

Szatmári Alexandra  
**Aukciók,  
avagy a képbe kerül, ha a Louvre a képbe kerül?**

---

A cikk az árveréelmélet általános kérdéseivel foglalkozik. Az árverés- (aukció-) elmélet a monopóliumelmélet részterülete, vizsgálati módszerei a játékelméletből származnak. A dolgozatban áttekintjük a téma néhány korábbi, figyelemre méltó eredményét, részletesebben bemutatva az aukciók egyik csoportjának, az úgynevezett saját megítélésű aukcióknak a működési mechanizmusait. Új eredményeket közlünk egy olyan aukciótípussal kapcsolatban, amely szokásos és közkedvelt a műkincs piacon – amikor a résztvevők közül egy kitüntetett szereplő elővásárlási joggal rendelkezik.\*

---

Miként adjunk el valamit, ha fogalmunk sincs, hogy pontosan mennyit ér, nem ismerjük a potenciális vevőkört és esetleg még az eladással sem tudunk személyesen foglalkozni? Rendezzünk aukciót! Ez manapság igen közkedvelt formája az adásvételnek, hiszen így a vevők könnyen összegyűjthetők, versenyztetethetők, ráadásul a piac még talán jobb árat határoz meg a termékre, mint az eladó. Tágan értelmezve az aukcióelmélet mindazokat a helyzeteket vizsgálja, amikor a következő három feltétel teljesül: *a)* a piaci erőök polarizáltak (vagy a vevő, vagy az eladó oldalán monopolista áll, míg a másik oldalt verseny jellemzi), *b)* a szereplők nem ismerik a többiek (köztük a másik oldalon állók) rezervációs árait, *c)* az „erősebb” szereplő maga szabályozza az adásvétel intézményét.<sup>1</sup>

Ilyen helyzetben érdekes elgondolkozni azon, hogy milyen piaci intézmények optimálisak társadalmilag az adott termék piacán. Érdemes azt is megvizsgálni: melyik szereplőnek célszerű megengedni az adásvétel körülményeinek a meghatározását, illetve hogy az adásvétel lebonyolításáról döntő aktor mikor választ társadalmilag is optimális megoldást.

A piaci erőmegoszlás szerinti két véglet közül az egyik a közbeszerzés esete, amikor is sok eladó és egyetlen vevő van egy adott piacon. A továbbiakban ezzel nem foglalkozom, de annyit talán érdemes itt megjegyezni, hogy bizonyos jószágfajták esetében a versenyztetés sem a vevő, sem a társadalom szempontjából nem lesz optimális, az információ közgazdaságtanából ismert kontraszelekció<sup>2</sup> jelensége miatt. A másik helyzet az, amikor a sok vevővel szemben egyetlen eladó áll. Ez az eset fordul elő abban az egyszerű helyzetben is, amikor olyan jószág adásvételét vizsgáljuk, amelyből csak egyetlen példány van. A dolgozat további részében ilyen termékekről lesz szó.

---

\* Szeretnék köszönetet mondani *Eső Péternek* és *Vincze Jánosnak* a dolgozat megírásához nyújtott felbecsülhetetlen segítségükért, *Forgó Ferencnek* és *Világi Balázsnak* a korábbi változatok bírálataért, valamint *Csekő Imrénnek*, *Radnai Mártonnak* és *Váradai Balázsnak* hasznos kiegészítéseikért és megjegyzéseikért.

<sup>1</sup> A definíció nem tökéletes, ez inkább csak egy szokásos meghatározás. Az *a)* jellemzőnek például nem tesz eleget a devizapiacokon folyó kettős aukció (*double auction*), ahol a szereplők mindkét oldalon versenyeznek.

<sup>2</sup> Az információ közgazdaságtanában ismert kontraszelekció jelenségéről lásd *Vincze* [1991].

E cikkben csak azzal az esettel foglalkozom, amikor a termék már elkészült, így a monopolistának „csak” azzal kell törődnie, hogy azt minél magasabb áron eladja. A későbbiekben mutatok majd példát arra, hogy ez nem is olyan egyszerű feladat: nagyon fontos az, hogy a terméket milyen szabályok, feltételek, körülmények között értékesítjük, hiszen az eladás körülményeitől is függhet a vételár, sőt az is, hogy ki lesz a vásárló.

Általánosan elmondható, hogy egy monopolista számára az az optimális magatartás, ha minden olyan esetben árdiszkriminációt alkalmaz, amikor ezt megteheti. Azaz úgy viselkedik, hogy a fogyasztói többlet minél nagyobb részét a saját termelői többletté alakítsa. Teljes sikert abban az esetben érne el, amikor az egész fogyasztói többlet bekebelezné, aminek természetesen az a feltétele, hogy minden fogyasztó a saját rezervációs árán<sup>3</sup> vásároljon (ezt nevezzük tökéletes árdiszkriminációnak). A valóságban azonban ez ritkán valósul meg, hiszen a monopolistáknak nincsenek pontos információjuk a potenciális vevők rezervációs árainról. Visszatérve az előző feltételünkhöz, hogy csak egyetlen termék van, ebben az esetben a diszkrimináció természetesen azt jelenti, hogy az eladó annak akarja eladni, aki a legtöbbet hajlandó érte adni. Ez még nem jelentene olyan nagy feladatot, hiszen azt nem olyan nehéz kideríteni, hogy ki adná érte a legtöbbet, a gond az, hogy ettől a vevőtől kell a lehető legtöbbet „kicsikarni”. Ebben az esetben is felvetődik az a probléma, hogy az eladó és a társadalom szempontjából nem feltétlenül egyezik meg az optimális kimenetel.<sup>4</sup>

*Milyen módszerek léteznek ennek a fontos információnak a megszerzésére?* A legegyszerűbb persze az lenne, ha a monopolista minden egység eladása előtt mindenkitől megkérdezné, hogy mennyit lenne hajlandó fizetni érte, és a felajánlott összegek legmagasabbikát választaná eladási árnak. Ki lenne hajlandó azonban válaszolni egy ilyen kérdésre? Ha közvetlenül nem is, de azért közvetve rákényszeríthetők a vevők, hogy bevallják a rezervációs áraikat, vagy legalábbis ahhoz közeli értékeket – akár így is definiálhattuk volna az aukcióelmélet tárgyát. Egy árverés vagy versenytárgyalás során kialakuló ár függ a többi vevő döntésétől (vagy az arra vonatkozó várakozásoktól) is, amit mindenkinek figyelembe kell vennie optimális stratégiájának kiválasztásakor. Az aukcióelmélet ezért egyesíti magában a monopóliumelmélet és a játékelmélet eszközeit.

*Milyen terméket érdemes és szokás aukción értékesíteni?* Manapság nagyon közkedveltek és elterjedtek az aukciók, rendkívül színes a szabályrendszerük, és az értékesítésre felkínált termékek is sokfélék: műtárgyak, könyvek, antik tárgyak, mezőgazdasági termékek, ásványkincsek feletti rendelkezési jog, államkötvények, vállalatok, egy munka elvégzésének joga, arany. Történelmi példák szerint a rabszolgapiacra is közkedvelt volt ez a módszer, sőt arra is volt precedens, hogy valaki szeretett (?) feleségétől vált meg így.

*Miért érdemes aukción értékesíteni egy terméket?* Gyakran előfordul, hogy a vevő jobban meg tudja ítélni az eladásra felkínált termék értékét az eladónál, akinek ekkor

<sup>3</sup> Egy vásárló adott termékre vonatkozó rezervációs árán azt a legnagyobb értéket értjük, amennyit még hajlandó adni érte. Ennek meghatározásánál több probléma is adódhat: először is ritkán tudjuk pontosan megmondani, hogy mennyit is ér nekünk valami, általában csak egy intervallumot határozzunk meg, hogy mennyiért vesszük biztosan meg, illetve mennyiért már biztos nem. Az is gyakori, hogy a rezervációs ár pillanatról pillanatra változik: elképzelhető, hogy valakit annyira elkap egy licitálási láz, hogy az általa korábban eldöntött maximális licitnél többet mond be.

A dolgozatban – a modellezés megkönnyítése céljából – minden ilyen szélsőséges esettől eltekintek: felteszem, hogy a rezervációs ár egy adott, konkrét érték, amelyet minden vásárló meg tud határozni, és ez érték egy későbbi időpontban is ennyi lesz.

<sup>4</sup> Tegyük fel például, hogy a terméket az veszi meg, aki a legtöbbet lenne hajlandó adni érte. Ekkor a társadalom szempontjából – bár ez talán furcsának tűnhet – teljesen mindegy a vételár, hiszen a pénz a társadalom két tagja között cserél gazdát, vagyis nincs hatással a társadalmi jólétre. Az eladó szempontjából pedig természetesen a bevétel maximalizálása az optimális.

nyilvánvalóan nem érdeke a vételi ár „hasraütésszerű” meghatározása. Jó példák erre a művészeti árverések, hiszen egy műtárgy megítélése, s ebből adódóan a vevő rezervációs ára is nagyban függ az illető ízlésétől, amit természetesen csak ő maga ismer. Szintén érdemes aukcióhoz ragaszkodni olyan esetekben, amikor a vevő vagy eladó nem személyesen van jelen, hanem képviselteti magát, hiszen így kiküszöbölhető a képviselők közötti tisztességtelen viselkedés (például az összejárás vagy a korrupció).

*Mit érdemes megvizsgálni egy aukcióval kapcsolatban?* Legtöbbször az a legérdekebb, hogy az eladó számára optimális szabályrendszert dolgozzunk ki, hiszen leggyakrabban az eladó maga dönt arról, hogy milyen körülmények között adja el a tárgyat. A kérdésnek gyakorlati jelentősége is van: ma már mindennapos dolog, hogy egy-egy fontosabb értékesítés megszervezésekor játékelmélettel foglalkozó kutatók segítségét kéri.<sup>5</sup> De vizsgálhatjuk azt is, hogy az adott szabályrendszer mennyire korlátozza a szereplők döntéseit, vagy azt, hogy mennyire specifikus egy aukció egy termékcsoportra vagy országra nézve. Az is érdekes kérdés, hogy miként kell megváltoztatni egy szabályrendszert, ha egy meghatározott kimenetelt akarunk elérni (ez az eset gyakori, ha például az állam az eladó, így nem csupán a bevétel maximalizálása a célja, hanem az is fontos számára, hogy senki se kerüljön monopolhelyzetbe, és ennek a másodlagos célnak az érdekében még a alacsonyabb vételárral is megelégszik).

### Az aukciók csoportosítása a tárgy tulajdonságai szerint

A következőkben tekintsük át, hogy milyen szempontok szerint érdemes csoportosítani az aukcióelmélet körébe tartozó adásvételi helyzeteket.

Az olyan aukcióknál, ahol a tárgy értéke meghatározása mindenkinek csak a *saját megítélésétől* függ (*private-value auction*), valamennyi szereplő meghatározza a saját rezervációs árát, amely ebben az esetben nem fog attól függni, hogy milyen elképzelései vannak a versenytársai rezervációs áraitól. Példaként említhetjük az olyan tárgyakat, amelyeket valaki csak saját gyönyörködtetésére vesz meg, s később sem akarja azokat eladni. Az értékítéletek azonban nem feltétlenül függetlenek egymástól. Például, ha köz tudott, hogy mindenki megítélése szerint sokat vagy keveset ér a tárgy, akkor ez információkat nyújt a játékosoknak, és befolyásolhatja az eladó által meghatározható árverési szabályokat is. Csak olyan szituációk modellezésekor alkalmazható ez az aukciófajta, ha a vásárlás után az újdonsült tulajdonosnak nincs lehetősége a terméken költségmentesen túladni. Hiszen ekkor a licitálók rezervációs ára függne attól az értéktől, amiért később értékesíteni tudnák a tárgyat, ami pedig a többiek rezervációs árától függ. Ennek a szituációnak egyedülálló jellegzetessége a következő: az, hogy a játékos tudja-e a többiek rezervációs árát, ez az optimális stratégiáját megváltoztathatja, viszont a saját rezervációs árára nincs hatással. Vagyis még mindig hajlandó megadni a tárgyért az eredeti árát, habár elképzelhető, hogy nem olyan szívesen fizet sokat, ha tudja, hogy a többieknek kevesebbet ér, mint neki. Így a többiek viselkedésének sincs hatása az egyén rezervációs árának meghatározására.<sup>6</sup>

A következő csoportba azok a tárgyak tartoznak, amelyek mindenki számára ugyanannyit érnek, csupán abban van eltérés, hogy az adott értéket ki mennyire képes megítélni. Ha ilyen a termék, akkor a modellezéshez az úgynevezett *közös megítélésű* (*common-*

<sup>5</sup> Erről a későbbiekben még lesz szó.

<sup>6</sup> Ezzel a szituációval foglalkozó alapcikkek: Myerson [1981], Maskin-Riley [1984]. A témáról az érdeklődő olvasó számára jó összefoglalót ad McAfee-McMillan [1987], illetve Wilson [1989].

*value*) modellfajtaát célszerű választani.<sup>7</sup> Egy olajmező által biztosított profit például mindenki számára azonos (itt feltesszük, hogy a profit nagysága független az olaj kitermelésének a módjáról), ám az, hogy ki mennyit hajlandó fizetni érte, függ attól, hogy mennyi információ áll rendelkezésére. Más tipikus például szolgálhatnak a kincstárjegyek, amelyek későbbi árfolyama mindenki számára befolyásolhatatlan külső adottság (feltehető, hogy egyik tulajdonos sincsen monopolhelyzetben, amire egyébként a valóságban jól kidolgozott szabályrendszerrel ügyelnek: itt is az előzőekben már bemutatott állami monopóliumellenes tevékenységet figyelhetjük meg). Ekkor az egyén rezervációs árára is hatással van, ha információkhoz jut a többiek megítélésével kapcsolatban, hiszen ebben az esetben legtöbbször a tárgy valódi értéke a licitálók rezervációs árainak átlaga. És melyik optimista képes megőrizni derűlátását egy sereg pesszimista között?!<sup>8</sup>

A valóságban minden aukció felfogható *összefüggéses megítélésű (correlated-value)* aukciónak.<sup>9</sup> Ebben az esetben a játékosok rezervációs árai összefüggésben állnak egymással, habár maguk a megítélések eltérhetnek. Ennek az aukciófajtának a két szélsőséges esete az előbb tárgyalta saját megítélésű (amire a korreláció teljes hiánya a jellemző), valamint a közös megítélésű (teljesen korrelált) aukciófajta.

Modellkészítéskor egyszerűsítésekkel kell dolgoznunk, így a szemléltetéshez az előző (saját megítélésű és közös megítélésű) aukciófajtaát szokták használni. Ebben a dolgozatban olyan tárgyak értékesítéséről lesz szó, amelyek megítélése csaknem kizárólag a licitálók ízlésétől függ, ezért a továbbiakban a saját megítélésű modellt használjuk. Lényeges feltevés emellett az, hogy mindegyik résztvevő magatartása kockázatmentes.

### A leggyakoribb aukciófajta és a hozzájuk tartozó optimális licitstratégiák

A valóságban nagyon sokféle szabály szerint lehet aukciót rendezni, most csak a leggyakrabban használt, vagy a modellezés szempontjából legérdekesebbnek ítélt aukciókkal foglalkozunk. Ezek a következők:

**1. Angol árverés** (a vételárnak a legmagasabb kínálati árat fogadják el, nyílt licitálású aukció – *first-price open cry auction*).

**Szabályok.** Minden licitáló szabadon tehet árajánlatot,<sup>10</sup> többször is. Mindenki hallja az összes licitet. A licitálás akkor ér véget, ha már senki sem emeli az aktuális árat. A köznapi értelemben ezt a típust szokás árverésnek nevezni.

**Stratégia.** Minden versenyző a saját rezervációs árának, a többiek rezervációs áráról alkotott feltevésének, valamint az éppen aktuális licit nagyságának a függvényében dönti el, hogy emeli-e a licitet.

**Kifizetés.** A legtöbbet kínáló kifizetése a rezervációs árának és a vételárnak (ami ebben az esetben maga a legmagasabb licit) a különbsége. A többiek kifizetése zérus.<sup>11</sup>

A játékban minden szereplőnek addig érdemes emelnie a licitet, amíg az aktuális ár a saját rezervációs ára alatt van, és nem önmagára licitál (vagyis csak akkor, ha nem ő

<sup>7</sup> A közös megítélésű aukciókról lásd *Crémer–McLean* [1985], [1988], valamint *McAfee–McMillan–Reny* [1989] munkáit.

<sup>8</sup> A szakirodalomban az ebből következő jelenséget a győzelem átkának (*the winner's curse*) nevezik, amikor a tárgy valódi értéke a licitálók értékítéletének átlaga, így az, aki a legtöbbet hajlandó adni érte, várható értékben veszít, hiszen túl drágán vásárolt.

<sup>9</sup> Ezzel kapcsolatban lásd *Milgrom–Weber* [1982].

<sup>10</sup> Most úgy tekintem, hogy maguk a játékosok mondják be a licitjuket, a későbbiekben ismertetek ettől eltérő szabályrendszerű árverést is.

<sup>11</sup> A továbbiakban minden esetben feltesszük, hogy akik nem tudták megszerezni a terméket, azok sem nem vesztek, sem nem nyertek az üzleten, vagyis az ő kifizetéseik nullák.

mondta be az aktuális árat). Ez a stratégia optimális, mert mindenki hajlandó megvásárolni a tárgyat, ha van rajta fogyasztói többlete, e feltétel teljesülése mellett azonban a lehető legolcsóbban akar hozzájutni.

A végső ár a második legmagasabb rezervációs árral rendelkező játékos kínálati áránál egy kicsivel lesz magasabb:

Az angol típusú árveréseknél a gyakorlatban előforduló leggyakoribb sajátosságok:

- az aukció levezetője mindig egy meghatározott konstanssal emeli a licitet,
- az aukció levezetője bármikor saját belátása szerint emelheti a licitet,
- az előbb már tárgyalt eset: a játékosok kedvük szerint emelik a licitet,

– a negyedik fajtát *szabad kilépésként* (*open exit*) is emlegetik, amelynek lényege, hogy az ár növekedése folytonos, és a játékosok kötelesek nyilvánosan bejelenteni, ha kiszállnak a licitálásból, vagyis ha az aktuális árat már nem hajlandóak megadni (és ezután a licitálás folytatására nincsen lehetőségük). Az ilyen aukcióknál a játékosoknak nyilvánvalóan több információ áll a rendelkezésükre, mintha titokban szállnának ki a licitálásból. Rendkívül közkedvelt ez a módszer Japánban, ahol a licitálás elején kiosztott korongok leadásával jelzik a játékosok a kilépésüket. A leadott korongok egy táblára kerülnek, hogy mindenki számon tarthassa, hogy hányan vannak még bent a licitálásban. Az utolsó előtti korong leadása után az utolsó korong tulajdonosa is leadja a korongot, méghozzá a lehető leggyorsabban, hiszen ő nyerte meg a licitálást, és a késlekedésével csak a vételár emelkedne.

Az általában szokásos szabályokat érdemes kiegészíteni ezekhez hasonló mellékfeltételekkel, ha például kevés licitáló van egy aukción. Ilyen kiegészítésekkel élénkíthetjük a versenyt, korlátozhatjuk az összejátszás lehetőségét, illetve rákényszeríthetjük a licitálókat arra is, hogy nagyobb pénzüsszeggel emeljék az aktuális árat. Ez gyorsíthatja az egész aukció lefolyását, illetve annak is kisebb lesz a valószínűsége, hogy a nyertes a második legmagasabb licit fölé csak tetszőlegesen kis összeggel ígérjen. A többletfeltételek segítségével szabadon meghatározhatjuk azt is, hogy mennyi információt bocsátunk a licitálók rendelkezésére.

**2. Versenyárgyalás** (a vételárnak a legmagasabb kínálati árat tekintő aukció – *first price sealed bid auction*). Ezt a fajta aukciót alkalmazzák műkincsek, ingatlanok eladásakor, valamint az Egyesült Államok kormánya is ezt használja az ásványkincsek feletti rendelkezési jog odaítélésénél. A köznyelv versenyárgyalásnak nevezi azt a helyzetet is, amikor az eladókat versenyeztetik. Ilyen eset például, ha azzal a céggel akarjuk elvégeztetni a munkát, amelyik ezt a legolcsóbban vállalja.

*Szabályok.* Minden játékos egyetlen árajánlatot tesz, a többiek licitjét nem ismerve. Az fogja megvásárolni a tárgyat, aki a legmagasabb licitet tette, és kifizeti az általa tett licitnek megfelelő összeget.

*Stratégia.* A játékos árajánlata a többiek rezervációs áráról alkotott hiedelmének a függvénye.

*Kifizetés.* A nyertes kifizetése a rezervációs árának és a vételárnak a különbsége.

Tekintsük a következő jelöléseket! Legyen  $t_i$  az  $i$ -edik játékosnak a termékre vonatkozó rezervációs ára. Feltesszük, hogy bármelyik játékos rezervációs ára független az összes többi játékos rezervációs árától, valamint azt is feltehetjük, hogy ez a  $[0, 1]$  intervallumba esik. A játékosok rezervációs árai egymástól független, azonos  $F$  eloszlásfüggvénnyel jellemezhető eloszlást követnek. Legyen  $b_i$  az  $i$ -edik játékos licitje. Természetesnek tűnő feltevés, hogy a licitbemondás szigorúan monoton növekedő függvénye  $t_i$ -nek (akinek többet ér a tárgy, az többet is ajánl érte), ezért létezik az inverze:  $t_i = \Phi(b_i)$ . A továbbiakban azt is feltételezzük, hogy ez a függvény differenciálható.

A feladatunk az, hogy a fent megadott kifizetések mellett megtaláljuk a játék úgyneve-

zett bayesi Nash-egyensúlyát. Érdeemes talán itt kitérni a bayesi Nash-egyensúly fogalmára. Bayesi játéknak szokás nevezni az olyan szituációkat, ahol a játékosok egyes tulajdonságait (például a különböző kimenetek esetén elért kifizetését) a többiek közvetlenül nem tudják megfigyelni. Egymás típusaira (illetve csak a különböző típusok bekövetkezésének *valószínűségére*) a játékosok saját típusuk, illetve a többiekről feltételezett stratégiák alapján következtetnek: a Bayes-törvény alapján feltételes valószínűségeket számítanak a típusok mindenki által ismert előzetes (*a priori*) együttes eloszlásából. Bayesi Nash-egyensúlynak tulajdonképpen egy bayesi játék Nash-egyensúlyát nevezzük.

A versenytárgyalás nyilván bayesi játék, hiszen a licitálók nem ismerik egymásnak a termékre vonatkozó megítélését, rezervációs árát, így utólagos kifizetését sem. Az  $i$ -edik játékos várható kifizetése ezért a tender megnyerése esetén élvezett többlet,  $(t_i - b_i)$ , és a nyeres valószínűsége,  $\Pr(b_j < b_i, \forall j \neq i)$ , szorzata.

A Nash-egyensúly felírásának és meghatározásának egyik módja a következő: minden  $i$  játékosra maximalizáljuk az illető célfüggvényét ama korlátozó feltételek mellett, hogy a többi játékos is egyensúlyi stratégiát játszik:

$$\max_{b_i} \pi_i = (t_i - b_i) \Pr(b_j < b_i, \forall j \neq i)$$

$$b_j = b_j^*(t_j), \forall j \neq i.$$

Ennek a feladatnak a megoldása azért ad Nash-egyensúlyt, mert a maximumfeladat korlátja az ellenfél egyensúlyi stratégiája, tehát a maximumfeladat minden játékos esetében az ellenfelek egyensúlyi stratégiájára adott legjobb válasz – ami éppen a Nash-egyensúly meghatározása. A Nash-egyensúly másképp fogalmazva azért bayesi, mert a  $\Pr(b_j < b_i, \forall j \neq i)$  valószínűségeket a játékosok a típusok *a priori* együttes eloszlásából Bayes-tétellel határozzák meg, minden rendelkezésre álló információ (saját típusuk és az egyensúlyi stratégiák) felhasználásával.

Keressük meg a versenytárgyalás bayesi Nash-egyensúlyát  $n$  résztvevő esetén! (A konkrét megoldás függ a résztvevők számától, amelyről feltesszük, hogy a licitálók ismerik azt.) Mivel az eloszlások függetlenek, és a licitálók egyszerre döntenek, ezért nincs egyéb rendelkezésre álló információ, csak a típusok *a priori* eloszlása. Annak valószínűsége, hogy az összes többi játékos alacsonyabb licitet mond be az  $i$ -ediknél:

$$\Pr(b_j < b_i, \forall j \neq i) = \Pr[t_j < \Phi(b_i), \forall j \neq i] = F^{n-1}[\Phi(b_i)].$$

Ekkor a célfüggvényt a licit függvényében a következőképpen írhatjuk fel:

$$\Pi_i = (t_i - b_i) F^{n-1}[\Phi(b_i)].$$

A függvénymaximalizálásának elsőrendű feltétele:

$$(t_i - b_i) \frac{\partial \Phi}{\partial b_i} = \frac{F[\Phi(b_i)]}{(n-1)f[\Phi(b_i)]}.$$

(A képletben  $f$  az eloszlás sűrűségfüggvényét jelöli.) Ha a rezervációs árak egyenletes eloszlásúak, azaz  $F(t_i) = t_i$ , akkor  $t_i = \Phi(b_i)$  behelyettesítésével az optimális licit:

$$b_i = t_i \cdot \frac{n-1}{n}.$$

Könnyen megállapítható, hogy ha  $n$  elég nagy, vagyis sokan licitálnak, akkor a licit közel lesz a rezervációs ár értékéhez.<sup>12</sup>

*Megjegyzés:* Az oligopóliumok Bertrand-féle modelljében azt tesszük fel, hogy a vállalatok a termék árát határozzák meg, nem az eladandó mennyiségről döntenek, mint a Cournot-féle esetben. A modellben általában feltesszük, hogy a vállalatok tökéletesen informáltak egymás határkölségeit illetően. Nézzük meg, mi történik abban az esetben, ha ez nincs így: vállalatok nem ismerik egymás határkölségét! Ekkor a profitot maximalizáló célfüggvényben szerepelnie kell annak a feltevésnek, hogy mennyi lehet ez az érték a versenytársakra nézve. Tehát az  $i$ -edik vállalat célfüggvénye:

$$\Pi_i = (p_i - MC_i) \Pr(MC_j > MC_i) \\ \forall j \neq i \text{ esetén,}$$

ahol  $p_i$  az  $i$ -edik vállalat által meghatározandó optimális ár,  $MC_i$  az  $i$ -edik vállalat határkölsége,  $MC_j$  a konkurens vállalatok határkölsége. Vegyük észre, hogy ekkor milyen szoros kapcsolat van a maximalizálandó függvény és az előbb tárgyalt aukció célfüggvénye között!<sup>13</sup>

**3. Vickrey-féle aukció** (eladási árnak a második legmagasabb rezervációs árat tekintő aukció avagy másodlicites versenytárgyalás – *second-price sealed bid auction*).

*Szabályok.* Minden licitáló egy árajánlatot tesz, miközben a többiek árajánlatát nem ismeri.

*Stratégia.* A játékosok stratégiája a saját rezervációs árának és a többiek rezervációs áráról alkotott feltételezésének a függvénye.<sup>14</sup>

*Kifizetés.* A nyertes kifizetése a saját rezervációs árának és a vételárnak (amely ebben az esetben a második legmagasabb ajánlati ár) a különbsége.

Ha valaki a rezervációs áránál alacsonyabb árajánlatot tesz, megnöveli az esélyét annak, hogy nem ő nyeri meg az aukciót. Ilyenkor érdemes emelnie a licitet, hiszen ezzel a nyeresi esély nő, a vételár pedig úgysem függ a nyertes licitjétől. Vagyis egyensúlyban minden játékos számára a licit a saját rezervációs ára lesz.

Most már csak arra a kérdésre kellene választ kapnunk, hogy ekkor miért nem alkalmazza minden monopolista ezt a módszert? Egy egyszerű válasz erre: nagy árak kellene fizetnie az információért! Az eladó hiába tudja meg az egyes vevőkről, hogy mennyit lennének hajlandók fizetni a termékéért, az aukció szabályából adódóan csak a második legmagasabb rezervációs áron tudja értékesíteni a tárgyat. Az angol aukción kialakuló vételár például legalább ekkora, és sok esetben a licit minimális emelésének nagyságával meg is haladja az itt kapott értéket. Ezért az eladó (mivel általában meghatározhatja terméke eladásának körülményeit) előnyben fogja részesíteni az angol aukciót a most tárgyalttal szemben.

**4. Holland aukció** (ereszkedő – *Dutch vagy descending auction*).

*Szabályok.* Az eladó megállapít egy árat, majd ezt folyamatosan csökkenti egészen addig, amíg egy vevő azt nem jelzi, hogy az aktuális árért hajlandó megvásárolni a terméket.

*Stratégia.* Az eladó megállítása a játékosok rezervációs árának és a többiek rezervációs árairól alkotott feltevésüknek a függvénye.

<sup>12</sup> Lásd: *Tirole* [1990], 434–444. és 455–456. o.

<sup>13</sup> Ez az észrevétel *Vincze Jánosnak* köszönhető.

<sup>14</sup> A bizonyítás végén látni fogjuk, hogy a játékos licitbmondása a többiek rezervációs áráról mégsem függ.

*Kifizetés.* A nyertes kifizetése a rezervációs árának és az aukció vezetőjének megállításkor érvényben levő árnak a függvénye.

A holland aukció kimenetele azonos lesz a 2. pontban tárgyalt, versenytárgyalásos aukcióéval. Ha a legmagasabb rezervációs árral rendelkező játékos a rezervációs ára alatt állítja meg a licitvezetőt, akkor megnöveli annak az esélyét, hogy valaki közbeszól, és elviszi a tárgyat; ám ha mégis nyer, akkor a vételi ár alacsonyabb lesz. Az olvasó ellenőrizheti, hogy a licitáló kifizetésének várható értéke megegyezik azzal, amit a versenytárgyalás esetében felírtunk, ezért kockázatsemleges résztvevőkre a játék egyensúlya is szükségképpen megegyezik. Ez a fajta aukció a gyakorlatban is igen közkedvelt: legtöbbször így adják el a vágott virágot Hollandiában (innen kapta az elnevezését is), a halat Izraelben vagy a dohányt Ontarióban (ez utóbbi árverés még azzal a sajátossággal is rendelkezik, hogy itt jogában áll a dohány eladójának az árverést követően a vevők ajánlatait visszautasítani, ha a végső árát túl alacsonynak tartja<sup>15</sup>). Naponta közel 1200 tonna dohány cserél így gazdát Kanadában. Szintén ilyen aukción „vásárolhatnak” – pontszámegyeztés esetén – Vágó István népszerű műveltségi vetélkedőjének, a *Mindent vagy semmit*nek játékosai.

### A Louvre bekerül a képhe

Most pedig vizsgáljunk meg egy olyan aukciót, amely a valóságban is létezik, ám egy speciális feltétellel, amelynek eredményeképpen a játékosok stratégiája is némileg módosul az eddig megismert stratégiákhoz képest. Az általam tárgyalt problémafelvetés magja megtalálható *Rasmusen* [1990] 257. oldalán.

Az aukció szabályai a következők: Franciaországban a műtárgyak aukcióin az utolsó licit elhangzása, vagyis a vételár meghatározása után a Louvre képviselőjének jogában áll felemelnie a kezét és bejelenteni, hogy „pre-emption de l’Etat”. A bejelentést követően az aukción kialakult vételárat fizeti ki, és a festmény a Louvre-ba kerül.<sup>16</sup> A cikk hátralevő részében megvizsgáljuk, hogy mindez milyen hatással van a játékosok stratégiájára abban a két esetben, ha a Louvre csak saját részére vásárolhatja meg a tárgyat, illetve ha azt később értékesítheti is.

Fontosnak tartjuk megjegyezni, hogy az aukció szabályrendszerének ily módon való megváltoztatásától nem várható, hogy az eladó nagyobb bevételhez jut, mint amekkorát akkor érhetne el, ha a Louvre-t mint előjogokkal nem rendelkező résztvevőt vonná be egy angol típusú árverésbe. Ezzel kapcsolatban érdekes és fontos eredményt közöl és bizonyít *Myerson* [1981]: *ha a játékosok kockázatsemlegesek, akkor a szabályrendszer semmilyen megváltoztatásával sem érhető el nagyobb ex ante bevétel, mint a résztvevők rezervációs árai közül a második legnagyobb – az az eredmény, amelyet az angol típusú árverés eredményez.* Sőt, bármely két árverési szabályrendszer, amely a terméket ugyanannak a vevőnek juttatja, valamint a licitálókat rezervációs árak önkéntes felfedésére készíti (ún. ösztönző mechanizmus), *ugyanakkora* várható bevételt biztosít az eladó számára. Az első és második legnagyobb rezervációs ár közötti különbség *információs járadék*, amit csak az a monopolista élvezhet, aki ismeri vevőinek rezervációs árát. Ennél fogva a későbbiekben nem azt vizsgáljuk, hogy a bemutatott szabálmódosítással az eladó várhatóan mennyivel nagyobb bevételre tehet szert, hanem azt, hogy ennek a megkülönböztetett szereplőnek milyen hatása van a többiek stratégiájára, ha egyáltalán befolyásolja őket.

<sup>15</sup> Még vissza fogunk térni arra, hogy ez hogyan befolyásolja a játékosok stratégiáját.

<sup>16</sup> Lásd *The Economist*, 1987. május 23., 98. o. Hasonló gyakorlatra Magyarországon is van példa.



Tekintsük az eddigi jelöléseket, kiegészítve azzal, hogy jelentse  $t_L$  a Louvre rezervációs árát! Először azt az esetet vizsgálom, amikor a Louvre *csak saját részére* vásárolhat, a tárgyat később sem adhatja el. A Louvre számára ez rendkívül előnyös lehetőség, sokkal jobban jár így, mintha „neki” is licitálnia kellene, hiszen így nem kell versenybe szállnia a többi licitálóval, és csak a végén kell döntenie arról, hogy egy konkrét árért megveszi-e a terméket, vagy sem. A Louvre szakértőjének stratégiája ismert: akkor fogja megvásárolni a tárgyat, ha az a saját rezervációs áránál nem drágább. Ebből adódik, hogy egy játékos akkor vásárolhatja meg a tárgyat, ha ő nyeri meg az árverést, valamint az így kialakult ár magasabb a Louvre rezervációs áránál.

Előjáróban még annyit említünk meg, hogy az angol árverés esetében a szereplők agresszívebb licitálásra kényszerülnek. A versenytárgyalásnál úgy viselkednek, mintha a licitálók köre egy előjogok nélküli szereplővel bővülne, vagyis nem veszik figyelembe a Louvre megkülönböztetett vásárlási jogát, csupán azt, hogy most eggyel több ellenféllel állnak szemben. A Vicrey-aukciónál nem fog számítani a Louvre képviselőjének jelenléte, a játékosok ugyanúgy fognak licitálni, mintha „mi sem történt volna”. A holland aukció stratégiailag ebben az esetben is ekvivalens marad a versenytárgyalásnál levezetéssel. Nézzük meg most részletesen, hogyan bizonyíthatók ezek az eredmények!

*Angol árverés.* A Louvre képviselője egészen addig a pillanatig nem befolyásolja a játékosok stratégiáját, amíg a legmagasabb rezervációs árral rendelkező egyén egyedül nem marad, vagyis addig, ameddig mindenki más ki nem száll a licitálásból. Ekkor az a kérdés, hogy érdemes-e saját magára licitálnia, vagy nem. Ha magasabb licitet mond be, csökkenti annak a valószínűségét, hogy a végén a Louvre falán lógjon a kép, viszont a licit emelésével az is együtt jár, hogy nyeresé esetén a vételár magasabb lesz. A legmagasabb rezervációs árral rendelkező játékos a várható profitját fogja maximalizálni:

$$\Pi_i = (t_i - b_i)\Pr(t_L < b_i).$$

A konkrét megoldás függni fog a rezervációs árak eloszlásától, de általánosan megállapítható, hogy az optimális licit nem lesz alacsonyabb a Louvre nélküli szabályokkal meghatározott licitnél, hiszen addig most is mindenkinek érdemes elmenni a licitálásban, mint a Louvre nélküli esetben.

Most pedig tegyük fel, hogy a Louvre rezervációs ára szintén egyenletes eloszlású, akárcsak a játékosoké! Ekkor a

$$\Pi_i = (t_i - b_i)b_i$$

célfüggvényt maximalizáljuk azzal a feltétellel, hogy  $b_i$  legalább akkora, mint a korábban elhangzott összes licit. Ha eltekintünk a korlátozó feltételtől, akkor az elsőrendű feltételből kapott optimális licit:

$$b_i = \frac{t_i}{2}.$$

Ha a korábbi licitálás során az ár nem emelkedett a legmagasabb rezervációs árral rendelkező játékos értékelésének feléig, akkor a korlátozó feltétel biztosan teljesül, és így neki érdemes tovább licitálnia. Amennyiben az utolsó, elhangzott licit már meghaladja  $t_i$  felét, akkor a profitfüggvény a licitben csökken, ezért a nyertes nem licitál önmagára.

*Versenytárgyalás.* Az  $i$ -edik játékos profitja  $(t_i - b_i)$ , ha megkapja a tárgyat, egyébként zérus. Minden játékos a várható profitját maximalizálja, amely

$$\Pi_i = (b_i - t_i)\Pr(b_j < b_i, \forall j \neq i)\Pr(t_L < b_i).$$

Annak valószínűsége, hogy az összes többi játékos alacsonyabb licitet mond be az  $i$ -ediknél (vö. a Louvre nélküli állapottal):

$$\Pr(b_j < b_i, \forall j \neq i) = \Pr[t_j < \Phi(b_i), \forall j \neq i] = F^{n-1}[\Phi(b_i)].$$

Hasonlóképpen, feltéve, hogy a Louvre rezervációs ára szintén  $F$  eloszlást követ:

$$\Pr(t_L < b_i) = F(b_i).$$

Vagyis a maximalizálandó függvény:

$$\Pi_i = (t_i - b_i)F^{n-1}[\Phi(b_i)]F(b_i).$$

Az elsőrendű feltételből átrendezés után adódik:

$$-F[\Phi(b_i)] \cdot F(b_i) + f(b_i)(t_i - b_i)F[\Phi(b_i)] + f[\Phi(b_i)] \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial b_i}(t_i - b_i) \cdot F(b_i)(n - 1) = 0.$$

(A képletben  $f$  újra az eloszlás sűrűségfüggvénye.) Amennyiben a feladat jól viselkedő, és az elsőrendű feltétel valóban globális maximumot határoz meg, akkor a derivált függvény csökkenő. A kifejezés a Louvre nélküli állapothoz tartozóhoz képest a nem negatív  $f(b_i)(t_i - b_i)F[\Phi(b_i)]$  taggal „hosszabb” (így egyben több), ezenkívül a többi tag  $F(b_i) > 0$ -val be van szorozva. Ezért a kifejezés a zérushelyét nagyobb értéknél veszi fel, mint a Louvre nélküli esetben, vagyis egyensúlyban a licitbemondás nagyobb lesz annál az értéknél, mint amekkora a Louvre nélkül volt.

Éljünk a szokásos feltevéssel, miszerint a rezervációs árak eloszlása egyenletes. Ekkor az optimális licitre triviális megoldás:

$$b_i = \frac{n}{n+1}t_i.$$

Az egyensúlyi licit magasabb, mintha a Louvre-t nem kellene figyelembe vennünk: épp akkora, mintha a közgyűjtemény mezei licitálóként venne részt a versenytárgyaláson. Érdekes eredmény, hogy noha a Louvre utólag adja be az ajánlatát és az addigi maximális licit ismeretében (és így nem a licitjét, hanem a rezervációs árát kell a többieknek figyelembe venniük), a játékosok mégis úgy tekintik, mint előjogokkal nem rendelkező további résztvevőt.

*Vickrey-féle aukció (másodlicites versenytárgyalás).* Az előbb már levezettük, hogy Louvre nélkül is minden játékos a rezervációs árán fog licitálni. Ennél többet pedig nem akarhatunk. A Louvre képviselőjének jelenléte nincsen hatással a stratégiákra.

*Holland aukció.*<sup>17</sup> Belátható, hogy az árverés kimenetele ismét megegyezik a legmagasabb kínálati árát feltételező árak tekintő aukció stratégiájával. Vagyis akkor érdemes egy játékosnak megállítani az aukció levezetőjét, ha a licit eléri a

$$b_i = \frac{n}{n+1}t_i$$

értéket.

<sup>17</sup> Itt jegyzem meg, hogy ez a probléma megegyezik azzal, hogy az ontariói dohányárusnak joga van a vevők ajánlatait visszautasítani, hiszen a licitálóknek mindkét esetben egy kívülálló rezervációs áráról kell feltevéseket tenniük, aki csak a licitálás végén fogja befolyásolni a kialakult helyzetet, ha az optimális viselkedése ezt diktálja.

### A spekuláns Louvre

Abban az esetben, ha a Louvre *később eladhatja* a képet, akkor bármelyik aukciófajta alkalmazták, érdemes megvennie a tárgyat. Hiszen azt az összeget, amit neki kell adnia a tárgyért, azt már más is felajánlotta. A Louvre nem veszít rajta semmit, ha megpróbálkozik azzal, hogy miután megvette a tárgyat, drágábban adja el, legrosszabb esetben az történik, hogy csak annak tudja eladni, aki az előbb a legmagasabb licitet ajánlotta, mégpedig éppen annyiért, amennyiért ő vette. Ekkor viszont – bármilyen áron vette is meg – mindig érdemes újabb aukciót rendeznie, hátha valamelyik játékos a Louvre rezervációs áránál drágábban is hajlandó megvenni a tárgyat. Ekkor azt a feltételt érdemes kikötnie, hogy ha az aukción kialakuló vételi árat túl alacsonynak tartja, akkor nem köteles eladni a terméket.

Ebben az esetben egyensúlyra vezet, ha az első aukción egyáltalán nem licitálnak, hiszen a Louvre mindig vásárol, ha felteheti azt, hogy a licitálók stratégiái olyanok, hogy nem ajánlanak nagyobb árat, mint a rezervációs árak. Ekkor viszont teljesen fölösleges bármekkora árajánlatot is tenni, amikor egy „informatív” kezdeti licitálási stratégia esetleg hasznos információkkal szolgálhat a Louvre-nak, s az növelheti a végső eladási árat. Az viszont világos, hogy senkinek sem éri meg a saját rezervációs áránál többet licitálnia, mivel ekkor – bár így „kiszúrhat” a Louvre-ral – bizonyos valószínűséggel magával szúr ki. Tehát ennél a kiegészítésnél éppen az ellenkezője fog történni annak, amit el akartunk érni: a játékosok nem fognak licitálni.

\*

Cikkünkben áttekintettük a saját megítélésű tárgyak adásvételénél alkalmazható leglényegesebb aukciófajtaikat. Elemeztünk egy konkrét, életből vett példát, amely – sajátosságánál fogva – „furfangosabb” stratégiát igényelt az alapszituációk stratégiáinál. Fontosnak tartjuk itt ismét hangsúlyozni, hogy sajnos az ilyen többletfeltétellel megtűzdelte mechanizmus sem alkalmas arra, hogy az eladó előzetesen várható bevételét az információs járadék rovására növeljük.

További vizsgálódáshoz ötletként megemlíjtjük, hogy érdekes és hasznos lenne elemezni azt az esetet, amikor a játékosok kockázathoz való viszonyáról más a feltevésünk. (Az aukciók alaptípusaira vonatkozóan ezt a feltevést az irodalom részletesen tárgyalja.) Másik érdekes kutatási terület azoknak az aukcióknak a vizsgálata, ahol nemcsak a nyertesnek kell fizetnie, hanem a többi résztvevő közül is néhánynak vagy éppenséggel mindenkinek. Ez a valóságban is sokszor így van: azon felül, hogy a részvételnek felmerülnek bizonyos minimális természetes költségei, vannak olyan aukciók, versenytárgyalások, ahol komoly összeget kell fizetni a részvételért. Ekkor már az is egy döntési helyzet, hogy egyáltalán ad-e be valaki pályázatot. A hasonló gyakorlati szabályváltoztatokat két szempontból is érdemes vizsgálni: vajon a piac vagy a termék milyen sajátossága hívhatja azokat életre, illetve hogy létük a szereplők viselkedésére hogyan hat.

Az aukcióelmélet eredményei a gyakorlatban is alkalmazhatók. Azonban érdemes arra figyelmet fordítani, hogy magát a konkrét árverési mechanizmust átgondoltan meg kell tervezni. Ez azért fontos, mert a legegyszerűbb modellek a valóság lényeges részleteitől – éppen egyszerűségük miatt – eltekintenek, így konkrét helyzetben csak kiindulópontként szolgálhatnak. Egy intő példa arra, hogy milyen problémákhoz vezethet egy aukció nem elég alapos előkészítése: Új-Zélandon 1990-ben a rádióhullám-frekvenciák privatizációja során az előre becsült bevételnek csupán 15 százalékát sikerült elérni a rossz aukció-szabályrendszer miatt. Ebből is okulva, néhány évvel később az Egyesült Államokban a frekvenciák eladásakor neves játékelméleti kutatókat kértek fel az aukció meg-

szervezésére.<sup>18</sup> Külön érdekesség, hogy miután az állam megtervezte a szabályokat az elismert kutatókkal, az aukción vásárolni szándékozó vállalatok a legmegfelelőbb stratégiát illetően szintén hozzájuk fordultak tanácsért.<sup>19</sup>

Az árverésemélet a felvetetteken kívül is rendkívül sokféle kutatási lehetőséget foglal magában: ilyen például a diszkont kincstárjegyek aukcióinak elemzése. Ez a befektetési forma ma Magyarországon nemcsak vonzó lehetőség, hanem elméleti elemzés szempontjából is rendkívül hálás terület.

### Hivatkozások

- CRÉMER, J.–MCLEAN, R. P. [1988]: Full Extraction of the Surplus in Bayesian and Dominant Strategy Auctions. *Econometrica*, Vol. 56, november, 1247–1257. o.
- CRÉMER, J.–MCLEAN, R. P. [1985]: Optimal Selling Strategies Under Uncertainty for a Discriminating Monopolist when Demands are Interdependent. *Econometrica*, Vol. 53., március, 345–361. o.
- FUDENBERG, D.–TIROLE, J. [1991]: *Game Theory*. The MIT Press.
- KRÄKEL, M. [1992]: *Auktionstheorie und interne Organisation*. Gabler.
- MASKIN, E.–RILEY, J. G. [1984]: Monopoly with Incomplete Information. *Rand Journal of Economics*, Vol. 15, nyár, 171–196. o.
- MCAFEE, R. P.–MCMILLAN, J. [1987]: Auctions and Bidding. *Journal of Economic Literature*, június, 699–738. o.
- MCAFEE, R. P.–MCMILLAN, J.–RENY, PH. J. [1989]: Extracting the Surplus in the Common-Value Action. *Econometrica*, Vol. 57, november, 1451–1459. o.
- MCMILLAN, J. [1994]: Selling Spectrum Rights. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 8, nyár, 145–162. o.
- MILGROM, P. R.–WEBER R. J. [1982]: A theory of auctions and competitive bidding. *Econometrica*, Vol. 50, 1089–1122. o.
- MYERSON, R. B. [1981]: Optimal Auction Design. *Mathematics of Operations Research*, Vol. 6, február, 58–73. o.
- RASMUSEN, E. [1990]: *Games and Information (An Introduction to Game Theory)*. Basil Blackwell Ltd.
- TIROLE, J. [1990]: *The Theory of Industrial Organization*; The MIT Press.
- VINCZE JÁNOS [1991]: Fejezetek az információ közgazdaságtanából I–III. *Közgazdasági Szemle*, 2., 3., 4. sz.
- WILSON, R. [1991]: Strategic Analysis of Auctions. *Handbook of Game Theory*, 228–279. o.

<sup>18</sup> Csak néhányat említek közülük: *John McMillan, Paul Milgrom, Robert Wilson, Preston McAfee, David Porter*. (Lásd a hivatkozásokban szereplő műveiket.)

<sup>19</sup> Lásd *J. McMillan* [1994].