testesítenek meg), de lehetővé teszik, hogy fedezetükre olyan hitelt vegyenek fel, amelyre jövőbeli jövedelmük nem lenne hiteles fedezet. Ez azt jelenti, hogy az államadósság hatása a fogyasztásra a likviditási csatornán keresztül ugyanolyan előjelű, mint az általunk feltételezett óvatossági csatornán keresztül. Amit

[29] Lásd erről *Woodford* [1990] és *Ayiagari–McGratten* [1990].

nem ismerünk, az az államadósság-hatás likviditási csatornájának súlya a fogyasztói döntésekben. Valószínűnek tűnik, hogy a likviditási korlát és a fogyasztás összefüggéseinek megbízható modellezéséhez ki kellene lépni az egyforma háztartáson alapuló modell kereteiből.[30]

Összehasonlítás Obstfeld–Rogoff modelljével. *Obstfeld–Rogoff* [1995*a*] modellje a hitelfelvételi korlátot endogenizálja a modell külgazdasági értelmezésében (6.2. fejezet). Az „egyensúlyi” eladósodás mértéke a visszafizetés-megtagadás költségének és hasznának egyensúlyából számítható ki. Modelljük a pontvárakozásos modellből indul ki, de a modellt kiegészítik a hitel-visszafizetés megtagadásának kockázatával. Az adósoknak ebben a modellben érdemes lenne óriási hiteleket felvenniük – a GDP-nek 15-20-szorosát is –, de ebben a hitelezők hajlandósága korlátozza őket. A hitelezők azért nem hajlandók végtelenül hitelt nyújtani – mint az eredeti modellben –, mert félnek attól, hogy az adósnak érdemesebb lesz megtagadni a visszafizetést. A fizetésmegtagadás lehetősége ugyan kockázati tényező, ez a modell mégis lényegesen különbözik az óvatossági magatartás modelljétől. A fizetésmegtagadás ugyanis a hitelező kockázata, az óvatossági motívum pedig a hitelfelvevő kockázatából származik. Az adós nemcsak azért vesz fel kevesebb hitelt, mert nem kap többet, hanem azért is, mert a nagy adósság a saját kockázatát növeli.

Az óvatossági modell tehát annak ellenére, hogy a számszerű gazdasági tervezéshez nem ad segítséget, fontos tanulsággal szolgál a gazdaságpolitika számára. Segíthet abban, hogy megértsük azokat a szempontokat, amelyek alapján egy ország gazdasági vezetésének döntenie kell, hogy növekedését milyen arányban finanszírozza saját erőből, illetve hitelből. Voltak olyan időszakok, amikor mind egyes fejlődő országokban, mind Magyarországon az a nézet uralkodott, hogy gyors gazdasági növekedés esetén annál jobb az országnak, minél több hitelt vehet fel. A korlátot csak a hitelnyújtási hajlandóság adja: a hitelezők félnek attól, hogy ha túl sok hitelt veszünk fel, akkor eljön egy olyan pont, amikor érdemes megtagadni a visszafizetést. Ilyen gondolkodást modellez a már említett *Obstfeld–Rogoff* [1995*a*] tanulmány. Láthatjuk, hogy ez a gondolkodás hibás: az emberek a fogyasztásnak nemcsak a várható értékében érdekeltek, hanem a szórásában is. Kockázatos fejlesztési stratégiákba nem szívesen mennek bele, vagy konkrétabban fogalmazva, nem szívesen veszik, ha ilyen gazdaságfejlesztési stratégiák megvalósítására kényszeríti őket a gazdaságpolitika.

Szimulációs számítások és következtetések

Az egyensúlyhoz vezető pálya

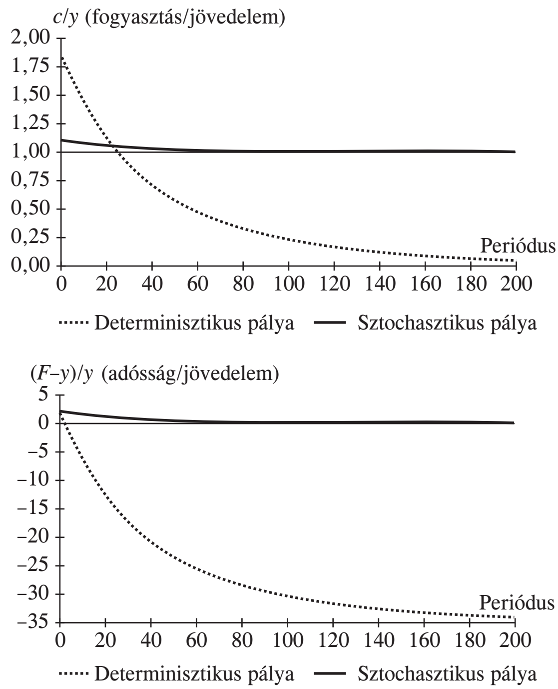
Szimulációs számításokat végeztünk arra vonatkozóan, hogy milyen gyorsan érjük el a stacionárius pályát. A szimulációkat a *turnpike*-elv kihasználásával véges, de elegendően sok, 1000 periódusú modellel futattuk.[31] A számításokhoz definiáltunk egy olyan folytonos f: $\Re^{1000} \rightarrow \Re^{1000}$ függvényt, amely $\Re^{1000}$ egy konvex és kompakt részhalmazából önmagába képez. Az f függvényt úgy definiáltuk, hogy fixpontja az optimumfeladat Skinner-féle megoldása legyen. Tapasztalataink szerint megfelelő $\mathbf{k}_0 \in \Re^{1000}$ kezdőértékről indulva a $\mathbf{k}_{i+1} = f(\mathbf{k}_i)$ iteráció mindig a fixponthoz, azaz az optimumfeladat megoldásához konvergált.

[30] Úgy tűnik, hogy az elmélet fejlődése talán éppen ebben az irányban halad. Lásd például *Carroll* [2000] és *Mankiw* [2000].

[31] Az 1000 periódus bőségesen elegendő volt, hogy bármely kiinduló állapotból a rendszer elérje az egyensúlyi állapotát, majd abban maradjon – esetünkben kb. 500 periódusig –, és csak azután kezdjen letérni róla, hogy az 1000. periódusra a végfeltételt elérje.

A *4. ábrán* az óvatossági modell konvergenciáját összehasonlítottuk a pontvárakozásos modellével. Az utóbbi abban különbözik az előbbitől, hogy a jövedelem szórása 0. Egyébként minden paraméter az *1. táblázatban* közölt alapváltozat szerinti. Mindkét esetben a kiinduló vagyonállomány kétszerese a GDP-nek, vagyis $(F_0–y_0)/y_0=2$. A megszokás számításához szükség van a kiinduló fogyasztásra is, ami feltevésünk szerint $c_0/y_0 = 1$.

4. ábra
Az egyensúlyhoz vezető pályák



A *4. ábra* vízszintes tengelye 200 periódusnyi időt (évet) fog át. Láthatjuk, hogy az egyensúlyhoz való közelítés sebessége mindkét esetben fokozatos, bár az óvatossági motívum megléte esetén az alkalmazkodás kissé gyorsabb. Mindezt számszerűsíteni a folyamat *felezési idejével* lehetséges: a determinisztikus modell felezési ideje mintegy 34 periódus (év), míg a sztochasztikus modellé 31 periódus. Ez a fokozatosság a permanens jövedelem elmélet azon predikcióját tükrözi, hogy a fogyasztó igyekszik az időben „kisimítani” fogyasztását.

Jól látszik az ábrán, hogy az óvatossági modell alapjában véve más predikcióhoz vezet, mint a „hagyományos” permanensjövedelem-modellek, mert megszűnik a fogyasztás függetlensége a folyó jövedelemtől. Míg a determinisztikus modellben az állandóság egy azonos ütemű növekedést jelent, a sztochasztikus esetben a fogyasztó egy állandó *c/y* érték tartására törekszik, vagyis fogyasztásának pályája hosszú távon követi jövedelmének pályáját.

Ez a következtetés azért érdekes, mert sokáig azt gondoltuk, hogy a permanens jövedelem hipotéziséből az következik, hogy a fogyasztás és a jövedelem pályája (növekedési üteme) egymástól független. Most kiderült, hogy ez a következtetés csak determinisztikus jövedelemvárakozások esetén helyes. Sztochasztikus világban is értelmezhető a fogyasztás kisimítása, de ennek értelme a jövedelem hosszú távú trendjének követése. *Carroll* [1992], *Deaton* [1992] sztochasztikus dinamikus optimalizálással igazolták ezt a tulajdonságot.

Néhány illusztratív példa

A sokkok hatásának dinamikája. Az óvatossági motívummal gazdagított modell sok érdekes példát nyújt az alkalmazkodás dinamikájára. Ebből a következőkben mutatunk be kettőt, összehasonlítva a pontvárakozásos modellével. A szimulációs számítások eredményét 120 évre mutatjuk be. (A tényleges számításokat a feltételezett végtelen horizontot megközelítő 1000 évre végeztük el). Tegyük fel, hogy a jövedelem egy sztochasztikus trend, amelynek a várható pályája évi 2 százalékos növekedést tartalmaz.

A változat: váratlan jövedelempálya-eltolódás. A növekedést egy egyszeri váratlan sokk éri a 20. évben, amely a pályát „magasabbra” helyezi, de a további növekedési ütemet nem érinti.

A paramétereket a *pontvárakozásos esetben* úgy választottuk meg, hogy F/y konvergál a stacionárius érték felé. A kiinduló állapot nem stacionárius ugyanis, az egyensúlyi állapotban a fogyasztás 0-ra csökkenne, ami az ábrázolást nehezítené.

Az *óvatossági modellben* az értelmezhetőség érdekében β–t kisebbnek kellett feltételeznünk, mint a pontvárakozásos modellben. A kiinduló állapot a stacionárius pálya.

Az egyes változók reakciója – az *5. ábrán* is látható módon – a következő. A fogyasztás a 20. évben magasabb szintre ugrik, majd a régi ütemben nő tovább. A *pontvárakozásos esetben* F/y a nevezőt ért pozitív sokk miatt abszolút értékben csökken, majd folytatja konvergenciáját a paraméterek által eghatározott eredeti egyensúlyi értékhez.

A fogyasztási ráta számlálója és nevezője is ugyanazon irányban eltolódik a sokk hatására. Az eltolódás üteme azonban nem azonos, mert a jövedelem a sokk arányában változik, a fogyasztás pedig a vagyon változásának arányában. Az általunk feltételezett pályán ez a 20. évben a hányados növekedését jelenti.

A sokk mértékében egyformán érinti a humánvagyont és az összes vagyont, de természetesen arányaiban nem. Ezért a szakadás a H/L értékben.

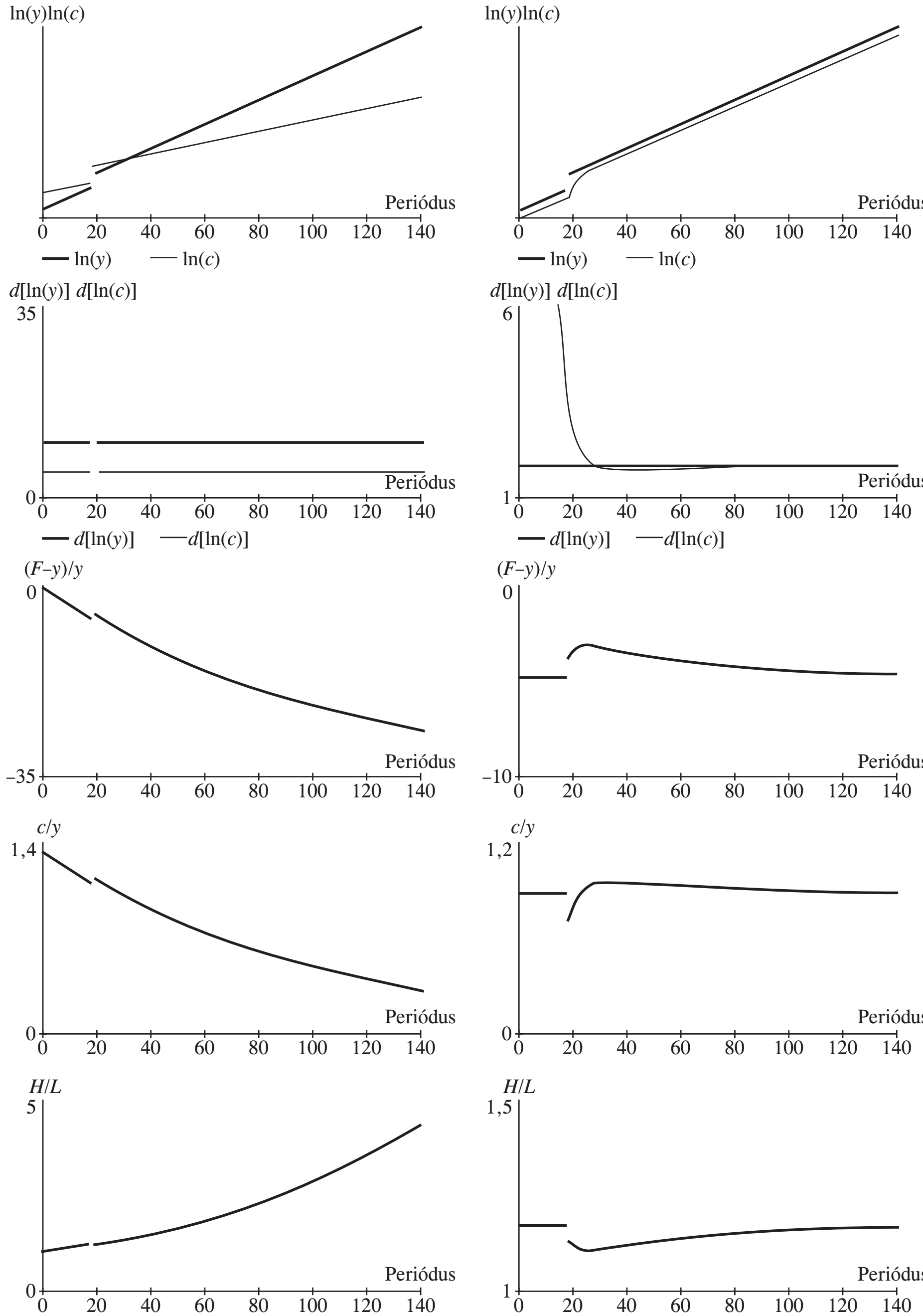
Az *óvatossági modellben* a változók viselkedése egészen mást mutat, mint az előző modellben. A stacionárius pályán $\ln(c)$ párhuzamos $\ln(y)$-nal, de a sokk hatására csak fokozatosan veszi fel újra a kiinduló helyzet növekedési ütemét. Érdekes, hogy az alkalmazkodási folyamat ciklust tartalmaz.

Az F/y a jövedelmi sokk hatására az előző modellhez hasonlóan eltolódik, utána azonban – mivel a c csak fokozatosan alkalmazkodik – további tartalékfelhalmozás történik. Ahogy a c fokozatosan követi az y-t, úgy fogy el a felhalmozott többlet, és jön létre újra az eredeti stacionárius állapot.

A fogyasztási ráta a sokk időpontjában a jövedelem hirtelen változását tükrözi. A fogyasztás ehhez a már látott ciklussal alkalmazkodik. A humánvagyon aránya az összvagyonhoz F/y pályájának tükörképe szerint változik.

B változat: várt jövedelempálya-eltolódás. A kiinduló állapot az előző szimulációval azonos, a különbség a jövedelempálya eltolódására vonatkozó információ időpontjában van. Tegyük fel, hogy a második évben tudomást szerzünk arról, hogy a 20. évben a jövedelem pályája magasabb szintre kerül, majd onnan a korábbival azonos meredekségű pályán halad tovább.

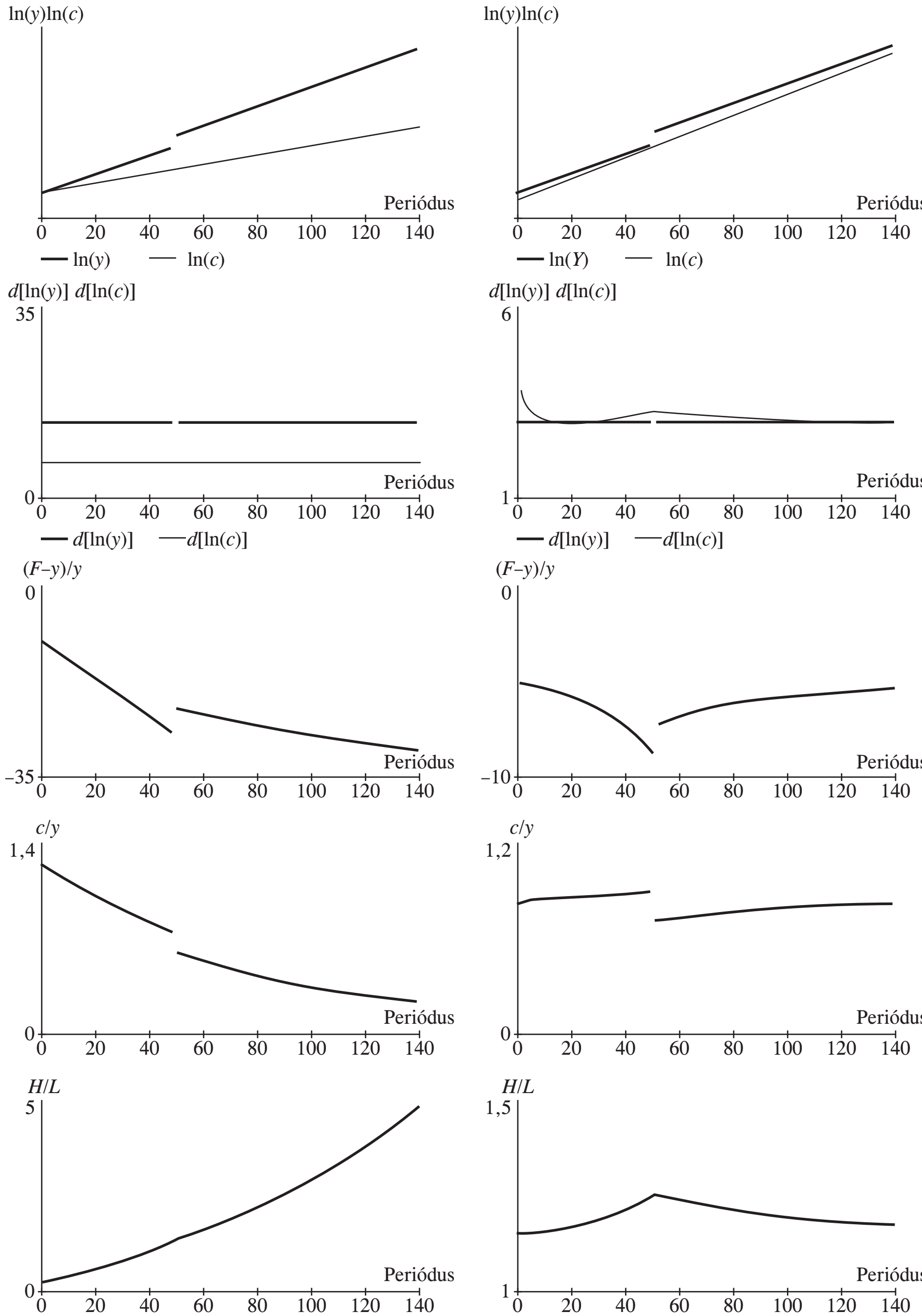
5. ábra
Az *A* változat szimulációs eredményei



A bal oldalon a pontvárakozásos eset, a jobb oldalon az óvatossági modell.

6. ábra

A *B* változat szimulációs eredményei



A bal oldalon a pontvárakozásos eset, a jobb oldalon az óvatossági modell.

A *pontvárakozásos modellben* a második évben a fogyasztás a humánvagyonra vonatkozó új információnak megfelelő konstans növekedési pályára kerül. Mivel *c* pályáját a jövedelem pályájának tényleges változása nem befolyásolja, hiszen a fogyasztást az információ megismerésének időpontjában beállítottuk, ezért *y* növelésekor csökken *c/y*. Sem a humánvagyonban, sem az összes vagyonban nincs törés a jövedelempálya eltolódásakor, mert az eltolódás már korábban ismert volt.

Az *óvatossági modellben* a második periódusban megismert információ alapján kiderül, hogy a humánvagyon nagyobb a korábbi stacionárius állapotnak megfelelőnél. Ennek alapján a fogyasztás túl kicsi, a tartalék (*F/y*) túl nagy. A fogyasztás alkalmazkodása az új információhoz – szemben a pontvárakozásos modellel – nem azonnali, hanem fokozatos. Eleinte gyors, majd csökkenő ütemű fogyasztásnövekedéssel lesz kihasználva a nagyobb humánvagyon, egyre közelítve a stacionárius pályára jellemző ütemhez, a jövedelemnövekedés üteméhez. A viszonylag gyors ütem miatt a tartalék fokozatosan leépül. Az alkalmazkodási folyamat a *6. ábra* második, ütemeket mutató részében látszik jól. Ahogy haladunk az időben, a kezdeti információsokk hatása egyre kisebb lesz, a fogyasztás növekedése kezd belesimulni a jövedelem ütemébe. Ekkor a fogyasztási ütem újra növekedésnek indul, de ezt a növekedést nem új információ okozza, hanem a jövedelem *várt* növekedése. Tudjuk, hogy 20. évtől nagyobb lesz jövedelmünk szintje. Az intertemporális optimalizálás azt kívánja, hogy fogyasztásunkat a hirtelen jövedelemváltozáshoz képest kisimítsuk, ezért növeljük a fogyasztás ütemét. Ezt annak ellenére érdemes megtennünk, hogy csökken a tartalékunk, *F/y,* és ezáltal nő a kockázatunk, ami *H/L*-lel arányos. Amikor megvalósul a várt jövedelemkorrekció, fogyasztásunk újra közelíthet a stacionárius pályához, de csak fokozatosan, hiszen továbbra is érvényesül a maximalizálásból adódó figyasztás kisimítás elve. Ezzel párhuzamosan *F/y* és *H/L* is közelít a stacionárius értékhez.

A folyamatok mögötti intuitív tartalmat a következőképpen érzékeltethetjük. A fogyasztás optimális pályája két ellentétes irányú követelmény hatásának eredőjeként jön létre. Az egyik az, hogy a fogyasztás kövesse a jövedelem változását, a másik az, hogy viszonylag egyenletes ütemben változzon. A jövedelemkövetés elve miatt a fogyasztás növekedési üteme maximális lesz a jövedelem hirtelen megemelkedésekor, de az egyenletesség elve miatt ez a maximum nem egy kiugró érték, mint a jövedelemnél, hanem egy felfelé, majd lefelé haladó pálya csúcspontja.

Játék a számokkal. Bármennyire is tudjuk, hogy óvatosan kell fogadnunk minden számszerűsítést, nehéz megállni, hogy ne próbáljunk valami olyan szimulációt végigszámolni, amely a magyar gazdaság külső eladósodási stratégiájával kapcsolatos.

Mint korábban is mondottuk, modellünk *nem használható az optimális eladósodottság kiszámítására*. Arra alkalmas, hogy bemutassa, milyen paraméterek határozzák meg az eladósodottság optimális mértékét, és hogy egy józanul becsült paraméterekkel számított eladósodottsági sáv lefedi a ténylegesen megfigyelt értékeket. E korábbi megállapításunkat fenntartva most a számítások felhasználását illetően újabb fenntartásokra hívjuk fel a figyelmet.

Tudjuk, hogy a fogyasztás intertemporális allokációját sokféle instrumentum közvetítheti, amelyek két fő csoportja a hitel és a tulajdonosi tőke. Ha egy ország a jövedelemnövekedéséhez szükséges beruházási forrásokat inkább elfogyasztja, és a beruházást külföldi működőtőkére bízza, akkor éppen úgy intertemporális fogyasztásallokációt végez, mintha ehhez hitelt venne fel. A különbség a két instrumentum között azok költségeiben és kockázati tulajdonságaiban van. A működőtőke mint forrás felfogható olyan tartozásként, amelyben a „hitelező" nem fix kamatot kér, hanem a termelt jövedelemtől függő hozamot. A hiteltartozás a felvevő számára nagyobb kockázatot jelent, mint a tőketartozás, de kevesebbe is kerül, a hiteltartozás nem generál termelékenységjavulást, a tőketartozás igen. Mindezen tényezők szimultán figyelembevételére nem vállalkozunk. Az egyszerű, részvény nélküli modellel végzünk olyan számítást, amely csak abban különbözik az előbbi gyakorlatoktól, hogy a feltételezett jövedelempálya növekedési üteme nem konstans, hanem változó. Egy olyan időszakot tételezünk fel – a „rendszerváltás miatti válság és felzárkózás időszakát” –, amelyben a növekedési pálya sodródó *(drift)* paramétere először lassabb (negatív), majd viszonylag gyorsabb, mint előtte és utána.

A rendszerváltás előtti állapotban nem voltunk egyensúlyi (stacionárius) pályán, mert a világpiacinál lassabb növekedésünk okán hitelnyújtóknak kellett volna lennünk, ehelyett el voltunk adósodva. A tények stilizált utánzása érdekében ezért tegyük fel, hogy az egyensúlyi *F/y* az induló évben 0,5 lett volna (ehhez az értékhez kalibráltuk a modell paramétereit), a tényleges ezzel szemben –0,5.

A 2. évben létrejön a „rendszerváltás”. A rendszerváltás időpontjában – nagy bizonytalansággal ugyan, de – informáltak vagyunk a növekedés jövendő pályáját illetően. Tudjuk, hogy a jövedelem 5 éven keresztül lassuló ütemben, de csökken, összesen 20 százalékkal (a számításoknál a várakozások helyébe ide a tényeket helyettesítjük). Tudjuk azt is, hogy ezután jön majd a „felzárkózás” fázisa, amelynek során a *Darvas–Simon* [1999] számítások szerinti logisztikus görbéhez hasonló pályán eleinte lassabb, majd gyorsabb, 5-6 százalékos ütemű a növekedés úgy, hogy mintegy 25 év múlva térünk vissza a világpiaci átlagos 2,3 százalékos növekedéshez.[32] Ilyen helyzetben milyen lesz modellünk szerint a fogyasztás optimális pályája?

A felzárkózást három változatban szimuláljuk. Az *első változatban* a válság és a mintegy 25 éves felzárkózási szakasz után elérjük Ausztria akkori fejlettségének 70 százalékát. Az egész pályára vonatkozó várakozásaink 1989-ben adottak, és – az egyszerűség kedvéért – feltételezzük, hogy utána nincs olyan információnk, ami alapján módosítanunk kellene. *A második változatban* feltételezzük, hogy 1998-ban új információk birtokába jutunk, miszerint a jövőbeli pálya várhatóan nagyobb mértékű –Ausztriához képest 100 százalékos – felzárkózást jelent, mint az alapváltozatbeli, amivel 1989 és 1999 között számoltunk. A *harmadik változat* szerint az 1998-as információ azt tartalmazza, hogy felzárkózásunk továbbra is 70 százalékosra várható, de gyorsabb ütemű lesz, mint az alapváltozatban.

A számításokban a jövedelem szórását a jövedelem változásától függőnek tételeztük fel. E szerint viszonylag kisebb szórással tudjuk a jövedelmet becsülni, ha a növekedés a hosszú távú 2,3 százalékos ütem körül ingadozik. Ha a várt növekedési ütem ennél nagyobb vagy kisebb, akkor aránylagosan nagyobb bizonytalansággal tudjuk csak előrebecsülni. Ez a többletszórás feltevésünk szerint a jövedelem többletnövekedésének előjel nélkül vett 0,3 százaléka.

A *7. ábrán* az egyes oszlopokban a következő szcenáriók szerepelnek:

– bal oldal: Magyarország GDP-je 2030-ra felzárkózik az osztrák érték 70 százalékára,

– középen: Magyarország GDP-je 2030-ra felzárkózik az osztrák érték 100 százalékára,

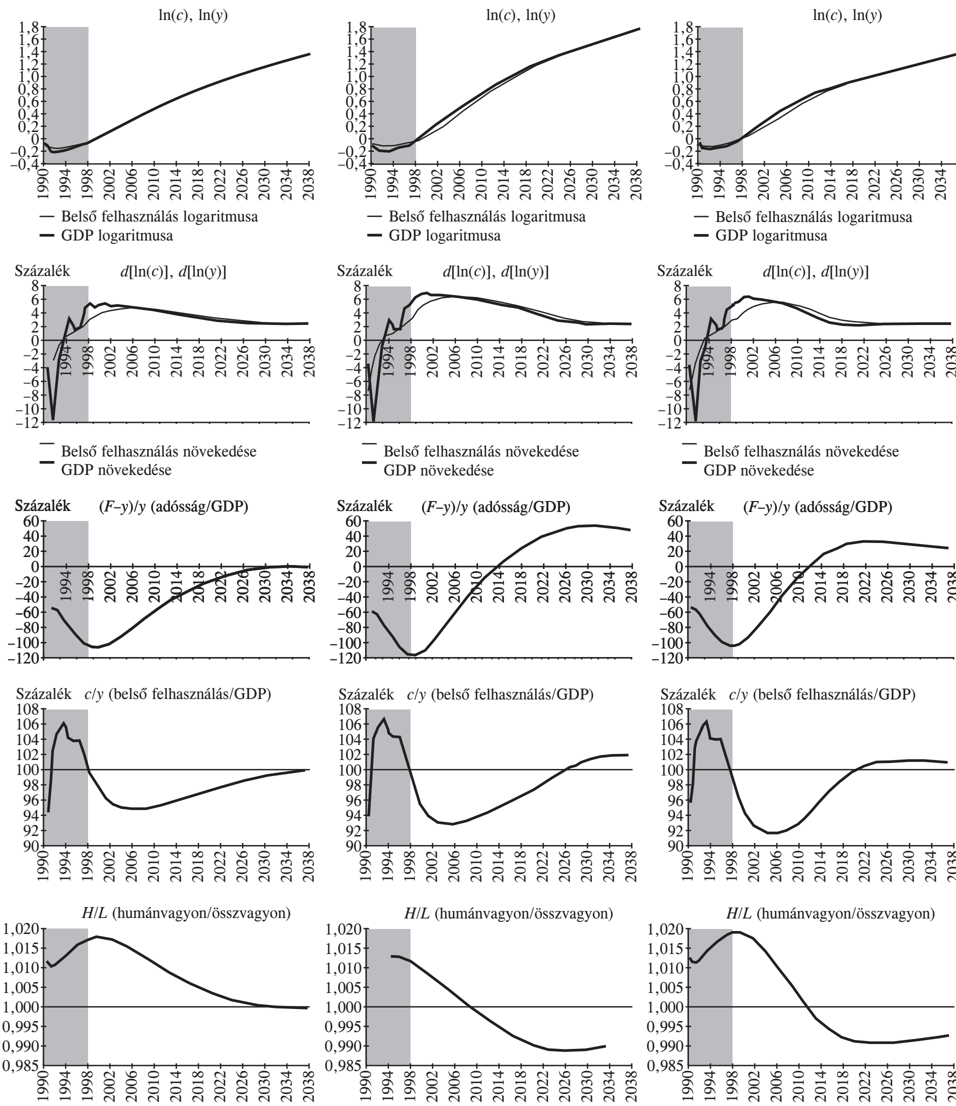
– jobb oldal: Magyarország GDP-je 2030-ra gyorsabb ütemben zárkózik fel az osztrák érték 70 százalékára (gyors).

A szürkével jelzett tartományban a GDP tényértékei szerepelnek, de a belföldi felhasználás már a modell számításai.

A korábbi szimulációk és érvelések alapján nem meglepő, hogy a fogyasztás követi ugyan a jövedelmet, de valamelyes „kisimítást” végez. Ebből következően a válság alatt nő az eladósodás, majd megindul a visszafizetés.

[32] Ez felelne meg a 25 éves felzárkózásnak az ausztriai szint 70 százalékára (lásd *Darvas–Simon* [1999]).

7. ábra
Válság–felzárkózás-szimulációk



Az adósságráta maximuma valahol 1 körül van, vagyis a jelenleg a valóságban észlelt érték közelében (működő tőketartozással együtt), de a számszerűségnek nem szabad nagy jelentőséget tulajdonítanunk, mert az a bizonytalan paraméterek függvénye. Ami figyelemre méltó, az az, hogy az adósság visszafizetése már a felzárkózás időszakában megkezdődik (3. sor). Ez intuitíve érthető, hiszen a végállapotban, amikor a felzárkózás megtörtént, már nem lehet adósságunk, mert adóssága csak annak lehet, akinek a *jövőbeli* jövedelme nagy. A gyors növekedés tehát önmagában nem indokolja az eladósodást. Éppen ellenkezőleg, akkor kell eladósodni, amikor a jelenlegi növekedés lassabb, de úgy, hogy a jövőben javulás várható. Mivel a felzárkózás periódusában a helyzet éppen fordított, ezt az időszakot kell felhasználni az adósság visszafizetésére.

Minél gyorsabb a felzárkózás, annál többet kell megtakarítani. Ez nem azt jelenti, hogy a fogyasztás nem nőhet gyorsabban, ha gyorsabb a felzárkózás (2. sor), hanem azt, hogy a fogyasztás növekedési ütemének el kell maradnia a jövedelemétől.[33]

Érdekes, hogy a második és harmadik szcenárióban *F/y* értéke (3. sor) az alkalmazkodási folyamat során pozitív tartományba lendül, mielőtt az egyensúlyi 0 értékhez közeledne. Ebben szerepet játszhat az a feltevésünk, hogy a gyors növekedés nagyobb kockázattal jár: a nagyobb kockázat nagyobb biztonsági tartalékot igényel. Ennek számszerűségéhez természetesen most sem szabad nagy bizalommal lennünk.

Az alsó két sor az előbbieket tükrözi más oldalról. Az adósságráta megfordulása (3. sor) természetesen egybeesik a kereskedelmi mérleg (4. sor) pozitívvá válásával.

A jövőre vonatkozó kedvező információk (2. és 3. változat) növelik a humánvagyont. Ez

– a fogyasztás növelését teszi lehetővé az alapváltozathoz képest (2. sor),
– csökkenti a jövedelemszórás súlyát a kockázatban (5. sor),
– a velejáró gyorsabb növekedés nagyobb ütemszórással is jár.

Az utóbbi két tényező egyenlegében olyan hatású, hogy a fogyasztásnövekedés üteme jobban elmarad a jövedelemétől, mint az alapváltozatban. Ez az eredmény is erősen paraméterfüggő.

*

Foglaljuk össze főbb következtetéseinket! Modellünk lényeges feltevése a nem diverzifikálható, egyedi kockázatot hordozó munkajövedelem és az óvatos háztartási és közösségi viselkedés.

E feltevések mellett vizsgáltuk egy ország optimális pénzügyi pozícióját. Mivel ebben a modellben az egyének különbözők, az egyéni döntések összege nem tekinthető aggregált optimumnak. Feltevésünk szerint létezik egy ettől különböző közösségi optimum, amely a fogyasztás intertemporális elosztását az *aggregált* kockázat figyelembevételével határozza meg. Ez az optimum fiskális politikával megvalósítható.

A jövedelemarányos adózás csökkenti a (nettó) jövedelem kockázatát. Tanulmányunk új felismerése, hogy az észlelt óvatossági mértékek mellett ez a hatás olyan mértékű, hogy egy fiskális deficit által okozott várható jövőbeli adóteher nem csökkenti a jelenbeli fogyasztást. A megnövekedett jövőbeli adó kockázatcsökkentő hatása ugyanis ugyanannyival növeli a fogyasztást, mint amennyivel a jövőbeli adóteher vagyonhatása csökkenti azt.

Modellünk egy olyan modell keretében ad magyarázatot az egyes országok külső eladósodottságának a megfigyelt mértékére, hogy megőrzi a végtelen horizontú, vagyon szempontjából intertemporálisan összekötött döntéshozó feltevését, és ugyanakkor nem támaszkodik a tőkemozgások (jogérvényesítés, vagy egyéb okok miatti) korlátozottságának feltevésére.

[33] Észrevehetjük, hogy mivel a jövedelmet GDP-ként értelmezzük, a fogyasztást pedig hazai fogyasztásként, a GNP elmaradása a GDP-től is ezt a folyamatot segíti elő.

Hivatkozások

ABOWD, J. M. – CARD, D. [1989]: On the Covariance Structure of Earnings and Hours Changes. Econometrica, 57, 411–445. o.

AYIAGARI, S. R. [1994]: Uninsured Idiosyncratic Risk and Aggregate Saving. The Quarterly Journal of Economics, 109, 659–684. o.

AYIAGARI, S. R.–MCGRATTEN, [1998]: The Optimum Quantity of Debt. Journal of Monetary Economics, 42, 447–469. o.

BARRO, R. J. [1974]: Are Government Bonds Net Wealth? Journal of Political Economy, 82, 1095–1117. o.

BARSKY, R. B.–MANKIW, N. G. –ZELDES, S. P. [1986]: Ricardian Consumers with Keynesian Properties. American Economic Review, 76, 676–691. o.

BLACK, R.–CASSINO, V.–DREW, A.–HANSEN, E.–HUNT, B.–ROSE, D.–SCOTT, A. [1997]: The Forecasting and Policy System: an Introduction. Reserve Bank of New Zealand.

BLANCHARD, O. J. [1985]: Debt, Deficits and Finite Horizons. Journal of Political Economy, 93, 223–247. o.

BLANCHARD, O. J.–FISCHER, S. [1989]: Lectures on macroeconomics. MIT Press, Cambridge.

BUITER, W. H. [1988]: Death, Birth, Productivity Growth and Debt Neutrality. The Economic Journal, 98, 279–93. o.

CAMPBELL, J. Y.–COCHRANE, J. H. [1995]: By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior. NBER Working paper, No 4995.

CAMPBELL, J. [1996]: Consumption and the Stock Market: Interpreting International Experience. NBER Working paper, No 5610.

CABALLERO, R. J. [1990]: Consumption Puzzles and Precautionary Savings. Journal of Monetary Economics, 25, 113–136. o.

CARROLL, C. D. [1992]: The Buffer-Stock Theory of Saving: Some Macroeconomic Evidence. Brooking Papers on Economic Activity, 2, 61–135. o.

CARROLL, C. D. [1997]: Buffer-Stock Saving and the Life-Cycle/ Permanent Income Hypothesis. Quarterly Journal of Economics, 112(1), 1–55. o.

CARROLL, C. D. [2000]: Requiem for the Representative Consumer? Aggregate Implications of Microeconomic Consumption Behavior. American Economic Review, Papers and Proceedings 90, 110–115. o.

CHAN, L. K. CH. [1983]: Uncertainty and the Neutrality of Government Financing Policy. Journal of Monetary Economics, 11, 351–372. o.

CONSTANTINIDES, G. M. [1990]: Habit Formation: A resolution of the Equity premium Puzzle. Journal of Political Economy, 98, 519–543. o.

DARVAS ZSOLT–SIMON ANDRÁS [1999]: A növekedés makrogazdasági feltételei. MNB Füzetek, 3. sz.

DEATON, A. [1991]: Saving and Liqudity Constraints. Econometrica, 59, 1221–1248. o.

DEATON, A. [1992]: Understandig Consumption. Clarendon Press, Oxford.

FRIEDMAN, M. [1957]: A Theory of the Consumption Function. Princeton University Press, N. J.

FRIEDMAN, M. [1963]: Windfalls, the "Horizon" and Related Concepts. Megjelent: *Christ, C. és szerkesztőtársai* (szerk.): Measurment in Economics: Studies in Mathematical Economics and Econometrics in Memory of Yeluda Grunfeld Stanford U. P, Stanford.

HAYASHI, F. [1982]: The Permanent Income Hypothesis: Estimation and Testing by Instrumental Variables. Journal of Political Ecomony, 90, 895–916. o.

HALL, R. E. [1978]: Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence. Journal of Political Economy, 96, 971–987. o.

JENKS, C. [1972]: Inequality. Basic Books, New York.

KIMBALL, M. S. [1990]: Precautionary Saving in the Small and in the Large. Econometrica, 58, 53–73. o.

KIMBALL, M. S.–MANKIW, N. G. [1989]: Precautionary Saving and the Timing of Taxes. Journal of Political Economy, 97, 863–879. o.

LATTIMORE, R. [1993]: Consumption and Saving in Australia. PhD-értekezés, Oxford.

LAXTON, D.–ISARD, P.R–FARUQUEE, H.–PRASAD, E.–TURTELBOOM, B. [1998]: Multimod Mark III. The Core Dynamic and Steady-State Models. IMF Occasional Paper, 164. Whashington DC.

Leland, H. E. [1968]: Savings and Uncertainty: The Precautionary Demand for Savings. Quarterly Journal of Economics. 82, 465–473. o.

Lillard, L.–Willis, R. J. [1978]: Dynamic Aspects of Earnings Mobility. Econometrica, 46, 985–1012. o.

Mankiw, N. G. [2000]: The Savers-Spenders Theory of Fiscal Policy. American Economic Review, Papers and Proceedings 90, 120–125. o.

Mankiw, N. G. –Zeldes, S. P. [1991]: The Consumption of Stockholders and Nonstockholders. Journal of Financial Economics, 29, 97–112. o.

Mehra, R.–Prescott, E. C. [1985]: The Equity Premium: A Puzzle. Journal of Monetary Economics. 22, 133–136. o.

Muellbauer, J.–Lattimore, R. [1995]: The Consumption Function: a Theoretical and Empirical Overview. Megjelent: Handbook of Applied Econometrics. Macroeconomics. Blackwell, Oxford.

Obstfeld, M.–Rogoff, K. [1995*a*]: Foundations of International Macroeconomics. MIT Press, Cambridge, 116–121. o.

Obstfeld, M.–Rogoff, K. [1995*b*]: The Intertemporal Approach to the Current Account. Megjelent: *Jones, R. W.–Kenen, P. B.* (szerk.): Handbook of International Economics North Holland, Amszterdam, 1731–1799. o.

Simon András–Várpalotai Viktor [2001]: Eladósodás, kockázat és óvatosság. MNB Füzetek, 1. sz.

Skinner, J. [1988]: Risky Income, Life Cycle Consumption, and Precautionary Savings. Journal of Monetary Economics, 22, 237–255. o.

Weale, M. R. [1990]: Wealth Constraints and Consumer Behavior. Economic Modelling, 7, 165–175. o.

Willman, A.–Kortelainen, M.–Mannistö, H.-L.–Tujula, M. [1998]: The BOF5 Macroeconomic Model of Finland: Structure and Equations. Bank of Finland Discussion Papers.

Weil, Ph. [1989]: Overlapping Families of Infinitely-Lived Agents. Journal of Public Economies, 38, 183–198. o.

Woodford, M. [1990]: Private debt as Private Liquidity. American Economic Review, Papers and Proceedings 80, 382–388.

Zeldes, S. P. [1989a]: Optimal Consumption with Stochastic Income: Deviations from Certanty Equivalence. Quarterly Journal of Economics, 104, 275–98. o.

Zeldes, S. P. [1989b]: Consumption and Liquidity Constraints. Journal of Political Economy, 97, 305–436. o.